УДК 681.518

Принятие решений по выбору траектории движения мобильным роботизированным комплексом в нечеткой среде

© М.Е. Третьяков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрена актуальная задача выбора траектории движения мобильным роботизированным комплексом в нечеткой среде. Предложен подход к решению этой задачи на основе теории нечетких множеств и теории полезности, что позволяет полно учесть специфику задачи (нечеткость среды), ввести в алгоритм принятия решений знания эксперта и достаточно просто ее формализовать. В подходе применен метод выбора альтернатив в нечеткой среде к решению подобных задач. Изложенный подход проиллюстрирован примером.

Ключевые слова: *выбор траектории движения, мобильный роботизированный комплекс, нечеткая среда, теория нечетких множеств, теория полезности.*

Введение. Задача выбора альтернатив возникает в различных технических системах, особенно в технических системах военного назначения (выбор очередности поражения целей, позиции в зависимости от предполагаемых действий противника, определение траектории движения и т. п.), так как от этого зависит дальнейшее поведение системы [1]. Такие системы обычно включают в себя комплекс различных датчиков внешней среды (устанавливают положения и скорости целей), датчиков внутреннего состояния; систему принятия решений с элементами искусственного интеллекта; могут работать как в полуавтономном, так и в автономном режимах, т. е. являются роботизированными комплексами [2–4].

Определение траектории движения мобильным роботизированным комплексом (МРК) – одна из важных задач, которые приходится решать системой принятия решений МРК по выбору альтернатив. Принятие решений по выбору альтернатив осуществляется на основе информации, получаемой с приборов наблюдения и прицеливания, внешнего целеуказания, экспериментальных данных по ведению боевых действий и т. п. Задача осложняется тем, что такая информация часто не только не точна, но и неполна и нечетка (расплывчата); это объясняется различными причинами, в частности МРК приходится действовать в сложных условиях местности и метеорологических условиях, и иметь дело с использованием естественного языка при описании различных ситуаций и передаче команд, так что наличие физических и лингвистических неопределенностей неизбежно. Кроме того, оператор МРК может находиться в состоянии стресса, в связи с чем могут приниматься неэффективные решения и т. п. Поэтому формализация задачи и автоматизация процесса принятия решений (осуществление принятия решений с помощью ЭВМ) чрезвычайно важны; а у оператора МРК остаются контролирующие функции и возможность вмешиваться в процесс принятия решений.

Качественно рассматриваемую задачу выбора траектории движения МРК можно сформулировать следующим образом: есть n траекторий движения до цели (n возможных альтернатив движения до цели), известна длина каждой траектории, возможная скорость движения по каждому маршруту и степень возможного противодействия противника на каждом маршруте; требуется выбрать траекторию движения МРК до цели, т. е. сформулировать соответствующий алгоритм (имитирующий принятие решений человеком, находящимся в подобных условиях и обладающим необходимой информацией о маршрутах), учитывающий возможное время движения до цели, а также степень опасности маршрута для МРК.

Краткий обзор методов принятия решений (выбора альтернатив) в нечеткой среде приведен в работах [5, 6]. Методы основаны на аксиоматическом или эвристическом подходе к принятию решений, отличаются допущениями, сложностью используемых алгоритмов и иногда конечным результатом (решением задачи выбора альтернатив). Это объясняется, прежде всего, нечеткостью исходных данных. Применение того или иного метода принятия решений во многом субъективно и зависит от постановки задачи и исходной информации для выбора альтернатив.

Формализация нечеткой (расплывчатой) представляющей и руководящей информации эффективно осуществляется с помощью теории нечетких множеств [5–7]. Выбор альтернатив (по определению траектории движения) будем выполнять на основе метода выбора альтернатив в нечеткой среде (с небольшой адаптацией к рассматриваемой задаче) с помощью теории полезности, где альтернативы выбираются путем сравнения нечетких функций ожидаемых полезностей альтернатив [5, 6]. Важный аспект формализации процесса принятия решений с помощью теории полезности – возможность автоматизации принятия решений за счет использования ЭВМ и возможность оставления за оператором МРК только контролирующих функций, что ускоряет процесс принятия решений, снижает вероятность неверных решений и в целом повышает эффективность МРК.

