

Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов

В.М. Дубровин, Т.А. Бутина

МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва, 105005, Россия

Конструкционный материал рассматривается как сочетание упругих и пластичных элементов, соединенных определенным образом. На основании анализа различных моделей упругопластичного деформирования конструкционного материала при длительном нагружении была выбрана трехэлементная модель, для которой предложен закон, описывающий зависимость скорости деформации ползучести от времени нагружения. В качестве примера рассмотрена ползучесть алюминий-магниевого сплава.

Ключевые слова: ползучесть материала, упругий элемент, пластический элемент, трехэлементная модель, упругопластическая деформация.

Введение. Одним из способов описания процесса ползучести материала является представление материала в виде сочетания элементарных упругих и пластических элементов. При этом упругий элемент считается подчиняющимся закону Гука $\sigma_y = E\varepsilon$, в пластическом элементе напряжение σ пропорционально скорости деформации $\sigma_{\text{п}} = K\dot{\varepsilon}$. Здесь E – модуль упругости материала; ε – относительная деформация; K – коэффициент вязкости или коэффициент внутреннего сопротивления деформации; $\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации.

Структура модели материала. Для установления характера закона деформирования материала можно рассматривать его как структуру, состоящую из упругих и пластических элементов, соединенных определенным образом [1–3]. При этом, если упругий и пластический элементы соединяются параллельно (рис. 1), модель носит название модели Фойгта. Условия деформации материала в этом случае определяются следующим образом: считая деформацию в обоих элементах одинаковой, получим закон деформирования простого нерелаксирующего тела

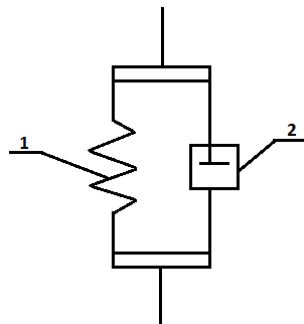


Рис. 1. Модель Фойгта:

1 – упругий элемент;
2 – пластический элемент

$$\sigma = \sigma_y + \sigma_{\text{п}} = E\varepsilon + K\dot{\varepsilon}. \quad (1)$$

В случае $\sigma = \text{const}$ и $\varepsilon(0) = 0$ из соотношения (1) получим

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \left(1 - e^{-\frac{Et}{K}} \right). \quad (2)$$

Отношение $\frac{K}{E}$ называется временем запаздывания деформации.

Зависимость деформации ползучести от времени для рассматриваемой модели в соответствии с формулой (1) представлена на рис. 2.

Если упругий и пластический элементы соединены последовательно (рис. 3) модель называется моделью Максвелла. В этом случае напряжение в обоих элементах одинаково, а деформации различны, тогда справедливы следующие соотношения:

$$\sigma_{\text{п}} = K \dot{\varepsilon}_{\text{п}}, \quad \sigma_{\text{у}} = E \varepsilon_{\text{у}}, \quad \varepsilon = \varepsilon_{\text{у}} + \varepsilon_{\text{п}},$$

где $\varepsilon_{\text{у}}$, $\varepsilon_{\text{п}}$ – деформация упругого и пластического элементов соответственно.

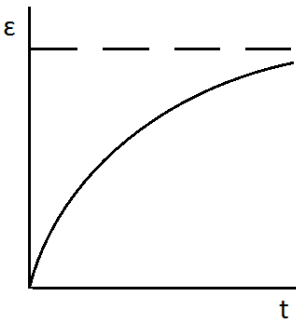


Рис. 2. Деформация ползучести для модели Фойгта

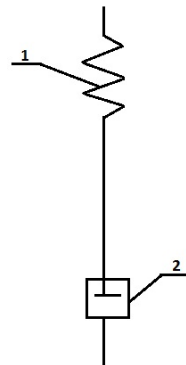


Рис. 3. Модель Максвелла
1 – упругий элемент; 2 – пластический элемент

Исключив $\varepsilon_{\text{у}}$ и $\varepsilon_{\text{п}}$, получим

$$\sigma + n\dot{\sigma} = K\dot{\varepsilon}, \quad (3)$$

где $n = \frac{K}{E}$ – постоянная величина, называемая временем релаксации.

