

Использование односторонних связей для повышения точности определения прочностных характеристик композиционных материалов по результатам испытаний трубчатых образцов

© А.Н. Еремичев, В.А. Селезнев

Дмитровский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана, Дмитров,
Московская область, 141801, Россия

Описаны два устройства, на которые получены авторские свидетельства, позволяющие повысить точность определения прочностных характеристик композиционных материалов по результатам испытаний трубчатых образцов. Приведены результаты испытаний. Для предотвращения потери устойчивости трубчатого образца используются односторонние связи, которые накладываются или снаружи, или внутри образца. Для учета влияния односторонних связей используется расчетная схема, позволяющая описать процесс потери устойчивости такой оболочки достаточно простыми аналитическими соотношениями и наглядно представить особенности поведения сжимаемого трубчатого образца. Теоретически установлено возрастание критической нагрузки сжимаемой цилиндрической оболочки с односторонними связями. Различие в поведении цилиндрических оболочек с односторонними связями и оболочек с двухсторонними связями описаны впервые.

Ключевые слова: композиционные материалы, трубчатые образцы, односторонние связи, устройство для испытания.

Для расчета корпусов, изготавливаемых из композиционных материалов (КМ) методом намотки, необходимы знания прочностных характеристик этих материалов при сжатии, которые можно определить только при использовании трубчатых образцов. Но при сжатии таких образцов их разрушение, как правило, происходит в результате потери устойчивости, что приводит к неверным, заниженным значениям прочностных характеристик материала. Приложение к трубчатому образцу односторонних связей, препятствующих потере устойчивости и позволяющих отслеживать увеличение поперечного размера образца (из-за коэффициента Пуассона), повышает точность определения прочностных характеристик материала при сжатии.

Односторонние связи — это ограничения, которые накладываются на перемещения рассматриваемого объекта только в одну сторону, например в случае оболочки, — к центру, если оболочка имеет вкладыш, или наружу, если оболочка вставлена в обойму. При двухсторонних связях оболочка скреплена с вкладышем или обоймой и име-

ет ограничения в обоих случаях при прогибах как внутрь, так и наружу (если, например, склеена с вкладышем). Расчет критической нагрузки потери устойчивости сжимаемой цилиндрической оболочки с двухсторонними связями достаточно тривиален. При этом наблюдается бесконечное увеличение критической нагрузки при бесконечном увеличении жесткости основания.

Расчет систем с односторонними связями — один из наиболее сложных в механике деформируемого твердого тела. На существование односторонних связей указывал еще Ж. Л. Лагранж (1736—1813), однако общая теория таких систем до сих пор не разработана [2]. Меньше всего изучены вопросы потери устойчивости конструкций с односторонними связями, например сжимаемых цилиндрических оболочек. Подобные конструкции широко применяются в машиностроении: наружные и внутренние металлические обшивки железобетонных корпусов реакторов и сосудов из КМ, ракетные двигатели с вкладным зарядом твердого топлива, тонкостенные гильзы и вкладыши в двигателях внутреннего сгорания и др.

Особенности потери устойчивости оболочек с односторонними связями при осевом сжатии сравнительно мало исследованы. Вероятно, одной из первых публикаций по этому вопросу является работа [3]. В работе [4] с использованием энергетического критерия С.П. Тимошенко (1878—1972) получено значение верхней критической нагрузки для цилиндрической оболочки с односторонними связями.

В 1948 г. в МВТУ им. Н.Э. Баумана был организован факультет «Ракетная техника». Первую кафедру этого факультета — кафедру М1 (в настоящее время кафедра СМ1 «Баллистические ракеты дальнего действия») — возглавил конструктор гвардейских минометов — «каптюш» — Ю.А. Победоносцев (1907—1973). Широкую известность кафедра приобрела благодаря замечательному ученому и педагогу В.И. Феодосьеву (1916—1991), ставшему заведующим кафедрой спустя два года после ее образования. В.И. Феодосьев привлек к работе на кафедре Л.И. Балабуха (1910—1978), который руководил расчетами на прочность таких летательных аппаратов, как знаменитые бомбардировщики В.И. Мясичева (1902—1978) ЗМ 201 и М-50, баллистические ракеты УР-200 и УР-100. Именно Л.И. Балабух разработал расчетную схему, позволяющую учесть влияние односторонних связей на устойчивость цилиндрических оболочек.

