

Моделирование взаимодействия цилиндрических тел с покрытиями при износе и тепловыделении

© Е.А. Губарева, Т.Ю. Мозжорина, А.Н. Щетинин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложена схема контакта цилиндрических тел с упругими мягкими покрытиями, позволяющая учитывать явления, протекающие в области контакта. С помощью выражения для описания нелинейного трения цилиндрических поверхностей получена формула для температуры в области контакта.

Ключевые слова: покрытие, трение, тепловыделение, контактное давление, контактная температура.

Введение. В сходной постановке задача была сформулирована в работе [1], в [2] предложена еще одна формула для вычисления зависимости коэффициента трения от контактного давления. В качестве развития задачи, рассмотренной в [2], можно ставить вопрос о взаимодействии не контактирующих плоских поверхностей, а поверхностей другого типа: в настоящей работе – цилиндрических тел. Такое взаимодействие часто встречается в инженерной практике.

Постановка задачи о контактом взаимодействии двух тел с тонкими мягкими покрытиями. Рассматривается движение поршня в цилиндре. Возможны два варианта движения: поступательное и вращательное. Поступательное происходит с постоянной скоростью V , вращательное – с постоянной угловой скоростью ω . Пусть на цилиндр нанесено покрытие 1 начальной толщиной h_{10} , а на поршень – покрытие 2 начальной толщиной h_{20} ; механические и теплофизические характеристики покрытий различны – механические характеристики собственно цилиндра и поршня значительно превосходят характеристики покрытий так, что тела по сравнению с их покрытиями можно считать абсолютно жесткими; радиусы цилиндра и поршня намного превосходят толщины покрытий h_{10} и h_{20} , таким образом, покрытия можно считать относительно тонкими.

В близкой постановке задача рассматривалась в [3–6].

Используя принцип «микроскопа» [7], «растянем» окрестность какой-либо точки внутри области контакта и представим схему контакта тел с покрытиями, как это показано на рисунке.

Оси координат расположим так, что ось z – ось симметрии цилиндра с поршнем. Динамическими эффектами будем пренебрегать.

Обозначим через $q(t)$ контактное давление в момент времени t , в силу принципа «микроскопа» его можно считать не зависящим от координаты z .

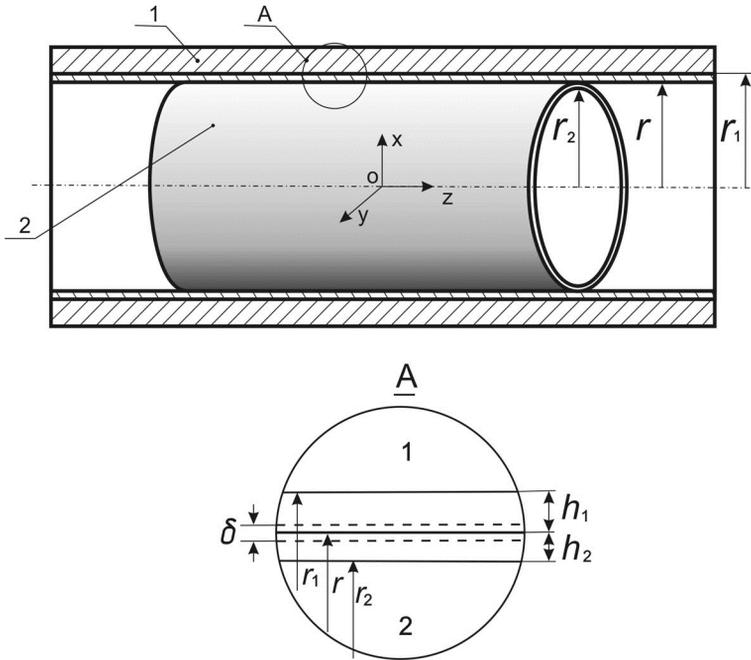


Схема контакта цилиндрических тел с покрытиями:

1 – цилиндр; 2 – поршень; h_1 – толщина покрытия цилиндра; h_2 – толщина покрытия поршня; δ – толщина «третьего слоя»

Процесс предполагаем квазистационарным.

Допустим, что в области контакта возникают силы трения $\tau(t)$, связанные с контактным давлением $q(t)$ нелинейной зависимостью $\tau = k(q, T)$.