В случае $\sigma = \text{const}$ из соотношения (3) получим

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\sigma}{K} t. \quad (4)$$

Зависимость деформации ползучести от времени для рассмотренной модели в соответствии с (4) представлена на рис. 4.

Трехэлементная модель упругопластического элемента и кривая ползучести материала. Точнее описать поведение материала под нагрузкой можно при помощи более сложных сочетаниях упругих и пластических элементов. Так, если соединить два упругих и один пластический элемент, причем упругие элементы соединить последовательно (рис. 5), получим следующую систему уравнений, описывающих процесс деформирования материала:

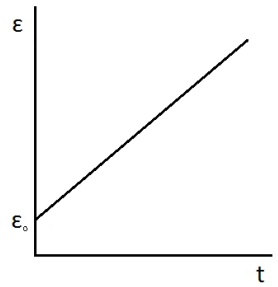


Рис. 4. Деформация ползучести для модели Максвелла

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_{y2}, K\dot{\varepsilon}_n = \sigma_n, \\ \sigma_n + \sigma_{y2} &= \sigma_{y1} = \sigma, E_1\varepsilon_{y1} = \sigma_{y1}, \\ \varepsilon_{y1} + \varepsilon_{y2} &= \varepsilon, E_2\varepsilon_{y2} = \sigma_{y2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где σ_{y1} , E_1 , ε_{y1} – напряжение, модуль упругости и деформация 1-го упругого элемента; σ_{y2} , E_2 , ε_{y2} – напряжение, модуль упругости и деформации 2-го упругого элемента.

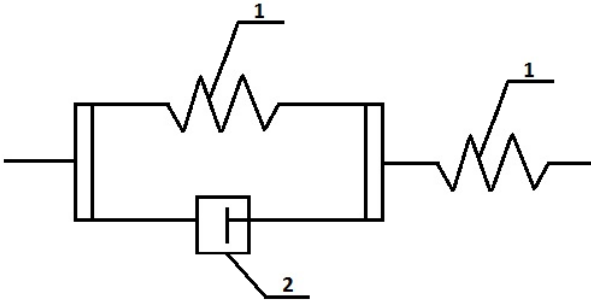


Рис. 5. Трехэлементная модель с последовательным соединением элементов:
1 – упругий элемент; 2 – пластический элемент

Исключив из (5) напряжения и деформации, относящиеся к отдельным элементам, получим закон деформирования модели

$$E_1K\dot{\varepsilon} + E_1E_2\varepsilon = K\sigma + (E_1 + E_2)\sigma. \quad (6)$$

Если в трехэлементной модели упругие элементы соединить параллельно (рис. 6), то получим следующую систему уравнений, описывающих процесс деформирования материала:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_{y2}, K\dot{\varepsilon} = \sigma_n, \\ \sigma &= \sigma_n + \sigma_{y1}, E_1\varepsilon_{y1} = \sigma_{y1}, \\ \varepsilon &= \varepsilon_{y1} = \varepsilon_n + \varepsilon_{y2}, E_2\varepsilon_{y2} = \sigma_{y2}. \end{aligned} \quad (7)$$

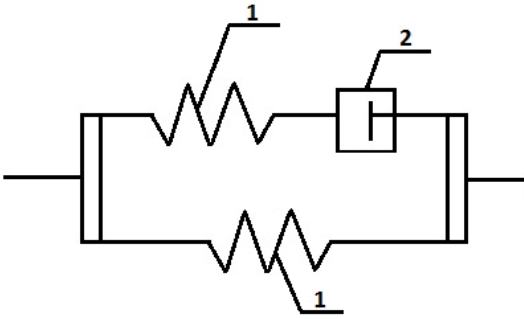


Рис. 6. Трехэлементная модель с параллельным соединением элементов:

1 – упругий элемент; 2 – пластический элемент

Тогда закон деформирования модели будет иметь вид

$$K(E_1 + E_2)\dot{\varepsilon} + E_1E_2\varepsilon = K\dot{\sigma} + E_2\sigma. \quad (8)$$

По виду уравнение (8) совпадает с уравнением (6), отличаясь значением коэффициентов.