Постановка задачи. Процесс принятия решений включает в себя формирование задачи принятия решений и принятие решений. Задача принятия решений (выбор альтернатив) содержательно может быть сформулирована следующим образом: существует множество вариантов решения (альтернатив), реализация каждой альтернативы приводит к наступлению некоторых последствий (исходов), оценивание исходов по набору показателей эффективности (критериев) однозначно характеризует альтернативы. Требуется, зная (или задавая) отношения предпочтения на множестве критериев оценки исходов альтернатив, построить модель выбора альтернативы, лучшей в некотором конкретном смысле. Формально задачу принятия решений в условиях нечеткой информации и случайных исходов на основе теории полезности можно охарактеризовать кортежем вида [5]:

$$<\mathbf{A}, \mathbf{X}, \{\mathbf{G}_a\}, \mathbf{K}, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{P}_S; \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2>, \quad (1)$$

Где $\mathbf{A}=\{a\}$, $\mathbf{X}=\{\mathbf{X}_a\}$– конечные множества альтернатив и их последствий (исходов); $\mathbf{X}_a=\{\mathbf{x}_a\}$ – множество исходов альтернативы $\boldsymbol{a}$; $\mathbf{x}_{\boldsymbol{a}}\in\mathbf{X}_{\boldsymbol{a}}$, $\mathbf{X}_{\boldsymbol{a}}\subset\mathbf{X}$. Исходы альтернатив могут быть как четкими, так и нечеткими, т.е. их можно описать собственно четкими (не нечеткими) и нечеткими числами [5–7]. Нечеткое отображение $\mathbf{G}_{\boldsymbol{a}}$ определяет соответствующее распределение вероятностей последствий (исходов):

$$\mathbf{G}_{\boldsymbol{a}}\mathbf{:\{x}_{\boldsymbol{a}}\mathbf{\}} \mapsto \mathbf{\{P}_{\boldsymbol{i}}\mathbf{\}},$$

где $\{\mathbf{P}_{\boldsymbol{i}}\}$ – множество значений лингвистических вероятностей (например, вероятно, невероятно и т. п.), каждое из которых формализуется нечетким числом (нечеткой переменной) и определяется кортежем $<\mathbf{P}_i, \mathbf{V}_\mathrm{p}, \tilde{\mathbf{P}}_{\boldsymbol{i}}>$; $\mathbf{P}_{\boldsymbol{i}}$ – наименование (название) нечеткой переменной (нечеткую переменную и ее название будем обозначать одним и тем же значком), областью определения которой является универсальное множество $\mathbf{V_p}=[0,1]$; $\tilde{\mathbf{P}}_i = \bigcup\limits_{p_i \in V_p} \mu_{\mathbf{P}_i} / \mathbf{p}_i$ – нечеткое множество на множестве $\mathbf{V_p}$, описывающее ограничение на возможные числовые значения нечеткой переменной $\mathbf{P_i}$; ограничения на переменную $\mathbf{P}_{\boldsymbol{i}}$ обозначим как $\mathbf{R(P}_{\boldsymbol{i}}\mathbf{)}$, или $\mathbf{R(p}_{\boldsymbol{i}}\mathbf{)}$; $\mu_{\mathbf{P}_i}: [0,1] \to [0,1]$ – функция принадлежности базовой переменной $\mathbf{p}_{\boldsymbol{i}}$ множеству $\tilde{\mathbf{P}}_i$; $\bigcup$ – знак объединения элементов множества [7].

Последствия принимаемых решений (исходы альтернатив) оцениваются по лингвистическому векторному критерию $\mathbf{K=(K^1}, \ldots, \mathbf{K}^j$, $\ldots$, $\mathbf{K}^m\mathbf{)}$, где $\mathbf{K}^j$ $\mathbf{(j = 1}, \ldots, \boldsymbol{m}\mathbf{)}$ – лингвистическая переменная, определяемая кортежем $<\mathbf{K}^j, \mathbf{T(K}^j\mathbf{)}, \mathbf{U_K}^j, \mathbf{G_K}^j, \mathbf{M_K}^j>$, где $\mathbf{K}^j$ – наименование (название) лингвистической переменной (лингвистическую переменную и ее название обозначим одним и тем же знаком); $\mathbf{T(K}^j\mathbf{)}$ – терм- множество переменной $\mathbf{K}^j$, т. е. множество ее значений (термов), представляющих собой наименования нечетких переменных, областью определения каждой из которых является универсальное множество

$\mathbf{U_K}^j$; $\mathbf{G_K}^j$ – синтаксическое правило, описывающее процесс образования из множества $\mathbf{T(K^j)}$ новых значений лингвистической переменной $\mathbf{K}^j$; $\mathbf{M_K}^j$ – семантическое правило, которое ставит в соответствие каждому новому значению, образуемому процедурой $\mathbf{G_K}^j$, его смысл (формирует соответствующее нечеткое множество) [5–7]. Используемые далее нечеткие и лингвистические переменные описываются аналогичными кортежами.

Отображение $\mathbf{F_1}$ в (1) имеет вид

$$\mathbf{F1: X \mapsto \{K_i\}},$$

где $\{\mathbf{K}_i\}$ – множество значений лингвистического векторного критерия $\mathbf{K}$; $\mathbf{K}_i = \left(\mathbf{K}_i^1, ..., \mathbf{K}_i^j, ..., \mathbf{K}_i^m\right), \mathbf{K}_i^j$ – нечеткая переменная, определяемая кортежем $< \mathbf{K}_i^j, \mathbf{U}_{K^j}, \tilde{\mathbf{K}}_i^j >$.