Для понимания явлений, происходящих при потере устойчивости оболочек с односторонними связями, целесообразно исследовать их с помощью расчетной схемы, учитывающей особенности односторонних связей, позволяющих описать процесс потери устойчивости достаточно простыми теоретическими соотношениями [5].

Рассмотрим длинную круговую оболочку радиусом R и толщиной h , сжимаемую равномерно распределенной осевой силой T . В оболочку без зазора вставлен вкладыш, который ограничивает прогибы оболочки внутрь. В общем случае вкладыш податливый. Его воздействие на оболочку описывается моделью винклера основания с коэффициентом постели k .

В момент потери устойчивости на поверхности оболочки образуются волны. Длина волны на участке I оболочки, не соприкасающейся с вкладышем, l_1 , длина полуволны на участке II, контактирующем с вкладышем, l_2 (рис. 1).

При осесимметричной форме потери устойчивости для участков I и II можно записать [5] соответственно

$$\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \frac{d^4 W_1}{dx_1^4} + T \frac{d^2 W_1}{dx_1^2} + \frac{Eh}{R^2} W_1 = 0; \quad (1)$$

$$\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \frac{d^4 W_2}{dx_2^4} + T \frac{d^2 W_2}{dx_2^2} + \frac{Eh}{R^2} W_2 + kW_2 = 0, \quad (2)$$

где E , μ — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оболочки.

Если не учитывать докритическое деформирование, то уравнения (1) и (2) не зависят от направления односторонних связей, т. е. они будут иметь одинаковый вид как для оболочки с вкладышем, так и для оболочки в обойме.

Введем параметр $a = \frac{\sigma}{\sigma^0}$, соответствующий увеличению критического напряжения оболочки с односторонними связями σ по отношению к критическому напряжению свободной оболочки:

$$\sigma^0 = \frac{Eh}{R\sqrt{3(1-\mu^2)}}.$$

Используем следующие обозначения:

$$p = \frac{2\sqrt{3(1-\mu^2)}}{Rh}; \quad c = \frac{kR^2}{Eh}.$$

Считаем оболочку длинной. Тогда можно принять, что каждая полуволна симметрична относительно ее середины. Начало координат

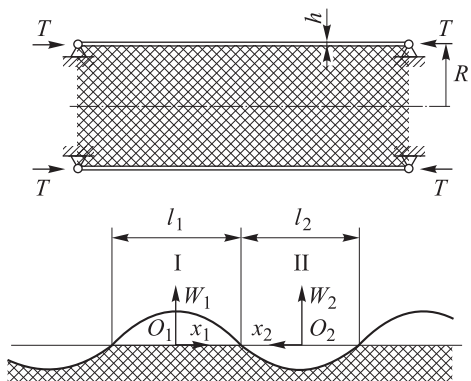


Рис. 1. Расчетная схема: x_1 и x_2 — осевая координата соответственно на I и II участках, W_1 и W_2 — перемещение цилиндрической оболочки соответственно на I и II участках

нат помещаем в середину каждого участка, при этом оси x_1 и x_2 направлены противоположно (см. рис. 1).