Могут быть использованы и более сложные модели, которые в общем случае делятся на три типа:

- модели с непрерывной пластической связью, у которых мгновенный скачок напряжений не сопровождается мгновенным скачком деформаций (модели типа Фойгта, рис. 7);
- модели, не имеющие непрерывной упругой и пластической связи, которые при постоянной нагрузке деформируются неограниченно (модели типа Максвелла, рис. 8);
- модели, имеющие непрерывную упругую связь, но не имеющие непрерывной пластической связи (модели типа Кельвина, рис. 9).

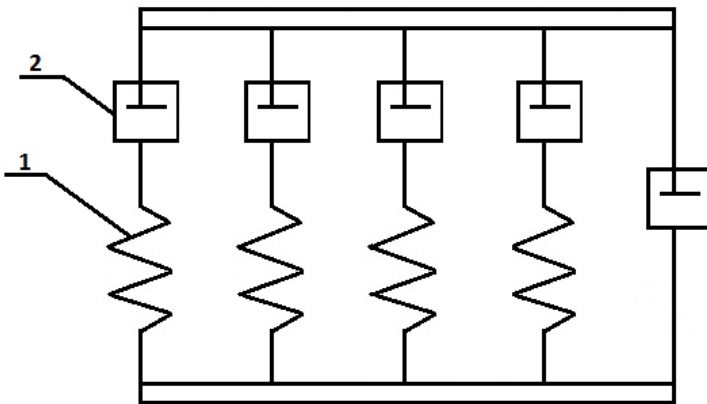


Рис. 7. Сложная модель типа Фойгта:

1 – упругий элемент; 2 – пластический элемент

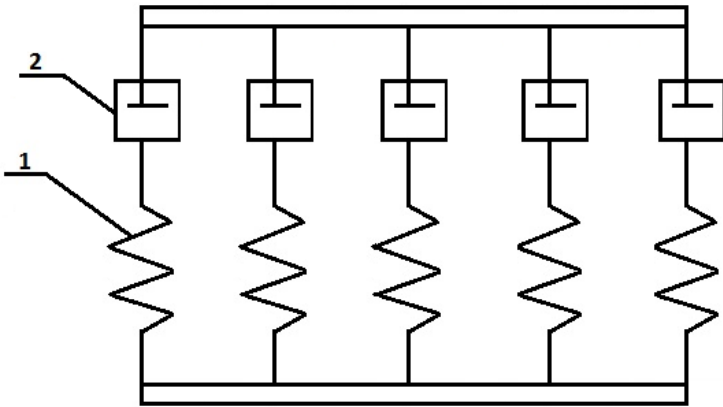


Рис. 8. Сложная модель типа Максвелла:

1 – упругий элемент; 2 – пластический элемент

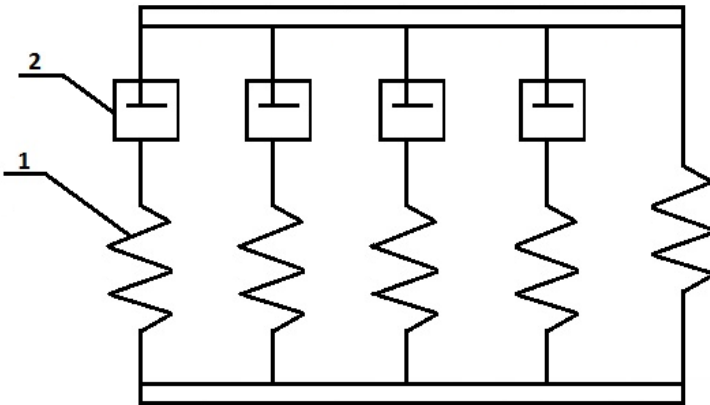


Рис. 9. Сложная модель типа Кельвина:

1 – упругий элемент; 2 – пластический элемент

Такие модели допускают взаимную трансформацию. Если например, в модели Максвелла положить бесконечности модуль упругости одного или нескольких упругих элементов, получим модуль Фойгта, если положить бесконечности коэффициент вязкости одного или нескольких пластических элементов, получим модель Кельвина.

