

Зависимость видов колебаний многоопорной транспортной машины от ее скорости

© О.А. Наказной, А.Ю. Шмаков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

При анализе влияния колебаний транспортных машин на управляемость криволинейного движения важное значение имеет зависимость различных видов колебаний от скорости движения машины по неровностям местности. Проведен анализ правых частей дифференциальных уравнений колебаний многоопорной быстроходной транспортной машины на основе исследования пределов этих выражений для гармонического возмущения. Установлено, что с увеличением скорости движения по пересеченной местности максимальные возмущения, вызывающие его продольно-угловые колебания, становятся незначительными по сравнению с возмущениями, вызывающими вертикальные колебания центра масс машины.

Ключевые слова: амплитуды возмущений, обобщенные координаты, предел, поддрессорная масса.

При анализе влияния колебаний транспортной машины на управляемость криволинейного движения важное значение имеет зависимость различных видов колебаний от скорости движения машины по пересеченной местности. Для упрощения исследования и выявления общих закономерностей рассмотрим движение гусеничной машины при следующих допущениях:

1. Центр масс машины движется равномерно и прямолинейно. В дальнейшем будем полагать это допущение справедливым, если постоянная составляющая силы тяги остается неизменной во времени:

$$v(t) = x' = \text{const},$$

где v — скорость прямолинейного движения центра масс машины.

2. Профиль пути под обеими гусеницами одинаков.

Принятые допущения позволяют при установившемся криволинейном движении провести анализ возмущений, действующих на машину, по известной в теории поддрессоривания расчетной схеме.

В соответствии со схемой на рис. 1

$$\begin{aligned} m_0 \ddot{z} &= \sum_1^{2n} P_j - G_0; \\ J_0 \ddot{\phi} &= \sum_1^{2n} P_j I_j, \end{aligned} \tag{1}$$

где m_0 , G_0 — масса и вес поддрессорной части машины; \ddot{z} — вертикальное ускорение центра масс корпуса машины; n — число

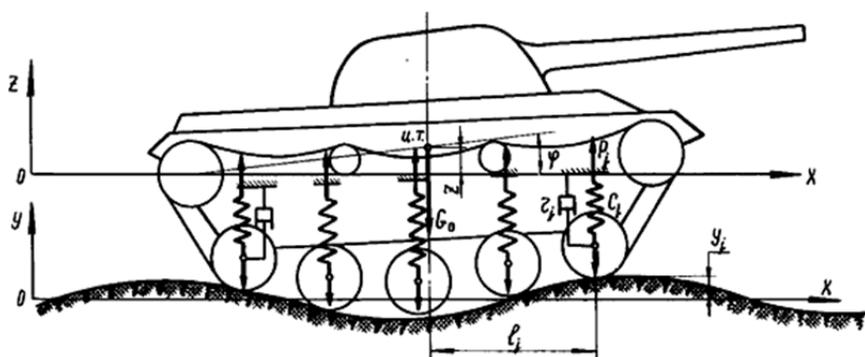


Рис. 1. Расчетная схема колебаний гусеничной машины:
 x — положение центра масс корпуса по направлению движения;
 $y(x)$ — профиль пути

опорных катков с одного борта машины (начало отсчета — от носа к корме); P_j — сила, действующая со стороны j -й подвески на корпус машины; J_0 — момент инерции корпуса машины относительно поперечной оси, проходящей через ее центр масс; $\ddot{\varphi}$ — угловое ускорение корпуса машины; l_j — расстояние от оси опорного катка до центра масс корпуса машины.

Отсчет координат z и φ проводится от их значения при статическом положении машины на ровной горизонтальной поверхности.

Уравнения малых колебаний гусеничной машины с индивидуальной ($P_j = P_j(f_j, \dot{f}_j)$) и симметричной ($\sum_{j=1}^{2n} l_j = 0$) системами поддресоривания можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} m_0 \ddot{z} + \sum_{j=1}^{2n} r_j \dot{z} + \sum_{j=1}^{2n} c_j z &= \sum_{j=1}^{2n} (c_j y_j + r_j \dot{y}_j); \\ J_0 \ddot{\varphi} + \sum_{j=1}^{2n} r_j l_j^2 \dot{\varphi} + \sum_{j=1}^{2n} c_j l_j^2 \varphi &= \sum_{j=1}^{2n} (c_j l_j y_j + r_j l_j \dot{y}_j), \end{aligned} \quad (2)$$

где $c_j = \frac{\partial P_j}{\partial f_j}$; $r_j = \frac{\partial P_j}{\partial \dot{f}_j}$.