Примем в качестве $k(q, T)$ следующую функцию:

$$k(q, T) = \tau_* \left\{ \left[1 - \exp\left(-\frac{k_1 q}{\tau_*}\right) \right] + \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) T^* \left[1 - \exp\left(-\frac{k_2 q}{\tau_*}\right) \right] \right\}. \quad (1)$$

Здесь τ_* – минимальное из касательных напряжений текучести материалов покрытий; k_1, k_2 – коэффициенты трения материалов покрытий; T^* – контактная температура. Коэффициенты

$$\beta_1 = (1 + \nu_1)(1 - \nu_1)^{-1} \alpha_1,$$

$$\beta_2 = (1 + \nu_2)(1 - \nu_2)^{-1} \alpha_2,$$

где ν_1, ν_2 – коэффициенты Пуассона материалов покрытий; α_1, α_2 – коэффициенты линейного расширения материалов покрытий.

Вследствие трения в области контакта происходит изменение толщин покрытий за счет износа поверхностей покрытий и термоупругих деформаций.

Обозначим текущие значения толщин покрытий $h_1(t)$ и $h_2(t)$ и радиусы цилиндра и поршня r_1 и r_2 соответственно. Пренебрегая величиной зазора между деталями, радиус в области контакта $r = r_1 - h_1(t) = r_2 + h_2(t)$.

Износ будем считать абразивным, тогда известно, что перемещения, возникающие вследствие износа пропорциональны работе сил трения и, следовательно, изменение толщин покрытий произойдет соответственно на их значения при поступательном движении [8]:

$$v_{1*}(t) = -l_1 \int_0^t V \tau d\zeta = -l_1 V \int_0^t k(q, T) d\zeta,$$

$$v_{2*}(t) = l_2 \int_0^t V \tau d\zeta = l_2 V \int_0^t k(q, T) d\zeta,$$

где l_1, l_2 – коэффициенты износостойкости материалов покрытий.

Аналогичные формулы можно получить для вращательного движения:

$$v_{1*}(t) = -l_1 \int_0^t \omega r \tau d\zeta = -l_1 \omega r \int_0^t k(q, T) d\zeta,$$

$$v_{2*}(t) = l_2 \int_0^t \omega r \tau d\zeta = l_2 \omega r \int_0^t k(q, T) d\zeta.$$

Вследствие трения в области контакта происходит также тепловыделение. Если пренебречь малой долей мощности работы сил трения, идущей на износ покрытий и на приращение мощности их упругой энергии, то количество теплоты, выделяемое в единицу времени на единицу площади контакта, можно представить следующим соотношением:

$$Q = V \tau(t) = V k(q, T). \quad (2)$$

В случае вращательного движения

$$Q = \omega r \tau(t) = \omega r k(q, T). \quad (3)$$

Износ – медленно протекающий процесс, поэтому будем считать, что функции $q(t)$, $\tau(t)$, $h_1(t)$, $h_2(t)$ являются медленно меняющимися.

Определение контактной температуры. В контактной задаче с учетом износа и тепловыделения от трения представляет интерес определение контактных температур поверхностей покрытий. Для этого предположим, что давление задано, и рассмотрим задачу теплопроводности для тел с покрытиями при наличии источников теплоты в зоне их контакта. Поскольку $q(t)$ изменяется медленно, то процесс теплопроводности можно считать квазистационарным. Кроме того, примем допущение, что свойства покрытий неизменны по всей контактной поверхности, что определяет направление градиента температурного поля вдоль радиуса цилиндрических тел.

Уравнение теплопроводности в несжимаемой среде имеет вид

$$C\gamma\left(\frac{\partial T}{\partial t} + V \cdot \text{grad}T\right) = \text{div}(\lambda \cdot \text{grad}T) + f, \quad (4)$$

где T – температура; λ – коэффициент теплопроводности; f – объемная плотность распределенных в нем источников теплоты; V – скорость; C – массовая теплоемкость; γ – объемная плотность.

Учитывая то, что процесс считаем квазистационарным, и то, что векторы скорости и градиента температур (как в случае поступательного, так и вращательного движения поршня) ортогональны, левая часть уравнения (4) равна нулю.

Перейдем к цилиндрической системе координат:

$$\text{grad}T = \frac{\partial T}{\partial \rho} e_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} e_z.$$

Второе и третье слагаемое в правой части равны нулю.

$$\text{div}(\lambda \cdot \text{grad}T) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\lambda \rho \frac{\partial T}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

С учетом вышесказанного $\text{div}(\lambda \cdot \text{grad}T) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\lambda \rho \frac{\partial T}{\partial \rho} \right)$ и уравнение теплопроводности примет вид

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\lambda \rho \frac{\partial T}{\partial \rho} \right) = -f(\rho, \varphi). \quad (5)$$

Сформулируем граничные условия задачи теплопроводности между покрытиями 1 и 2 для неоднородного по теплофизическим свойствам слоя толщины δ с распределенным в нем источником теплоты ($\delta \ll \inf(h_{10}, h_{20})$) [9].