Как показано в работах [4–8], переход к сложным моделям почти не вносит существенных поправок в закон деформирования, поэтому для практического применения целесообразно использовать трехэлементную модель упругопластического элемента, показанную на рис. 5 и 6. В этом случае закон деформирования может быть принят в следующем виде:

$$En\dot{\varepsilon} + H\varepsilon = n\sigma = \sigma, \quad (9)$$

где $E = E_1$; $H = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$; $n = \frac{K}{E_1 + E_2}$ – для последовательного соединения упругих элементов и $E = E_1 + E_2$; $H = E_1$; $n = \frac{K}{E_2}$ – для параллельного.

Решая уравнение (9) при $\sigma = \text{const}$, получим

$$\varepsilon = ce^{-\frac{H}{En}} + \frac{\sigma}{H}.$$

При начальных условиях $\varepsilon(0) = \varepsilon_0$, $\sigma(0) = \sigma = \text{const}$

$$\varepsilon = \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma}{H} \right) e^{-\frac{H}{En}} + \frac{\sigma}{H}. \quad (10)$$

График зависимости деформации от времени имеет вид, показанной на рис. 10. В отличие от модели Фойгта (см. рис. 2), здесь имеется начальная деформация, появляющаяся в момент приложения нагрузки. С течением времени деформация асимптотически приближается к величине $\frac{\sigma}{H}$.

Экспериментальные данные. Закон деформирования трехэлементной модели упругопластического материала достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными, полученными при растяжении стержней постоянной нагрузкой [9].

Результаты эксперимента определяют общий вид кривой ползучести, представленной на рис. 11, которая имеет следующие характерные особенности:

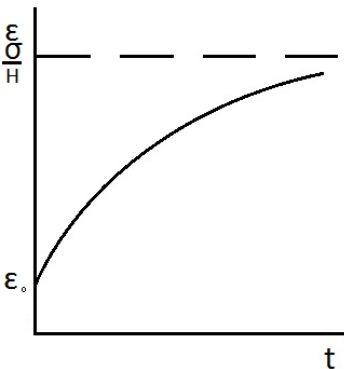


Рис. 10. Деформация ползучести для трехмерной модели

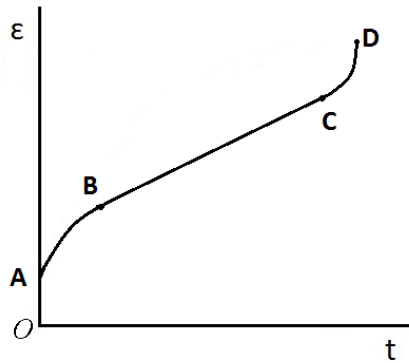


Рис. 11. Общий вид кривой ползучести материала

- при нагружении стержней получим мгновенную деформацию (отрезок OA), которая в зависимости от нагрузки может быть упругой или упругопластической;

- отрезок AB характеризуется убыванием скорости деформации и называется первым (переходимым) периодом ползучести. Длительность его относительно невелика;

- отрезок BC характеризуется практически постоянной скоростью ползучести и называется вторым периодом ползучести (периодом установившейся ползучести), когда скорость ползучести минимальна, и период весьма длительный по времени;

- отрезок CD характеризуется увеличением скорости деформации и последующим разрушением образца.

В качестве конструкционного материала рассматриваются различные модификации алюминивно-магниевых сплавов. Для этих материалов определим зависимость ползучести от времени нагружения, используя результаты эксперимента. Изменение скорости деформации ползучести указанных материалов от времени нагружения при нормальной температуре в соответствии с (10) может быть приближенно описано степенной зависимостью

$$\dot{\varepsilon} = B\sigma^m, \quad (11)$$

где B , m – постоянные коэффициенты для данного материала при определенной температуре.

