

## Управление вниманием и математическое определение воли

© А.В. Гласко, Л.Г. Садыхова, Н.Т. Вилисова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*В статье развита предложенная ранее математическая модель динамики внимания и управления вниманием, в частности, введены понятия произвольного и непроизвольного внимания, а также усилие воли. Дано математическое определение усилия воли и рассмотрено понятие силы воли как среднего значения волевых усилий на всем множестве психических процессов, в которых такие усилия целенаправленно прилагались. Результаты исследования позволяют концептуализировать процессы психического самоуправления и вносят вклад в построение их математической модели.*

**Ключевые слова:** динамика внимания, произвольное и непроизвольное внимание, управление вниманием, математическая модель внимания и воли, усилие воли, психические механизмы самоуправления.

В настоящей статье продолжается разработка предложенной ранее модели динамики внимания, при этом внимание рассматривается шире, с возможностью экстраполяции свойственных ему закономерностей на другие психические процессы, вводятся новые элементы модели, такие как произвольное и непроизвольное внимание, а также воля. Цель работы заключается в определении и моделировании механизмов психического самоуправления и саморегуляции, задачи – в разработке математической модели управления вниманием в системе мотивационно-волевых процессов и математическом определении волевого усилия. Актуальность и новизна работы состоят в концептуализации механизма волевого усилия, а также в моделировании процессов психического самоуправления.

В работе [1] предложена математическая модель динамики внимания в процессе восприятия единичного стимула (раздражителя, внешнего воздействия)  $s$ . Напомним, что суть модели состоит в следующем. Стимул (например, картинка на экране телевизора, отдельный музыкальный звук и пр.), действующий в момент времени  $t = 0$ , инициирует в психическом пространстве  $\Omega$  процесс изменения плотности внимания  $I(x, t)$ , описываемый при  $t > 0$ , уравнением

$$I_t = -\frac{\alpha}{\varphi^2 t^2} \Delta I + \frac{k(\varphi)t}{\alpha^2} \Delta I \quad (1)$$

с дополнительным («целевым») условием<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Термин «целевое условие» (или «финальное условие») используется, поскольку дополнительное условие ставится при  $t = +\infty$ ; так, его некорректно называть «начальным» [2].

$$I_{k=0}(x, +\infty) = \delta(x - \xi) \quad (2)$$

при  $t < 0$   $I(x, t) \equiv 0$ . Здесь  $x \in R^n$  – точка психического пространства  $\Omega$ ;  $t$  – время, мс;  $\xi$  – точка, в которой действует стимул (точнее, точка проекции стимула в  $\Omega$ , поскольку стимул действует в физическом пространстве, а не в психическом);  $\varphi$  – интенсивность стимула (например, если стимул – монохроматический звуковой импульс, то  $\varphi$  – величина звукового давления в относительных единицах, т. е. характеристика определяющая громкость звука);  $\alpha$  – постоянный положительный коэффициент размерности времени, мс;  $I_t = \frac{\partial I}{\partial t}$ ;  $\Delta$  – оператор Лапласа. Коэффициент  $k(\varphi)$  находится из некоторого трансцендентного уравнения [3]. Под *психическим (гипернейронным) пространством* подразумевается параметрическое пространство характеристик  $\Omega = R^n$  ( $n$ -мерное линейное пространство), в котором осуществляется описываемый процесс восприятия, т. е. пространство, в качестве точки которого может быть представлен воспринимаемый стимул. Например, в случае когда стимул – вспышка сигнальной лампы на плоской панели [4], психическое пространство двумерно ( $n = 2$ ) и подобно плоскости панели. При этом, психическое пространство, вообще говоря, не тождественно этой плоскости, поскольку является некоторым ее перцептивным аналогом (панель в восприятии индивида). Это означает, что метрика  $r_0$  на панели и метрика  $r$  в  $\Omega$  отличаются постоянным множителем  $M_r$ :

$$r = M_r r_0.$$

Этот множитель имеет размерность 1/м (в системе СИ), так что расстояние в  $\Omega$  безразмерно и является вспомогательным параметром, учитывающим различие в специфике восприятия индивидов (субъективные особенности восприятия).