Совокупность лингвистических отношений предпочтения, определенных на множествах лингвистических критериальных оценок исходов, образует лингвистическую структуру предпочтений $\mathbf{P_S}$ эксперта (под экспертом понимаем либо человека, принимающего решения, либо соответствующий алгоритм, имитирующий принятие решений человеком и реализованный с помощью технических средств) в задаче (1):

$$\mathbf{P_S} = <\mathbf{K^1}, \ldots, \mathbf{K^j}, \ldots, \mathbf{K^m}, \mathbf{K}; \mathbf{R^1}, \ldots, \mathbf{R^j}, \ldots, \mathbf{R^m}, \mathbf{R}>;$$
$$\mathbf{R^j}: \mathbf{K^j} \times \mathbf{K^j} \to \mathbf{S}; \ \mathbf{R}: \mathbf{K} \times \mathbf{K} \to \mathbf{S},$$

где знак «×» обозначает декартово произведение; $\mathbf{S}$ – лингвистическая переменная ПРЕДПОЧТЕНИЕ $<\mathbf{S}, \mathbf{T(S)}, \mathbf{U_S}, \mathbf{G_S}, \mathbf{M_S}>$. На рис. 1, *а* приведены примеры функций принадлежности значений лингвистической переменной ПРЕДПОЧТЕНИЕ с терм-множеством $\mathbf{T(S)}=$ {отсутствие предпочтения – 1, приближенно эквивалентно – 2, несколько предпочтительнее – 3, значительно предпочтительнее – 4}; базовую переменную $\boldsymbol{s}$ можно интерпретировать как степень предпочтения значений критериальных оценок друг над другом.

Пусть $<\mathbf{V}, \mathbf{T(V)}, \mathbf{V_v}, \mathbf{G_v}, \mathbf{M_v}>$ – лингвистическая переменная ПОЛЕЗНОСТЬ (с базовой переменной $\mathbf{v} \in \mathbf{V_v} = [0,1]$ и функцией принадлежности $\mu_{\mathbf{v}}: [0,1] \to [0,1]$), с помощью которой оцениваются полезности исходов альтернатив, критериальных оценок исходов и самих альтернатив. На рис. 1, *б* приведены примеры функций принадлежности некоторых значений из множества $\mathbf{T(V)}$: низкая полезность– 1, маленькая полезность – 2, средняя полезность – 3, большая полезность – 4, высокая полезность – 5. Отображение $\mathbf{F_2}$: $\{\mathbf{K}_i\} \to \{\mathbf{V}_j\}$, где $\{\mathbf{V}_j\}$ – множество значений лингвистической переменной ПОЛЕЗНОСТЬ, строится путем формализации лингвистической структуры предпочтений $\mathbf{P_S}$ на множестве $\{\mathbf{K}_i\}$.

В (1) ставится задача построения следующих нечетких отображений:

$$\mathrm{M}_1\colon \mathrm{A} \to \left\{\mathrm{V}_j\right\}; \mathrm{M}_2\colon \mathrm{V(A)} \to \tilde{\mathrm{A}}_0,$$

где **V**(**A**) – множество нечетких ожидаемых полезностей альтернатив; $\tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{0}} = \{<\mu_{\mathrm{A}_0}(a), a>\}$ – нечеткое множество предпочтительных альтернатив; величина $\mu_{\mathbf{A}_0}(a) \in [0,1]$ характеризует степень уверенности эксперта в предпочтительности альтернативы ***a*** по сравнению с другими альтернативами. Отображение $\mathbf{M_1}$ находится при известных отображениях $\{\mathbf{G}_a\}$, $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$, $\mathbf{P_S}$; отображение $\mathbf{M_2}$ – как результат сравнения (ранжирования) нечетких чисел (нечетких полезностей альтернатив) [5].

Этапы решения задачи. Перечислим основные этапы, обеспечивающие решение задачи принятия решений в постановке (1).

1. Формирование лингвистических лотерей, являющихся формальным представлением альтернатив в условиях нечеткой информации и случайных исходов (построение отображений $\{\mathbf{G}_a\}$).
2. Построение нечетких функций полезности на множестве исходов альтернатив **X** или их критериальных оценок **K** (построение отображений $\mathbf{F_1}$ и $\mathbf{F_2}$ с учетом структуры предпочтений $\mathbf{P_S}$).
3. Определение нечетких ожидаемых полезностей альтернатив и ранжирование альтернатив по их полезности (построение отображений $\mathbf{M_1}$ и $\mathbf{M_2}$).

Последовательно рассмотрим эти этапы решения задачи принятия решений.