Поставим на границах третьего слоя следующие условия:

$$T = T_1, \quad \lambda\left(r + \frac{\delta}{2}\right) \frac{\partial T}{\partial \rho} = \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial \rho} \quad \text{при } \rho = r + \frac{\delta}{2}, \quad (6)$$

$$T = T_2, \quad \lambda\left(r - \frac{\delta}{2}\right) \frac{\partial T}{\partial \rho} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \rho} \quad \text{при } \rho = r - \frac{\delta}{2}, \quad (7)$$

где T_1 и T_2 – температура в покрытиях 1 и 2; λ_1 и λ_2 – коэффициенты теплопроводности их материалов. Условия (6) и (7) – обычные условия равенства температур и потоков тепла между разнородными контактирующими телами. Вследствие непрерывного перехода теплофизических свойств третьего слоя к теплофизическим свойствам покрытий 1 и 2 на границах $\rho = r - \frac{\delta}{2}$ и $\rho = r + \frac{\delta}{2}$ имеем $\lambda\left(r - \frac{\delta}{2}\right) = \lambda_2$,

$\lambda\left(r + \frac{\delta}{2}\right) = \lambda_1$. Отметим, что в силу малости δ справедливо

$$\int_{r - \frac{\delta}{2}}^{r + \frac{\delta}{2}} \rho f(\rho, \varphi) d\rho = rQ, \quad (8)$$

где Q определяется формулой (2).

Интегрируя (3), получим

$$\left(r + \frac{\delta}{2}\right) \lambda\left(r + \frac{\delta}{2}\right) \frac{\partial T}{\partial \rho}\left(r + \frac{\delta}{2}\right) - \left(r - \frac{\delta}{2}\right) \lambda\left(r - \frac{\delta}{2}\right) \frac{\partial T}{\partial \rho}\left(r - \frac{\delta}{2}\right) = -rQ.$$

С учетом (4) и (5) и малости δ имеем

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial \rho} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \rho} = -Q. \quad (9)$$

Решим задачи теплопроводности для тел с покрытиями. Примем, что температура тел T_0 постоянна и равна температуре окружающей среды, поэтому ее можно принять за начало отсчета температур, т. е.

$T_0 = 0$, следовательно $T_1 = 0$ при $\rho = r + h_1$ и $T_2 = 0$ при $\rho = r - h_2$, $T_1 = T_2 = T^*$ при $\rho = r$. Тогда из уравнений теплопроводности для покрытий

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\lambda \rho \frac{\partial T_1}{\partial \rho} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\lambda \rho \frac{\partial T_2}{\partial \rho} \right) = 0$$

найдем выражения для температур в покрытиях

$$T_1 = \frac{T^* \ln \frac{r_1}{\rho}}{\ln \frac{r_1}{r}}, \quad T_2 = \frac{T^* \ln \frac{\rho}{r_2}}{\ln \frac{r}{r_2}}. \quad (10)$$

С помощью (10) удовлетворим уравнению (9) при $\rho = r$. В результате для контактной температуры T^* получим следующее выражение:

$$T^* = \frac{rV\tau_*(1 - \exp(-\frac{k_1q}{\tau_*})) \ln \frac{r}{r_2} \ln \frac{r_1}{r}}{\lambda_1 \ln \frac{r}{r_2} + \lambda_2 \ln \frac{r_1}{r} - \frac{1}{2} rV(\beta_1 + \beta_2)\tau_*(1 - \exp(-\frac{k_2q}{\tau_*})) \ln \frac{r}{r_2} \ln \frac{r_1}{r}}. \quad (11)$$

При $h_1, h_2 \ll r$, заменяя $\ln \frac{r}{r_2} = \ln \frac{r_2 + h_2}{r_2}$ на $\frac{h_2}{r_2}$, а $\ln \frac{r_1}{r} = \ln \frac{r + h_1}{r}$ на $\frac{h_1}{r}$, приходим к формуле

$$T^* = \frac{h_1 h_2 V \tau_* (1 - \exp(-\frac{k_1 q}{\tau_*}))}{\lambda_2 h_1 + \lambda_1 h_2 - \frac{1}{2} h_1 h_2 V (\beta_1 + \beta_2) \tau_* (1 - \exp(-\frac{k_2 q}{\tau_*}))},$$

полученной в [2] для плоских поверхностей.

В случае вращательного движения в (11) нужно V заменить на ωr .

Для осуществления режима квазистационарной теплопроводности необходимо, чтобы в любой момент времени t выполнялось условие

$$S = \lambda_1 \ln \frac{r}{r_2} + \lambda_2 \ln \frac{r_1}{r} - \frac{1}{2} rV(\beta_1 + \beta_2)\tau_*(1 - \exp(-\frac{k_2q}{\tau_*})) \ln \frac{r}{r_2} \ln \frac{r_1}{r} > 0,$$

которое в свою очередь накладывает ограничение на значение скорости V или контактное давление $q(t)$, а также при определенных значениях величин, входящих в S в какой-то момент времени S может быть равно нулю, а контактная температура станет бесконечной. Такое явление называют тепловым взрывом [10].