Решение задачи (1), (2) имеют вид

$$I(x, t) = \frac{1}{2\pi D(t)} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{2D(t)}}, \quad t > 0,$$

где

$$D(t) = \frac{2\alpha}{\varphi^2 t} + \frac{k(\varphi)}{\alpha^2} t^2$$

и представляет собой процесс, в котором внимание сначала концентрируется в точке  $\xi$ , отвечающей раздражителю, а затем в некоторый

момент  $t_m$  (определяемый условием  $D'(t) = 0$ ) концентрация достигает максимума и сменяется рассеянием. Другими словами, раздражитель вызывает в окрестности, соответствующей ему в  $\Omega$  точки  $\xi$ , кратковременный всплеск внимания, или кратковременное возбуждение.

Разрабатываемую модель динамики внимания можно экстраполировать и на произвольные психические процессы (воспоминания, воображение, мышление, психомоторные реакции). Различие между восприятием и другими психическими функциями состоит в том, что в первом случае процесс инициируется внешним стимулом  $s$ , а во втором – неким внутренним стимулом  $\bar{s}$ , т. е. стимулом, порождаемым самой внутренней психической деятельностью индивида. Динамика внимания описывается при этом тем же уравнением (1). Плотность внимания в предложенной модели психических процессов рассматривается как основная функция, характеризующая психическое состояние индивида и выражающая интенсивность протекания психического процесса. Многие характеристики психического состояния индивида, описываемые такими фундаментальными понятиями психологии, как сознание и бессознательное, мотивация (желание), избирательное внимание и сосредоточение внимания, интенсивность ощущения или глубина впечатления и пр., определяются, с точки зрения математики, через плотность внимания (обычно в виде ее функционалов). Например, некая ситуативная мотивация – желание события  $s$  в момент времени  $t$  определяется как

$I(0, t)$  – величина плотности внимания в точке  $\xi$ , соответствующей проекции этого события в пространство  $\Omega$  в ожидании его появления<sup>2</sup>.

Очевидным недостатком данной модели является то, что динамика внимания в ней рассматривается как полностью определяемая внешним или внутренним стимулом. Например, если студент смотрит интересный фильм (или увлечен воспоминаниями о летних каникулах), то он никак не сможет от этого оторваться, хотя ему нужно выполнять домашнее задание. На самом деле, кроме внешних и внутренних стимулов существует феномен *воли*, и если даже фильм очень увлекательный, студент может усилием воли, вопреки своему желанию, заставить себя выключить телевизор и заняться выполнением домашнего задания. В настоящей работе в развиваемую математическую модель включается понятие воли. Для этого, прежде всего, необходимо ввести различие между произвольным и непроизвольным вниманием.

<sup>2</sup> Плотность внимания по определению есть величина, пропорциональная повышению возбудимости [1].

Как известно, произвольное и непроизвольное внимание [2] определяются следующим образом. *Непроизвольное* внимание не требует каких-либо усилий со стороны индивида. Стимул сам по себе привлекает внимание, и динамика внимания (степень концентрации, скорость концентрации и прочие возможные характеристики), т. е. вид функции  $I(x, t)$  определяется только интенсивностью стимула. *Произвольное* внимание концентрируется на стимуле не за счет воздействия стимула на индивида, а за счет *волевого усилия* индивида. Например, если зритель сидит в зале кинотеатра, и фильм ему интересен, происходящие на экране события захватывают его – это непроизвольное внимание. Когда же студент находится на лекции, ему часто приходится прилагать усилия воли для того, чтобы сосредоточить внимание на излагаемом материале, аналогично любой другой трудовой деятельности – это произвольное внимание.