Этап 1. Формирование лингвистических лотерей, т. е. построение отображений $\{\mathbf{G}_a\}$ в постановке задачи принятия решений (1). Лингвистическую лотерею определяют как лингвистическую случайную величину с известным распределением лингвистических вероятностей и представляют вектором

$$\mathbf{L}=(\mathbf{P}_1, \mathbf{X}_1; \ldots; \mathbf{P}_i, \mathbf{X}_i; \ldots; \mathbf{P}_r, \mathbf{X}_r). \tag{2}$$

В качестве $\mathbf{X}_i$ в (2) могут выступать нечеткие исходы или оценки исходов по некоторому лингвистическому критерию $\mathbf{K}^j$ или векторному лингвистическому критерию $\mathbf{K}=(\mathbf{K}^1, \ldots, \mathbf{K}^j, \ldots, \mathbf{K}^m)$ и соответствующие им унарные $\mathbf{X}_i^j$ и составные$(\mathbf{X}_i^1, \ldots, \mathbf{X}_i^j, \ldots, \mathbf{X}_i^m)$ нечеткие переменные. Лотереи подразделяют на двухисходные ($\boldsymbol{r}$ = 2) и многоисходные ($\boldsymbol{r}$ > 2), с одномерными исходами ($\boldsymbol{m}$ = 1) и многомерными исходами ($\boldsymbol{m}$ > 1), с нечеткими исходами ($\mathbf{X}_i$ – нечеткие множества) и четкими исходами ($\mathbf{X}_i = \mathbf{x}_i$ – не нечеткие числа), простые (описание как в (2)) и составные, в которых компонентами лингвистических лотерей могут быть сами лингвистические лотереи:

$$\mathbf{L}_c = (\mathbf{P}_1, \mathbf{L}_1; \ldots; \mathbf{P}_j, \mathbf{L}_j; \ldots; \mathbf{P}_e, \mathbf{L}_e),$$

где $\mathbf{L}_j = (\mathbf{P}_j^1, \mathbf{X}_1;\ \ldots; \mathbf{P}_j^i, \mathbf{X}_i;\ \ldots;\ \mathbf{P}_j^r, \mathbf{X}_r)$.

Составные лингвистические лотереи используются для описания альтернатив, последствия (исходы) которых структурируются в виде деревьев. Важное свойство лингвистических лотерей заключается в том, что лингвистические вероятности лотереи являются β- и λ-взаимодействующими [7]; β-взаимодействие означает, что накладывается ограничение на значения базовых переменных $\mathbf{p}_i$ вероятностей $\mathbf{P}_i$ (см. (3) и (4)), а λ-взаимодействие – ограничение на значения лингвистических вероятностей $\mathbf{P}_i$ (на функции принадлежности $\mu_{\mathbf{P}_i}(\mathbf{p}_i)$) и является следствием β-взаимодействия. В случае лотереи с четкими исходами $\mathbf{x}_i$, $\boldsymbol{i}=1,\ldots,\boldsymbol{r}$, выполняется условие

$$\sum_{i=1}^{r} \mathbf{p}_i = 1, \qquad (3)$$

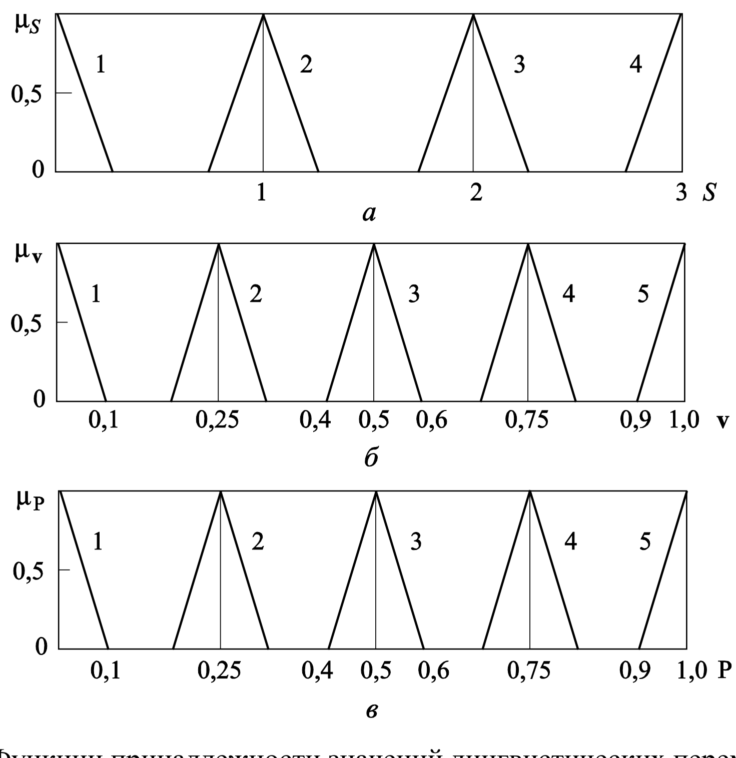

Рис. 1. Функции принадлежности значений лингвистических переменных ПРЕДПОЧТЕНИЕ (*а*), ПОЛЕЗНОСТЬ (*б*) и ВЕРОЯТНОСТЬ (*в*)