Тогда решения уравнений (1) и (2) соответственно будут иметь следующий вид:

$$W_1 = C_1 \cos \alpha_1 p x_1 + C_2 \cos \beta_1 p x_1; \quad (3)$$

$$W_2 = C_3 \cos \alpha_2 p x_2 c h \beta_2 p x_2 + C_4 \sin \alpha_2 p x_2 s h \beta_2 p x_2, \quad (4)$$

где C_1, C_2 — коэффициенты;

$$\alpha_1 = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}}; \quad \beta_1 = \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}},$$

$$\alpha_2 = \sqrt{0,5(\sqrt{1+c} + a)}; \quad \beta_2 = \sqrt{0,5(\sqrt{1+c} - a)}.$$

Условия сопряжения участков при выбранном направлении осей:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{l_1}{2}; & W_1 &= 0; \\ x_2 &= \frac{l_2}{2}; & W_2 &= 0; \\ x_1 &= \frac{l_1}{2}; & x_2 &= \frac{l_2}{2}; & \frac{dW_1}{dx_1} + \frac{dW_2}{dx_2} &= 0; \\ x_1 &= \frac{l_1}{2}; & x_2 &= \frac{l_2}{2}; & -\frac{d^2W_1}{dx_1^2} + \frac{d^2W_2}{dx_2^2} &= 0; \\ x_1 &= \frac{l_1}{2}; & x_2 &= \frac{l_2}{2}; & \frac{d^3W_1}{dx_1^3} + \frac{d^3W_2}{dx_2^3} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Первые три уравнения системы (5) соответствуют геометрическим условиям сопряжения участков, а два последних — силовым (равенство моментов и перерезывающих сил).

После подстановки (3) и (4) в (5) и алгебраических преобразований получим систему двух трансцендентных уравнений для определения критического (наименьшего) значения параметра a :

$$\frac{2\alpha_2\beta_2}{\alpha_1^2 - \beta_1^2} (1 + \text{tg}^2 \alpha_2 \eta_2 \text{th}^2 \beta_2 \eta_2) (-\alpha_1 \text{tg} \alpha_1 \eta_1 + \beta_1 \text{tg} \beta_1 \eta_1) + \text{tg} \alpha_2 \eta_2 \text{th} \beta_2 \eta_2 \times$$

$$\times (-\alpha_2 \text{tg} \alpha_2 \eta_2 + \beta_2 \text{th} \beta_2 \eta_2) - (\alpha_2 \text{th} \beta_2 \eta_2 + \beta_2 \text{tg} \alpha_2 \eta_2) = 0;$$

$$\frac{2\alpha_2\beta_2}{\alpha_1^2 - \beta_1^2} (1 + \text{tg}^2 \alpha_2 \eta_2 \text{th}^2 \beta_2 \eta_2) (-\alpha_1^3 \text{tg} \alpha_1 \eta_1 + \beta_1^3 \text{tg} \beta_1 \eta_1) -$$

$$- \text{tg} \alpha_2 \eta_2 \text{th} \beta_2 \eta_2 [(\alpha_2^3 - 3\alpha_2 \beta_2^2) \text{tg} \alpha_2 \eta_2 + (\beta_2^3 - 3\alpha_2^2 \beta_2) \text{th} \beta_2 \eta_2] + \quad (6)$$

$$+ [(3\alpha_2 \beta_2^2 - \alpha_2^3) \text{th} \beta_2 \eta_2 + (\beta_2^3 - 3\alpha_2^2 \beta_2) \text{tg} \alpha_2 \eta_2] = 0,$$

где $\eta_1 = \frac{l_1 p}{2}$; $\eta_2 = \frac{l_2 p}{2}$ — безразмерные длины полуволн, изменяются в пределах $0,5\pi \leq \eta_1 \leq \pi$ и $0 \leq \eta_2 \leq 0,5\pi$ соответственно.

Далее для каждого отдельного значения c выбираем наименьшее (критическое) значение параметра a и соответствующих ему безразмерных длин полуволн η_1 и η_2 .

С увеличением жесткости основания (вкладыша) длина волны, где оболочка не соприкасается с вкладышем, возрастает, а длина волны, где оболочка контактирует с ним, уменьшается.