*Волю* можно определить как свойство человека, заключающееся в саморегуляции им своей деятельности и различных психических процессов [6].

Уравнение (1) описывает непроизвольное внимание. Динамику произвольного внимания при восприятии внешнего объекта (или в других психических процессах) будем описывать так же уравнением (1), но при этом процесс инициируется уже не внешним стимулом  $s$ , а неким внутренним стимулом  $\tilde{s}$  (создаваемым самой психической деятельностью индивида), действующим в момент времени  $t = \tilde{t}$ . Этот внутренний стимул проецируется в ту же точку  $\xi$  пространства  $\Omega$ , что и  $s$  и является в данной модели выражением воли индивида. Интенсивность стимула  $\tilde{s}$  обозначим  $\tilde{\varphi}$  и назовем *усилием воли (приложенной волей)*. Таким образом, динамика произвольного внимания при  $t > \tilde{t}$  описывается уравнением

$$I_t = -\frac{\alpha \Delta I}{\tilde{\varphi}^2 (t - \tilde{t})^2} + \frac{k(\tilde{\varphi})}{\alpha^2} (t - \tilde{t}) \Delta I \quad (5)$$

с целевым условием (2) (при  $t < \tilde{t}$   $I(x, t) \equiv 0$ ). Усилие воли является функционалом плотности произвольного внимания и может быть найдено по процессу  $I(x, t)$  (обратная задача), например, методом подбора (сопоставляя теоретические процессы с экспериментами при различных значениях  $\tilde{\varphi}$ ).

В общем случае при восприятии стимула может быть задействовано как произвольное, так и непроизвольное внимание. Совокупное внимание, уделяемое стимулу, будем описывать как сумму произвольного и непроизвольного внимания:

$$I(x, t) = I^{(\text{непроизв})}(x, t) + I^{(\text{произв})}(x, t).$$

Так, своевременное усилие воли (в простейшем случае,  $\tilde{t} = 0$ ) ведет к усилению концентрации внимания индивида на стимуле.

Аналогично понятие воли вводится для других высших психических функций (воспоминания, воображение, мышление, психомоторные процессы). Например, когда спортсмен, преодолевая усталость, поднимает штангу, он усилием воли концентрирует произвольное внимание на моторной команде мышцам рук, ног и пр., чтобы выполнить это действие, иницируя психомоторный процесс, описываемый уравнением (3). Отметим, что этот пример в понятном смысле противоположен рассматриваемому в начале работы примеру с восприятием. Если там мы пренебрегали произвольным вниманием:

$$I^{(\text{произв})}(x, t) \equiv 0, \quad I(x, t) = I^{(\text{непроизв})}(x, t),$$

то здесь мы имеем дело с другим крайним случаем:

$$I^{(\text{непроизв})}(x, t) \equiv 0, \quad I(x, t) = I^{(\text{произв})}(x, t).$$

Подчеркнем, что специфика стимула  $\tilde{s}$  состоит не в том, что это внутренний стимул (внутренних стимулов много – воспоминания и пр.), а в том, что это *особый, вспомогательный* внутренний стимул, *усиливающий концентрацию внимания* на других внешних и внутренних стимулах. Таким образом, все множество стимулов можно разбить на три подмножества: внешних стимулов  $s$ , обычных внутренних стимулов  $\bar{s}$  и воля  $\tilde{s}$ :  $\Sigma = s \cup \bar{s} \cup \tilde{s}$ .

Заметим, что поскольку волевое усилие определяет степень концентрации произвольного внимания на стимуле  $s$ , для его косвенной количественной оценки можно также использовать непосредственно измеримую величину, равную максимальному значению плотности произвольного внимания в точке проекции стимула  $s$  за время протекания процесса  $I(x, t)$  при условии  $\tilde{t} = 0$ :

$$w = I_{\text{max}}^{(\text{произвольн})} = I^{(\text{произвольн})}(0, t_m), \quad (4)$$

где  $t_m$  – момент времени, соответствующий максимальной концентрации внимания.