где $\mathbf{p}_{\boldsymbol{i}}$ – базовые переменные лингвистических вероятностей $\mathbf{P}_{\boldsymbol{i}}$. Для лотереи с нечеткими исходами $\mathbf{X}_{\boldsymbol{i}}$, $\boldsymbol{i}$=1,…,$\boldsymbol{r}$, имеет место условие вида

$$\sum_{\boldsymbol{i}=1}^{\boldsymbol{n}} \mathbf{p}(\mathbf{x}_{\boldsymbol{i}}) = 1, \tag{4}$$

где $\mathbf{x}_{\boldsymbol{i}} \in \mathbf{U}_{\mathbf{X}}$ – универсальное множество для $\mathbf{X}_{\boldsymbol{j}}$, $\boldsymbol{j}$=1, …, $\boldsymbol{r}$; $\boldsymbol{n}$ – число элементов множества $\mathbf{U}_{\mathbf{X}}$; $\mathbf{p}(\mathbf{x}_{\boldsymbol{i}})$ – распределение вероятностей на множестве $\mathbf{U}_{\mathbf{X}}$. Если множество $\mathbf{U}_{\mathbf{X}}$ непрерывно, то в (4) вместо суммы будет стоять интеграл. Однако для любого распределения лингвистических вероятностей можно записать [5]

$$\sum_{i=1}^{r} \tilde{\mathbf{P}}_i \neq 1, \tag{5}$$

где $\tilde{\mathbf{P}}_{\boldsymbol{i}}$ – соответствующее $\mathbf{P}_{\boldsymbol{i}}$ нечеткое множество.

Базовые значения вероятности нечеткого события, обусловленного исходом $\mathbf{X}_{\boldsymbol{j}}$, $\boldsymbol{j}$ =1, …, $\boldsymbol{r}$, находятся по выражению

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}(\mathbf{x}_i)\mu_{\mathbf{x}_j}(\mathbf{x}_i) = \mathbf{p}_j, \tag{6}$$

где $\mu_{\mathbf{x}_j}$ – функция принадлежности нечеткого множества $\tilde{\mathbf{X}}_j$, определяемого исходом $\mathbf{X}_{\boldsymbol{j}}$.

С учетом (4)–(6) для лингвистических лотерей с нечеткими событиями стоит задача согласования их лингвистических вероятностей. Обычно она формулируется следующим образом: в $\boldsymbol{r}$-исходной лингвистической лотерее вычислить вероятность $\mathbf{P}_{\boldsymbol{r}}$ при известных значениях лингвистических вероятностей $<\mathbf{P}_i$, [0,1], $\tilde{\mathbf{P}}_i >$, $i=1$, ..., $r-1$, известных лингвистических значениях исходов $<\mathbf{X}_i$, $\mathbf{U}_{\mathbf{X}}$, $\tilde{\mathbf{X}}_i >$, $i=1$, ..., r, и условиях (4) и (6). Распределение вероятностей на множестве $\mathbf{U}_{\mathbf{X}}$ неизвестно, однако возможность π некоторой функции распределения $\mathbf{p}^0(\mathbf{x}_{\boldsymbol{i}})$ ограничивается известными функциями принадлежности $\mu_{\mathbf{P}_1}$, ..., $\mu_{\mathbf{P}_{r-1}}$ и условием (4). В работе [5] функция распределения возможностей $\pi(\mathbf{p}^0(\mathbf{x}_{\boldsymbol{i}}))$ определяется как

$$\pi(\mathbf{p}^0(\mathbf{x}_i)) = \mu_{\mathbf{p}_r}(\mathbf{p}_r^0) = \xi(\mu_{\mathbf{p}_1}(\mathbf{p}_1^0), ..., \mu_{\mathbf{p}_{r-1}}(\mathbf{p}_{r-1}^0)),$$

где $\mathbf{p}_j^0 = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}^0(\mathbf{x}_i)\mu_{\mathbf{x}_j}(\mathbf{x}_i)$; ξ – некоторая операция, обычно минимизирование. Таким образом, определение вероятности $\mathbf{P}_{\boldsymbol{r}}$ сводится к задаче нелинейного программирования

$$\mu_{\mathbf{p}_r}(\mathbf{p}_r) = \max_{\mathbf{p}(\mathbf{x}_i)} \min_{k=1,\dots,r-1} \mu_{\mathbf{P}_k}(\mathbf{p}_k) \tag{7}$$