На рис. 2 представлены результаты расчета параметра a , соответствующего увеличению критической нагрузки сжимаемой цилиндрической оболочки с односторонними связями (1) по отношению к критической нагрузке сжимаемой свободной оболочки в зависимости от безразмерной жесткости c основания. Кривая асимптотически стремится к значению $a = 1,66$ (пунктирная прямая). Здесь же приведена зависимость (2) для оболочки с двухсторонними связями, которая выражается простой формулой [1]

$$a = \sqrt{1+c}. \quad (7)$$

Видно, что для оболочки с односторонними связями кри-

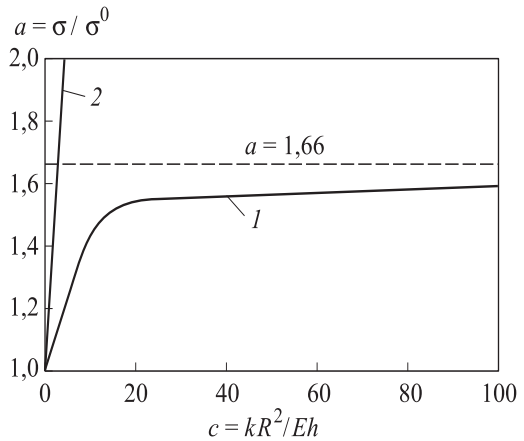


Рис. 2. Зависимость безразмерного параметра a , соответствующего увеличению сжимаемой цилиндрической оболочки, от безразмерной жесткости основания (вкладыша) c :

1 — при односторонних связях; 2 — при двухсторонних

тическая нагрузка увеличивается не бесконечно, а стремится к предельному значению. Для абсолютно жесткого вкладыша $a = 1,66$. Отношение l_1/l_2 с возрастанием жесткости c увеличивается: при $c = 5$ $l_1/l_2 = 1,82$; при $c = 20$ $l_1/l_2 = 2,91$; при $c = 100$ $l_1/l_2 = 4,40$ и т. д.

Полученное для абсолютно жесткого вкладыша значение a хорошо согласуется с найденными в работе [4] экспериментальными значениями $a = 1,68...1,72$. Условия испытаний в этом случае соответствуют использованной расчетной схеме (см. рис. 1). В работе [4] докритическое деформирование оболочки скомпенсировано увеличением диаметра вкладыша с помощью двух винтов. При этом установлено, что оболочки теряли устойчивость с образованием одной осесимметричной выпучины, направленной гребнем наружу. Размер участка, на котором произошел изгиб оболочки при потере устойчивости, в 10—15 раз меньше общей ее длины, что свидетельствует о слабом влиянии граничных условий на значение критической нагрузки.

Для проверки полученных теоретических результатов выполнены экспериментальные исследования при двух направлениях наложения односторонних связей: как изнутри, так и снаружи. Испытывались оболочки из стали Ст3, бронзы БрОФ4-0,3 и высоконаполненного полимера ВНПМ. Все оболочки изготовлены методом точения с минимальной глубиной резания при каждом проходе. Это позволило избежать нагрева материала оболочки при механической обработке, приводящего к изменению свойств материала. Однако такая технология изготовления оболочек существенно повышает их стоимость.

Механические свойства материалов определяли по результатам испытания серии стандартных образцов, коэффициент Пуассона ВНПМ — по результатам испытаний на объемную сжимаемость.

Технология изготовления оболочек включала следующие операции: сверление и растачивание внутренней поверхности с припуском 0,1 мм, чистовую обработку за четыре прохода, установку на оправку и последующую чистовую обработку точением. Глубина резания при этом на последних проходах не превышала 0,025 мм.

После механической обработки толщину каждой оболочки измеряли толщиномером с ценой деления 0,01 мм в 12 точках, расположенных на четырех образующих, отстающих одна от другой на угол 90°. Оболочки, у которых отклонение толщины от среднего значения превышало 25 %, в дальнейших испытаниях не использовались.

Номинальный внешний диаметр оболочек 40 мм; только у части стальных оболочек (№ 91–94, 96–99, 105, 112) внешний диаметр составлял 100 мм. Вкладыши — сплошные стальные цилиндры — изготавливали индивидуально для каждой партии оболочек и использовали в качестве оправки на последних этапах точения. Обойма представляла собой толстостенный цилиндр с диаметрами внутреннего и наружного отверстий 40 и 100 мм соответственно.