Тогда, $\lg \dot{\varepsilon} = \lg B_1 + m \lg \sigma$, что показывает линейную зависимость между логарифмами скорости деформации ползучести и напряжения. Величины коэффициентов B и m можно установить, располагая кривыми ползучести материала при определенной температуре и различных напряжениях. Для этого по кривым ползучести определяются минимальные скорости ползучести, наносятся на логарифмическую сетку (рис. 12) и проводится прямая, аппроксимирующая опытные точки. По выбранной на этой прямой по двум произвольным точкам M_1 и M_2 , координаты которых $(\lg \varepsilon_1, \lg \dot{\varepsilon}_1)$ и $(\lg \varepsilon_2, \lg \dot{\varepsilon}_2)$ соответственно, находят

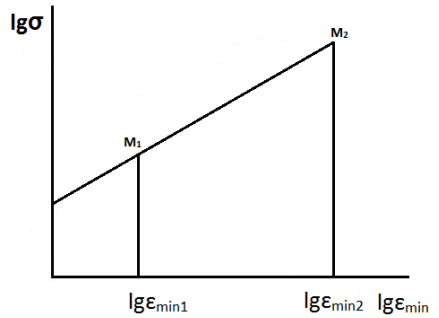


Рис. 12. Логарифмическая зависимость скорости деформации ползучести от напряжения

$$m = \frac{\lg \frac{\dot{\varepsilon}_2}{\dot{\varepsilon}_1}}{\lg \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}, \quad \lg B = \lg \dot{\varepsilon}_i - m \lg \sigma_i.$$

Так, при растяжении образца, выполненного из алюминиево-магниевого сплава, при температуре 18 °С коэффициенты B и m , определенные по методу наименьших квадратов, будут следующими:

$$B = 9,126 \cdot 10^{-39} \left(\frac{\text{см}^2}{\text{кг}} \right)^m \text{сут}^{-1}; \quad m = 9,49.$$

Для этого же сплава при тех же условиях, но при сжатии образца

$$B = 1,148 \cdot 10^{-10} \left(\frac{\text{см}^2}{\text{кг}} \right)^m \text{сут}^{-1}; \quad m = 1,164.$$

Эти данные показывают, что деформация ползучести при сжатии обнаруживается при меньших напряжениях, чем при растяжении и деформация ползучести при этом в несколько раз больше, чем при растяжении.

Для оценки ползучести материала при длительном нагружении проводились экспериментальные исследования ползучести и длительной прочности мягкого алюминиево-магниевого сплава и после гартования. Испытания проводились на плоских образцах при нормальной температуре, кривые ползучести и зависимости скорости ползучести от напряжения представлены на рис. 13 и 14. Коэффициенты, характеризующие скорость ползучести в зависимости от уровня нагрузки в соответствии с приведенными графиками,

$$\text{для мягкого сплава } B = 6 \cdot 10^{-25} \left(\frac{\text{см}^2}{\text{кг}} \right)^m \text{сут}^{-1}; \quad m = 6,15;$$

$$\text{для нагартованного сплава } B = 1,5 \cdot 10^{-31} \left(\frac{\text{см}^2}{\text{кг}} \right)^m \text{сут}^{-1}; \quad m = 7,94.$$

При этом следует иметь в виду, что коэффициенты, определяющие ползучесть материала, существенно зависят от химического состава и технологии изготовления материала, а также внешних условий проведения экспериментов (температура, влажность, агрессивность среды). Поэтому условия эксперимента должны соответствовать реальным условиям работы конструкции.

Явление ползучести конструкционных материалов может существенным образом влиять на надежность и работоспособность конструкции при длительном нагружении [10]. Это следует учитывать при назначении гарантийных сроков эксплуатации конструкции.