при ограничениях (4) и (6). При фиксированном значении $\mathbf{p}_r^*$ числовой вероятности $\mathbf{p}_r$ базовые значения $\mathbf{p}_k \in [\mathbf{p}_k^1, \mathbf{p}_k^2]$, $k = 1,\dots,r-1$, рассчитываются решением следующих задач линейного программирования:

$$\mathbf{p}_k^1 = \min_{\mathbf{p}'(\mathbf{x}_i)} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i)\mu_{\mathbf{x}_k}(\mathbf{x}_i); \tag{8}$$

$$\mathbf{p}_k^2 = \max_{p'(x_i)} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i)\mu_{x_k}(\mathbf{x}_i) \tag{9}$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i)\mu_{\mathbf{x}_r}(\mathbf{x}_i) = \mathbf{p}_r^*;\ \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i) = 1;\ \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i) \ge 0. \tag{10}$$

С учетом (8)–(10) выражение (7) можно преобразовать к виду

$$\mu_{\mathbf{p}_r}(\mathrm{p_r}) = \max_{\substack{\mathbf{p}_1 \in [\mathbf{p}_1^1, \mathbf{p}_1^2] \\ \mathbf{p}_{r-2} \in \left[\mathbf{p}_{r-2}^1, \mathbf{p}_{r-2}^2\right]}} \min\{\mu_{p_1}(\mathbf{p}_1),\dots,\mu_{\mathbf{p}_{r-2}}(\mathbf{p}_{r-2}), \max_{\mathbf{p}_{r-1} \in [\mathbf{p}_{r-1}^{1*}, \mathbf{p}_{r-1}^{2*}]} \mu_{\mathbf{p}_{r-1}}(\mathbf{p}_{r-1})\}, \tag{11}$$

где $[\mathbf{p}_{r-1}^{1*}, \mathbf{p}_{r-1}^{2*}]$ – область возможных значений $\mathbf{p}_{r-1}$ при фиксированных значениях вероятностей $\mathbf{p}_1$, …, $\mathbf{p}_{r-2}$, $\mathbf{p}_r$. Из (11) следует, что $\mu_{\mathbf{p}_r}(\mathbf{p}_r) = 0$, если $\exists \boldsymbol{k}$ ($\boldsymbol{k}$=1, …, $\boldsymbol{r}$–1), для которого $[\mathbf{p}_k^1, \mathbf{p}_k^2] \bigcap [\mathbf{c}_k^1, \mathbf{c}_k^2] = 0$, где $[\mathbf{c}_k^1, \mathbf{c}_k^2]$ – носитель нечеткого множества $\tilde{\mathbf{P}}_k$. Для нахождения $\boldsymbol{\mu}_{p_r}(\mathbf{p}_r)$ на основе (11) могут быть применены методы нелинейного программирования. Для определения лингвистического названия вероятности $\mathbf{P}_r$ необходимо использовать метод лингвистической аппроксимации [5–7]. Задача согласования лингвистических вероятностей (лотерей) с многомерными исходами сводится к решению $\boldsymbol{m}$ задач, аналогичных рассмотренной задаче ($\boldsymbol{m}$ – число критериев, по которым оцениваются исходы альтернатив). В случае многоисходной лингвистической лотереи с четкими исходами вероятность $\mathbf{P}_r$ наступления исхода $\mathbf{x}_r$ при известных вероятностях $\mathbf{P}_1$, …, $\mathbf{P}_{r-1}$ исходов $\mathbf{x}_1$, …, $\mathbf{x}_{r-1}$ может быть найдена с учетом (3) на основе выражения

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{P}_r}(\mathbf{p}_r) = \max_{\mathbf{p}_1,\dots,\mathbf{p}_{r-1}:\sum_{i=1}^{r-1}\mathbf{p}_i = 1-\mathbf{p}_r} \min\{\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{p}_1}(\mathbf{p}_1),\dots,\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{p}_{r-1}}(\mathbf{p}_{r-1})\}. \tag{12}$$

Пример. Пусть при поражении цели возможны два четких исхода: $\mathbf{x_1}$ – цель поражена с лингвистической вероятностью $\mathbf{P_1}$= высокая вероятность; $\mathbf{x_2}$ – цель не поражена. Тогда вероятность $\mathbf{P_2}$ исхода $\mathbf{x_2}$ согласно (12) можно определить по выражению

$$\mu_{\mathbf{P}_2}(\mathbf{p}_2) = \mu_{\mathbf{P}_1}(1 - \mathbf{p}_2), \qquad (13)$$

что соответствует лингвистической вероятности $\mathbf{P_2}$= низкая вероятность. На рис. 1, *в* приведены примеры функций принадлежности некоторых значений из терм-множества лингвистической переменной ВЕРОЯТНОСТЬ $\mathbf{T}(\mathbf{P})$: низкая вероятность – 1, маленькая вероятность – 2, средняя вероятность – 3, большая вероятность – 4, высокая вероятность – 5.