Эксперименты проводились на испытательной машине с механическим приводом ФП-100/1. Нагружение оболочек с вкладышем осуществлялось через стальной цилиндр, скользящий по вкладышу, а оболочек в обойме — через поршень, скользящий по обойме. Усилие от испытательной машины передавалось на цилиндр или поршень через стальной шарик. Для снижения трения на торцах оболочек использовались фторопластовые прокладки. Однако они не оказали заметного влияния на результаты испытаний.

Зазор определяли как половину разности между внутренним диаметром оболочки и диаметром вкладыша или как половину разности между внутренним диаметром обоймы и внешним диаметром оболочки. При испытаниях оболочек с вкладышем не принимались меры для предотвращения образования зазора при докритическом деформировании, как в работе [4]. Это не соответствует использованной расчетной схеме, однако совпадает с условиями работы реальных конструкций.

Результаты испытаний приведены в работе [6]. Критическое усилие определяли по резкому уменьшению нагрузки и использовали для расчета критического напряжения свободных оболочек и оболочек с односторонними связями.

Коэффициент устойчивости определяли по формуле $K_c = \frac{\sigma}{Eh/R}$.

Для свободных оболочек вычисляли среднее для каждой партии значение \bar{K}_c , для оболочек с односторонними связями определяли экспериментальное значение $a = K^0 / \bar{K}_c$, где K^0 — коэффициент устойчивости свободной оболочки. Следует отметить относительно высокое значение коэффициента устойчивости для свободных оболочек, что свидетельствует о высоком качестве их изготовления.

В зависимости от наличия связи и направления ее действия возникали различные формы потери устойчивости. Свободные оболочки теряли устойчивость по традиционной форме с образованием ромбических складок. При ограничениях изнутри (оболочки с вкладышем) оболочки теряли устойчивость по осесимметричной форме с образованием кольцевых выпучин, направленных гребнем наружу. Аналогичные результаты получены в работе [4]. Стальные и полимерные оболочки с отношением $R/h < 50$, вставленные в обойму с малым зазором, теряли устойчивость с образованием кольцевой складки вблизи одного из торцев, направленной гребнем внутрь оболочки.

Необычная форма потери устойчивости наблюдалась у бронзовых и стальных оболочек с $R/h = 100$, вставленных в обойму. В этом случае возникали небольшие ромбические впадины, расположенные по винтовой линии с углом подъема $40...50^\circ$ (рис. 3). Такие формы потери устойчивости в научно-технической литературе не описаны.



Рис. 3. Вид потери устойчивости сжимаемой бронзовой цилиндрической оболочки с вкладышем

По результатам исследований можно сделать следующий основной вывод: в зависимости от направления действия одно-сторонних связей (изнутри или снаружи) потеря устойчивости сжимаемых цилиндрических оболочек имеет разные формы и происходит при различных критических нагрузках. Эта особенность потери устойчивости указанных систем, насколько известно, ранее не отмечалась. Учет ее имеет практическое значение, так как позволяет более полно использовать несущую способность конструкции, проектировать более рациональные многослойные оболочки.

На основании полученных результатов разработан ряд устройств для испытания трубчатых образцов [7, 8]. На рис. 4 представлено устройство для испытания в случае, когда связи прикладывались только изнутри трубчатого образца. В устройстве для приложения к образцу *1* осевого усилия используются, например, опоры *2* и *3* испытательной машины. Вкладыш, помещенный внутри образца без зазора, состоит из восьми балок *4*, установленных по окружности параллельно оси образца. К внутренним поверхностям балок у обоих их концов прикреплены перпендикулярно оси толкатели *5*. Коаксиально балкам установлена втулка *6* с отверстиями на боковой поверхности, в которых размещены с возможностью перемещения толкатели. Внутри