Если волевое усилие является характеристикой психического состояния индивида, то сила воли – это характеристика индивида. *Сила воли* есть способность индивида к приложению воли (способность концентрировать произвольное внимание на стимуле). Сила воли может быть определена как среднее значение волевых усилий на всем множестве психических процессов, в которых такие усилия целенаправленно прилагались:

$$W = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tilde{\Phi}_k.$$

При достаточно большом  $n$  и репрезентативной выборке психических процессов

$$W \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tilde{\Phi}_k.$$

Можно также использовать более простую количественную оценку силы воли:

$$\tilde{W} \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n w_k,$$

где величины  $w_k$  для отдельных психических процессов определяются формулой (4).

Поскольку плотность внимания есть основная характеристика любого психического процесса, выражающая его интенсивность, следовательно, сформулированное в настоящей работе математическое определение воли вполне соответствует упомянутому выше определению [6]. При этом саморегуляция сводится к управлению вниманием, которое осуществляется путем усиления интенсивности выбранного психического процесса (за счет одновременного уменьшения интенсивности других процессов, из-за селективности внимания) с помощью стимула  $\tilde{s}$ . Например, студент усилием воли концентрирует внимание на чтении лекции, преодолевая таким образом мотивацию отдыха (желание включить телевизор и т. п.).

Подводя итоги, можно отметить следующее. В статье продолжена разработка модели динамики внимания, с учетом фактора воли (произвольное и произвольное внимание), дается математическое определение усилия воли при произвольном внимании, а также концептуализируется понятие силы воли как способности управлять вниманием, с экстраполяцией этого понятия на другие психические процессы.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гласко А.В. Модель динамики внимания в процессе восприятия. *Журн. высш. нервн. деят. им. И.П. Павлова*, 2008, т. 58, № 6.
- [2] Добрынин Н.Ф. Внимание. *Большая Советская энциклопедия*. Т. 5. Москва, Изд-во «Советская энциклопедия», 1971, с. 473.
- [3] Гласко А.В. Синтез закона индукции Павлова и психофизического закона Стивенса в динамическом уравнении процесса восприятия. *Тр. международной конференции «Интеллектуальные системы»*. Москва, 2005. Т. 2. с. 166-174.

- [4] Гласко А.В. К вопросу об обращении времени в уравнении теплопроводности. Необратимые процессы в природе и технике. *Тез. докладов Третьей Всероссийской конференции*. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005, с. 130–131.
- [5] Наатанен Р. *Внимание и функции мозга*. Москва, Изд-во МГУ, 1998, 600 с.
- [6] Карпенко Л.А. Воля. *Психология. Словарь*. Москва, ПОЛИТИЗДАТ, 1991, с. 62–63.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Гласко А.В., Садыхова Л.Г., Вилисова Н.Т. Управление вниманием и математическое определение воли. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/social/969.html>

**Гласко Андрей Владленович** родился в 1973 г., кончил МИРЭА в 1996 г. Канд. физ.-мат наук, доцент кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 35 печатных работ. Область научных интересов: математическое моделирование. e-mail: [petronyi@mail.ru](mailto:petronyi@mail.ru).

**Садыхова Лала Гуламовна** родилась в 1971 г., окончила МГУ им. М.В. Ломоносова в 1998 г. Канд. культурологии, доцент кафедры «Социологии и культурологии» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 48 печатных работ. Область научных интересов: теория межкультурной коммуникации, модели коммуникации, методы исследования социокультурных процессов. e-mail: [lala\\_sad@inbox.ru](mailto:lala_sad@inbox.ru).

**Вилисова Нина Трофимовна** родилась в 1938 г., окончила Абаканский государственный педагогический институт в 1961 г. Канд. техн. наук, заместитель заведующего кафедрой «Высшая математика» по учебной работе МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 40 печатных работ. Область научных интересов: математическое моделирование.