Также необходимо, чтобы значение T^* при любых t не достигало температур плавления T_1^m , T_2^m материалов соответствующих покрытий. Это при условии, что $q(t) \leq q^* < \infty$ накладывает ограничение на скорость V , т. е. из равенства $T^* = \min\{T_i^m\}$, ($i = 1, 2$) может быть найдена критическая скорость V^* , превышение которой приведет в какой-то момент времени к подплавлению одного из покрытий.

В данном случае

$$V^* = \frac{T^* \left(\lambda_1 \ln \frac{r}{r_2} + \lambda_2 \ln \frac{r_1}{r} \right)}{r \ln \frac{r}{r_2} \ln \frac{r_1}{r} \tau^* \left(\frac{1}{2} T^* (\beta_1 + \beta_2) \left(1 - \exp \left(-\frac{k_2 q}{\tau^*} \right) \right) + \left(1 - \exp \left(-\frac{k_1 q}{\tau^*} \right) \right) \right)}. \quad (12)$$

Упростив (12) аналогично (11), получим выражение, полностью соответствующее приведенному в [2] для плоских поверхностей.

Выводы. В предложенной постановке задачи о взаимодействии цилиндрических тел с покрытиями при износе, тепловыделении и учете зависимости коэффициента трения от температуры выявлено аналитическое выражение для контактной температуры T^* , которое может быть использовано при инженерных расчетах, а также найдено выражение для критической скорости V^* , превышение которой приведет к подплавлению одного из покрытий.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Александров В.М., Губарева Е.А. Задача о взаимодействии тел с покрытиями при износе, тепловыделении и учете зависимости коэффициента трения от температуры. *Экологический вестник научных центров ЧЭС*, 2006, № 2, с. 10–15.
- [2] Губарева Е.А., Мозжорина Т.Ю., Щетинин А.Н. Моделирование взаимодействия тел с покрытиями при износе, тепловыделении и учете зависимости коэффициента трения от температуры. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, вып. 2. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/solid/43.html>
- [3] Alexandrov V., Gavdzinski V. Contact Interaction of Deformed Coverings of Solids with Regard for Wear and Friction Heating. *Proc. Of the Second Intern.*

- Symp. On Thermal Stresses and Related Topics*, 1997, New York, Rochester, 1997, pp. 371–373.
- [4] Александров В.М. О термосиловом взаимодействии деформируемых покрытий тел с учетом износа. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 1995, № 5. с. 70–75.
- [5] Александров В.М. Абразивный износ тонкого мягкого покрытия при нелинейном законе трения с учетом тепловыделения. *Изв. вузов. Сев.-Кавказ. регион. Техн. науки*, 2001, Спецвыпуск, с. 11–13.
- [6] Александров В.М. Контактная задача для тел с покрытиями с учетом нелинейного трения, износа и тепловыделения от трения. *Изв. РАН МТТ*, 2003, № 4, с. 128–135.
- [7] Черепанов Г.П. *Механика хрупкого разрушения*. Москва, Наука, 1974, 640 с.
- [8] Хрущов М.М., Бабичев М.А. *Абразивное изнашивание*. Москва, Наука, 1970, 251 с.
- [9] Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. *Основы расчетов на трение и износ*. Москва, Машиностроение, 1977, 528 с.
- [10] Подстригач Я.С. Температурное поле в системе твердых тел, сопряженных с помощью тонкого промежуточного слоя. *Инж.-физ. журнал*, 1963, т. 6, № 10, с. 129–136.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Губарева Е.А., Мозжорина Т.Ю., Щетинин А.Н. Моделирование взаимодействия цилиндрических тел с покрытиями при износе и тепловыделении. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/956.html>

Губарева Елена Александровна родилась в 1982 г., окончила МГУ им. М.В. Ломоносова в 2004 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 8 научных работ в области механики контактных взаимодействий. e-mail: gubareva_ea@pochta.ru.

Мозжорина Татьяна Юрьевна родилась в 1959 г., окончила МАИ в 1982 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 15 научных работ в области моделирования характеристик ГТД, моделирования полета пассажирских самолетов, оптимизации СУ в системе ЛА. e-mail: mozzorina@mail.ru.

Щетинин Александр Николаевич родился в 1950 г., окончил г. МГУ им. М.В. Ломоносова в 1972. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ по теории групп Ли и топологии однородных пространств.