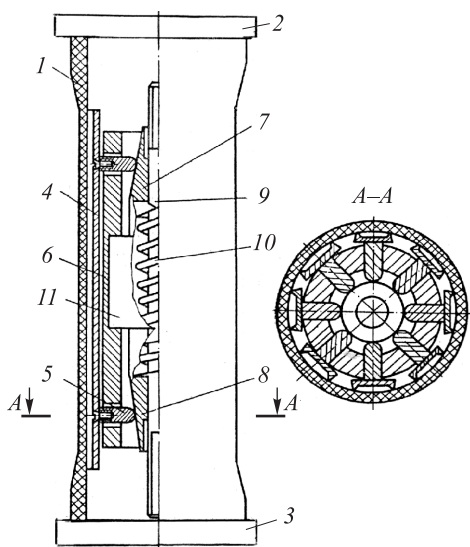


Рис. 4. Устройство для испытания трубчатых образцов из КМ с одно-сторонними связями (только изнутри)

штулки коаксиально ей установлены две конические штулки 7 и 8, имеющие возможность осевого перемещения по стержню 9. Эти штулки взаимно подпружинены деталью 10, а наружные боковые поверхности их взаимодействуют со сферическими торцами толкателей. Для предотвращения заклинивания наружные боковые поверхности штулок 7 и 8 имеют одинаковый угол наклона образующей конической поверхности менее угла трения толкателей по штулке.

Устройство работает следующим образом. Конические штулки сжимая пружину сближаются сдвигая к центру балки и устанавливая сборку внутрь образца. Под действием пружины конические штулки перемещаются вдоль оси и воздействуют на толкатели, которые прижимают балки к внутренней поверхности образца. Затем образец с установленным в нем вкладышем помещают между опорами и нагружают сжимающим усилием от испытательной машины.

В процессе нагружения вследствие действия пружины балки находятся в постоянном контакте с внутренней поверхностью образца и осуществляют односторонние связи. Образец при нагружении не теряет устойчивости при больших нагрузках, что позволяет более точно определять прочность материала при сжатии с использованием трубчатых образцов.

На рис. 5 приведен образец, испытанный без устройства, а на рис. 6 — с устройством. Разрушающая нагрузка в последнем случае



Рис. 5. Вид потери устойчивости сжимаемого трубчатого образца из КМ, испытанного без устройства



Рис. 6. Вид разрушения сжимаемого трубчатого образца из КМ, испытанного с устройством

была на 60...70 % выше. Для многих КМ такое увеличение критической нагрузки оказывается достаточным. Использование устройства [8] (рис. 7) позволяет еще больше повысить критическую нагрузку на трубчатый образец, так как в этом случае связи накладываются не только изнутри, но и снаружи. На наружной поверхности образца устанавливаются балки 1, связанные с соответствующими балками 2 скобами 3. Балки 1 и 2 позволяют отслеживать увеличение поперечного сечения образца при сжатии под действием пружины 5. Увеличение толщины образца компенсируют упругие шайбы 6.