Производная $\partial P_j / \partial f_j$ характеризует изменение силы P_j в зависимости от относительного перемещения f_j опорного катка и называется приведенной жесткостью подвески c_j , производная $\partial P_j / \partial \dot{f}_j$ характеризует изменение силы P_j в зависимости от относительной скорости перемещения катка \dot{f}_j и называется коэффициентом сопротивления амортизатора r_j . В соответствии с принятой системой координат

$$f_j = f_{0j} - l_j \varphi - z + y_j(x),$$

где f_{0j} — статический ход j -го катка; $y_j(x)$ — перемещение j -го катка, определяемое профилем пути.

Правые части системы уравнений (2) представляют собой возмущения, действующие на каждую из обобщенных координат z и φ .

Рассмотрим движение машины по гармоническому профилю пути (рис. 2), так как он позволяет получить наиболее продолжительную реализацию определенных режимов движения машины. Определение критических условий внутри выбранных режимов движения и дает гарантированный результат:

$$y = \frac{h}{2} \sin \frac{2\pi}{a} x, \quad (3)$$

где h , a — высота и длина волны гармонического профиля пути.

По определению, $x = vt$. Тогда, согласно допущениям (1), $v = \text{const}$ и выражение (3) для профиля пути машины можно представить в виде

$$y = \frac{h}{2} \sin \frac{2\pi v}{a} t,$$

или

$$y = \frac{h}{2} \sin pt,$$

где $p = 2\pi v / a$ — частота внешнего возмущения.

Полагая, что координата x соответствует положению центра масс подрессоренной части корпуса, запишем выражение для высоты неровности под j -м катком:

$$y_j = \frac{h}{2} \sin \frac{2\pi(x + l_j)}{a},$$

или

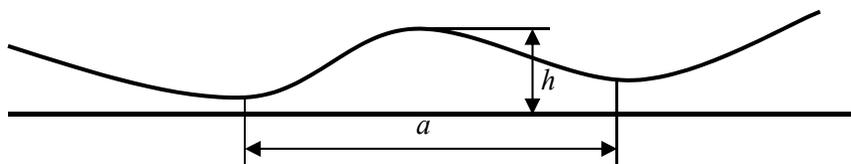


Рис. 2. Расчетный гармонический профиль пути

$$y_j = \frac{h}{2} \sin\left(\frac{2\pi x}{a} + \frac{2\pi l_j}{a}\right) = \frac{h}{2} \sin\left(\frac{2\pi vt}{a} + \alpha_j\right) = \frac{h}{2} \sin(pt + \alpha_j).$$

Таким образом,

$$y_j = \frac{h}{2} \sin(pt + \alpha_j), \quad (4)$$

где $\alpha_j = 2\pi l_j / a$.

Приняв $c_1 = c_2 = \dots = c_n = c = \text{const}$, $r_1 = r_2 = \dots = r_n = r = \text{const}$, подставим значения y_j , согласно формуле (4), в систему уравнений (2) и развернем ее правые части:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{2n} c y_j(t) &= c \frac{h}{2} \sum_{j=1}^{2n} \sin(pt + \alpha_j) = c \frac{h}{2} \sin(pt) \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j + \\ &+ c \frac{h}{2} \cos(pt) \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j; \\ \sum_{j=1}^{2n} r \dot{y}_j(t) &= rp \frac{h}{2} \sum_{j=1}^{2n} \cos(pt + \alpha_j) = rp \frac{h}{2} \cos(pt) \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j - \\ &- rp \frac{h}{2} \sin(pt) \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j; \\ \sum_{j=1}^{2n} cl_j y_j(t) &= c \frac{h}{2} \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin(pt + \alpha_j) = c \frac{h}{2} \sin(pt) \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j + \\ &+ c \frac{h}{2} \cos(pt) \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{2n} rl_j \dot{y}_j(t) &= rp \frac{h}{2} \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos(pt + \alpha_j) = \\ &= rp \frac{h}{2} \cos(pt) \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j - rp \frac{h}{2} \sin(pt) \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j. \end{aligned}$$