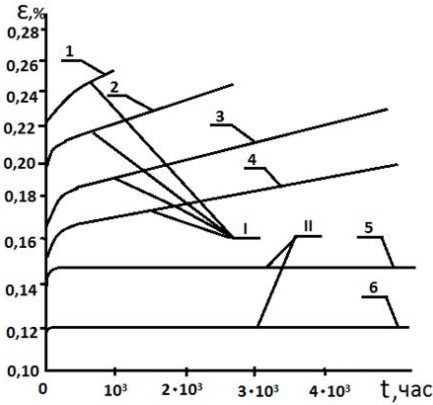


Рис. 13. Кривые ползучести алюминиевого сплава:

I – сплав мягкий, II – сплав нагартованный: $\sigma = 24 \text{ кг/мм}^2$ (1); $\sigma = 15 \text{ кг/мм}^2$ (2); $\sigma = 11 \text{ кг/мм}^2$ (3); $\sigma = 10 \text{ кг/мм}^2$ (4); $\sigma = 10 \text{ кг/мм}^2$ (5); $\sigma = 7 \text{ кг/мм}^2$ (6)

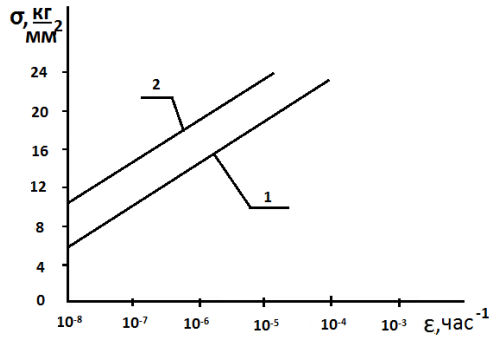


Рис. 14. Зависимость скорости ползучести алюминиевого сплава от напряжения

1 – сплав мягкий; 2 – сплав нагартованный

Выводы. В работе рассмотрены основные модели упругопластического деформирования материала при длительном нагружении. В качестве основной предложена трехэлементная модель упругопластического элемента, для которого получен степенной закон зависимости деформации ползучести от времени нагружения.

Для указанной модели и степенного закона деформирования материала получена линейная зависимость между логарифмами скорости деформации ползучести и напряжения, и на этой основе предложен метод определения показателей этого закона. В качестве примера получены коэффициенты закона ползучести для различных модификаций алюминиево-магниевого сплава.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гольденблат И.А., Копнов В.А. *Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1968, 192 с.
- [2] Качанов Л.М. *Теория ползучести*. Москва, Физматгиз, 1960, 455 с.
- [3] Ржаницын А.Р. *Теория ползучести*. Москва, Стройиздат, 1968, 419 с.
- [4] Работнов Ю.Н. *Проблема механики деформируемого твердого тела*. Москва, Наука, 1991, 194 с.
- [5] Жилин П.А. *Актуальные проблемы механики*. Санкт-Петербург, Институт машиноведения РАН, 2006, 306 с.
- [6] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды Т. 2: Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды*. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 560 с.
- [7] *Справочник металлурга по цветным металлам*. Москва, Металлургия, 1971, 560 с.

- [8] Садыхов Г.С., Савченко В.П., Елисеева О.В. Основы оценок остаточного ресурса изделий. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специальный выпуск «Математическое моделирование»*. Серия Естественные науки, 2011, с. 83–99.
- [9] Плюваж Г. *Механика упругопластического разрушения*. Москва, Мир, 1993, 448 с.
- [10] Сиратори М. *Вычислительная механика разрушения*. Москва, Мир, 1986, 334 с.
- [11] Cheng C.H., Chang M.H. Shape Identification by Inverse Heat Transfer Method. *J., Heat Transfer*, 2003, vol. 125, (2), pp. 224–231.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/material/960.html>

Дубровин Виктор Митрофанович родился в 1935 г., окончил механико-математический факультет Саратовского Государственного Университета в 1958 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика». Специалист в области прочности, устойчивости деформируемых систем. Автор более 120 печатных работ. e-mail: vmubrovin@mail.ru.

Бутина Татьяна Александровна родилась в 1950 г., окончила Московский физико-технический институт в 1974 г. Доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика». Специализируется в области прочности и устойчивости деформируемых систем. e-mail: butina_ta@mail.ru