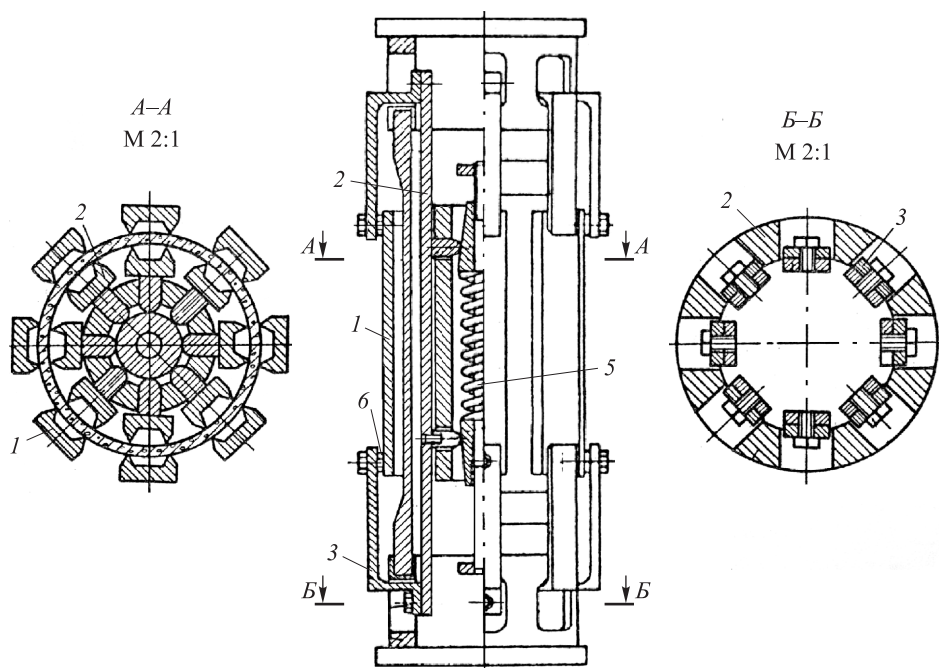


Рис. 7. Устройство для испытания цилиндрических образцов КМ с двухсторонними связями (как изнутри, так и снаружи)

Заключение. Показано, что формы потери устойчивости и критические нагрузки сжимаемых цилиндрических оболочек с односторонними и двухсторонними связями принципиально различаются. При двухсторонних связях критическая нагрузка увеличивается бесконечно при бесконечном увеличении жесткости основания, при односторонних связях увеличение критической нагрузки не превышает параметра $a = 1,66$. Установлены ранее неизвестные формы потери устойчивости цилиндрических оболочек с односторонними связями (см. рис. 3). На основании проведенного теоретического исследования разработаны устройства для испытания цилиндрических об-

разцов КМ, позволяющие повысить точность определения прочностных характеристик КМ при сжатии.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кан С.А. *Строительная механика оболочек*. Москва, Машиностроение, 1966, 508 с.
- [2] Рабинович И.М. *Вопросы статического расчета сооружений с односторонними связями*. Москва, Стройиздат, 1975, 144 с.
- [3] Варвак А.П. Применение модели основания с односторонними связями в задаче устойчивости цилиндрической оболочки с упругим наполнителем. *Тр. 7-й Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин*. Москва, Наука, 1970, с. 126—130.
- [4] Андреев Л.В., Дьяченко В.Е., Прокопало Е.Ф. Устойчивость при осевом сжатии цилиндрической оболочки, опирающейся на упругое основание. *Прикладная механика*, 1972, вып. 8. с. 33—39.
- [5] Еремичев А.Н. Устойчивость цилиндрической оболочки с вкладышем. Расчет тонкостенных элементов конструкций. *Труды МВТУ*, 1977, № 241, с. 48—53.
- [6] Алфутов Н.А., Еремичев А.Н. *Влияние односторонних связей на устойчивость цилиндрических оболочек при осевом сжатии. Расчеты на прочность*. Москва, Машиностроение, 1989, вып. 29, с. 179—188.
- [7] Еремичев А.Н., Зиновьев П.А. (СССР). *Устройство для испытания трубчатых образцов на осевое сжатие*. А.с. 1193504 СССР, заявка 3748025, приоритет 01.06.84, зарегистрировано в Госреестре 22.07.85, 3 с.
- [8] Еремичев А.Н., Зиновьев П.А. (СССР). *Устройство для испытания трубчатых образцов на осевое сжатие*. А.с. 1395977 СССР, заявка 3748025, приоритет 01.06.84, зарегистрировано в Госреестре 22.07.85, 3 с.

Статья поступила в редакцию 26.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Еремичев А.Н., Селезнев В.А. Использование односторонних связей для повышения точности определения прочностных характеристик композиционных материалов по результатам испытаний трубчатых образцов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/943.html>

Еремичев Александр Николаевич родился в 1947 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1971 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 35 печатных работ по механике твердого тела и 12 изобретений. e-mail: lestech91@gmail.com

Селезнев Валерий Анатольевич родился в 1950 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1973 г. Канд. техн. наук, начальник учебного отдела Дмитровского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: seleval@yandex.ru