Этап 2. Построение нечетких функций полезности на множестве исходов альтернатив $\mathbf{X}$ (или их критериальных оценок $\mathbf{K}$). Методы построения функций полезности основаны на непосредственных суждениях о полезностях или о соотношениях полезностей исходов (непосредственные методы) или на вспомогательных решениях эксперта о предпочтении между исходами и «эталонной» лотереей (опосредованные методы). Рассмотрим некоторые из этих методов.

Метод непосредственной оценки полезности предполагает, что для некоторых исходов $\mathbf{X}_i \in \mathbf{X}$ эксперт может установить нечеткие оценки полезности $\mathbf{V}_i$:

$$\mathbf{V}(\mathbf{X}_i)=\mathbf{V}_i. \qquad (14)$$

На основе известных уравнений назначения типа (14) строится нечеткое ограничение $\mathbf{R}$ на числовые значения полезности $\mathbf{v}$ и критериальные оценки $\mathbf{x}$ исходов

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = \bigcup_i (\tilde{\mathbf{X}}_i \times \tilde{\mathbf{V}}_i).$$

Неизвестная полезность $\mathbf{V}_j$ исхода $\mathbf{X}_j$ определяется на основе композиционного правила вывода [5–7]:

$$\begin{aligned} &\tilde{\mathbf{V}}_j = \tilde{\mathbf{X}}_j \circ \mathbf{R}; \\ &\mu_{\mathbf{V}_j}(\mathbf{v}) = \sup_{\mathbf{x}_j \in \mathbf{U}_\mathbf{X}} \min\{\mu_{\mathbf{X}_j}(\mathbf{x}_j), \mu_\mathbf{R}(\mathbf{x}_j, \mathbf{v})\}, \end{aligned} \qquad (15)$$

где знак «$\circ$» обозначает операцию композиции.

Метод анализа лингвистических отношений предполагает задание на множестве исходов (критериев) отношений предпочтения. Пусть $\mathbf{S}_{ij}$ – лингвистическое отношение предпочтения между исходами $\mathbf{X}_i$ и $\mathbf{X}_j$; $\mathbf{X}_i\mathbf{S}_{ij}\mathbf{X}_j$; $\mathbf{S}_{ij} \in \mathbf{S}$. Базовые переменные полезностей исходов $\mathbf{X}_i$, $\mathbf{X}_j$ и отношения $\mathbf{S}_{ij}$ связаны соотношением $\mathbf{v}_i = \mathbf{s}\mathbf{v}_j$. Пусть известна полезность $\mathbf{V}_i$ и схода $\mathbf{X}_i$, тогда неизвестную полезность $\mathbf{V}_j$ исхода $\mathbf{X}_j$ можно найти с помощью композиционного правила вывода:

$$\begin{aligned} &\tilde{\mathbf{V}}_j = \tilde{\mathbf{V}}_i \circ \tilde{\mathbf{S}}_{ij}; \\ &\mu_{\mathbf{V}_j}(\mathbf{v}_j) = \sup_{\mathbf{s}\in\mathbf{U}_\mathbf{S}} \min\{\mu_{\mathbf{S}_{ij}}(\mathbf{s}), \mu_{\mathbf{V}_i}(\mathbf{s}\mathbf{v}_j)\}. \end{aligned} \tag{16}$$

Определение величины $\tilde{\mathbf{V}}_i$ при известной величине $\tilde{\mathbf{v}}_j$ осуществляется аналогично. Отметим, что формулы (15), (16) можно использовать как для одномерных, так и для многомерных исходов, но непосредственное оценивание полезности или установление отношений предпочтений на множестве многомерных исходов может оказаться очень сложной задачей; в случае независимости критериев по полезности задача построения многомерных функций полезности существенно упрощается путем их декомпозиции [5].

Метод анализа выборов – опосредованный метод нахождения полезностей исходов, который заключается в установлении отношения предпочтения **S** между некоторой двухисходной лотереей $\mathbf{L}_j$, ожидаемую полезность $\tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}(\mathbf{L}_j)$ которой можно вычислить, и исходом $\mathbf{X}_j$, полезность которого $\mathbf{V}_j$ необходимо определить; полезность $\mathbf{V}_j$ вычисляется по (16) с учетом $\tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}(\mathbf{L}_j)$; $\mathbf{S}$.

Этап 3. Определение нечетких ожидаемых полезностей альтернатив (лотерей) и ранжирование альтернатив (лотерей) по их полезности. В аксиоматической теории полезности вводятся аксиомы, позволяющие привести лингвистические лотереи к виду, удобному для сравнения [5].