Выражения (5) подставим в уравнения системы (2) и, сгруппировав их по синусам и косинусам, запишем выражения для возмущений Y_z и Y_φ , действующих соответственно по обобщенным координатам z и φ на машину при движении по гармоническому профилю:

$$\begin{aligned}
 Y_z &= \\
 &= \frac{h}{2} \left(c \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j - rp \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j \right) \sin pt + \frac{h}{2} \left(c \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j + \right. \\
 &\quad \left. + rp \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j \right) \cos pt;
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 Y_\varphi &= \\
 &= \frac{h}{2} \left(c \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j - rp \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j \right) \sin pt + \\
 &\quad + \frac{h}{2} \left(c \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j + rp \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j \right) \cos pt.
 \end{aligned}$$

Каждое из выражений (6) является суммой периодических функций с одинаковой частотой, которые можно представить в виде результирующего колебания той же частоты. Амплитуды этих колебаний, отнесенные к высоте неровности, для каждого из возмущений определяют следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 Y_{zm} h / 2 &= \\
 &= \sqrt{\left(c \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j - rp \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j \right)^2 + \left(c \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j + rp \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j \right)^2};
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{\varphi m} h / 2 &= \\
 &= \sqrt{\left(c \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j - rp \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j \right)^2 + \left(c \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j + rp \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j \right)^2}.
 \end{aligned}$$

Исследуем, как изменяются амплитуды возмущений (7) в зависимости от скорости машины. Эта задача формально сводится к определению пределов

$$\lim_{v \rightarrow \infty} Y_{zm}, \lim_{v \rightarrow \infty} Y_{\varphi m}. \tag{8}$$

Амплитуды вынужденных колебаний Y_{zm} , $Y_{\varphi m}$ достигают максимума при критических частотах, близких к собственным частотам системы. Поэтому в выражениях (7) значения частоты внешнего возмущения p будем принимать равными собственным частотам вертикальных ω_z и угловых ω_φ колебаний гусеничной машины:

$$p_z = \omega_z, \quad p_\varphi = \omega_\varphi,$$

в зависимости от того, по какой из обобщенных координат будем рассматривать максимальные амплитуды возмущений:

$$\begin{aligned}
 Y_{zm}h/2 &= \\
 &= \sqrt{\left(c \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j - r \omega_z \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j\right)^2 + \left(c \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j + r \omega_z \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j\right)^2}; \\
 Y_{\varphi m}h/2 &= \\
 &= \sqrt{\left(c \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j - r \omega_{\varphi} \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j\right)^2 + \left(c \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j + r \omega_{\varphi} \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j\right)^2}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Используя уравнения (7), определим пределы стоящих в скобках выражений:

$$\begin{aligned}
 \lim_{v \rightarrow \infty} \left(c \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j - r \omega_z \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j\right) &= \\
 &= c \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j - r \omega_z \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j = 2nc - 0 = 2nc; \\
 \lim_{v \rightarrow \infty} \left(c \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j + r \omega_z \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j\right) &= \\
 &= c \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{2n} \cos \alpha_j + r \omega_z \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{2n} \sin \alpha_j = 2nc + 0 = 2nc; \\
 \lim_{v \rightarrow \infty} \left(c \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j - r \omega_{\varphi} \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j\right) &= \\
 &= c \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j - r \omega_{\varphi} \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j = c \sum_{j=1}^{2n} l_j - 0 = 0; \\
 \lim_{v \rightarrow \infty} \left(c \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j + r \omega_{\varphi} \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j\right) &= \\
 &= c \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{2n} l_j \cos \alpha_j + r \omega_{\varphi} \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{2n} l_j \sin \alpha_j = c \sum_{j=1}^{2n} l_j + 0 = 0.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Подставив полученные пределы (10) в выражения (9), найдем искомые пределы (8):

$$\lim_{v \rightarrow \infty} Y_{zm} = hnc, \quad \lim_{v \rightarrow \infty} Y_{\varphi m} = 0.$$

Таким образом, с увеличением скорости движения гусеничной машины по пересеченной местности максимальные возмущения, вы-

зывающие ее продольно-угловые колебания, становятся незначительными по сравнению с возмущениями, вызывающими вертикальные колебания.

Статья поступила в редакцию 10.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Наказной О.А., Шмаков А.Ю. Зависимость видов колебаний многоопорной транспортной машины от ее скорости. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 10. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/971.html>

Наказной Олег Алексеевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Многоцелевые гусеничные машины и мобильные роботы» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 70 публикаций в области теории движения многоцелевых гусеничных машин. e-mail: nakaznoi@gmail.com

Шмаков Александр Юрьевич родился в 1968 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1996 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Многоцелевые гусеничные машины и мобильные роботы» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 23 публикаций в области теории движения многоцелевых гусеничных машин. e-mail: shmakov@bmstu.ru