Аксиома 1. Полнота системы предпочтений. Любые две альтернативы сравнимы по предпочтению

$$\forall \mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j \in \mathbf{A} \;\; \exists \mathbf{S}_{ij} \in \mathbf{T(S)} \;\; \mathbf{a}_i \mathbf{S}_{ij} \mathbf{a}_j.$$

Аксиома 2. Транзитивность предпочтений. Лингвистическое отношение предпочтения **S** транзитивно, если

$$\tilde{S}_{ij} \geq \underset{k}{\tilde{\max}}\, \tilde{\min}(\tilde{\mathbf{S}}_{ik}, \tilde{\mathbf{S}}_{kj}), \tag{17}$$

где операции $\tilde{\max}$, $\tilde{\min}$ (обобщенные максимум и минимум) и неравенства согласно принципу обобщения описываются выражениями

$$\begin{aligned} &\tilde{\max}\{\tilde{\mathrm{S}}_{ik}, \tilde{\mathrm{S}}_{kj}\} = \bigcup_{\mathbf{s}_l, \mathbf{s}_m \in \mathbf{U}_s} \min\{\mu_{\tilde{\mathrm{S}}_{ik}}(\mathbf{s}_l), \mu_{\tilde{\mathrm{S}}_{kj}}(\mathbf{s}_m)\} / \max\{\mathbf{s}_l, \mathbf{s}_m\}; \\ &\tilde{\min}\{\tilde{\mathbf{S}}_{ik}, \tilde{\mathbf{S}}_{kj}\} = \bigcup_{\mathbf{s}_l, \mathbf{s}_m \in \mathbf{U}_s} \min\{\mu_{\tilde{\mathrm{S}}_{ik}}(\mathbf{s}_l), \mu_{\tilde{\mathrm{S}}_{kj}}(\mathbf{s}_m)\} / \min\{\mathbf{s}_l, \mathbf{s}_m\}; \\ &\tilde{\mathbf{S}}_{ik} \geq \tilde{\mathbf{S}}_{kj} \Leftrightarrow \tilde{\min}\{\tilde{\mathbf{S}}_{ik}, \tilde{\mathbf{S}}_{kj}\} = \tilde{\mathbf{S}}_{kj} \end{aligned} \tag{18}$$

В соответствии с неравенством (17) транзитивность лингвистического отношения предпочтения означает следующее: сила предпочтения $\mathbf{a}_i$ над $\mathbf{a}_j$ не меньше (см. (18)), чем сила предпочтения $\mathbf{a}_i$ над $\mathbf{a}_k$ или $\mathbf{a}_k$ над $\mathbf{a}_j$.

Аксиома 3. Приведение составных лингвистических лотерей $\mathbf{L_C}=(\mathbf{P_1}, \mathbf{X_1}; \ldots; \mathbf{P}_i, \mathbf{X}_i; \ldots; \mathbf{P}_r, \mathbf{X}_r)$, компоненты $\mathbf{X}_i$ которой являются простыми лингвистическими лотереями вида $\mathbf{X}_i = (\mathbf{P}_1^i, \mathbf{Y}_1; \mathbf{P}_2^i, \mathbf{Y}_2)$, где $\mathbf{Y_2 S_{21} Y_1}$, $\mathbf{X_i S_{i1} Y_1}$, $\mathbf{Y_2 S_{2i} X_i}$; $\mathbf{S_{21}}$, $\mathbf{S_{i1}}$, $\mathbf{S}_{2i} \in \mathbf{S}_{\text{п}} = \mathbf{T(S)} \backslash (\{\mathbf{S}_0\} \cup \{\mathbf{S}_{\text{э}}\})$; $\mathbf{S}_0$, $\mathbf{S}_{\text{э}}$ соответствуют термам «отсутствие предпочтения», «приближенно эквивалентны», к эквивалентным двухисходным лотереям $\mathbf{L}' = (\mathbf{P}_1', \mathbf{Y}_1; \mathbf{P}_2', \mathbf{Y}_2)$. Вероятности $\mathbf{P}_1', \mathbf{P}_2'$ вычисляются как вероятности событий $\sum_i \mathbf{X}_i \mathbf{Y}_1$ и $\sum_i \mathbf{X}_i \mathbf{Y}_2$ соответственно.

Аксиома 4. Непрерывность предпочтений. Если $\mathbf{X}_i \mathbf{S}_{ij} \mathbf{X}_j$ и $\mathbf{X}_j \mathbf{S}_{jk} \mathbf{X}_k$, $\mathbf{S}_{ij}$, $\mathbf{S}_{jk} \in \mathbf{S}_n$, то существует лотерея $\mathbf{X}_j' = (\mathbf{P}_i, \mathbf{X}_i; \mathbf{P}_k, \mathbf{X}_k)$ такая, что $\mathbf{X}_j \mathbf{S}_{\text{э}} \mathbf{X}_j'$ (или $\mathbf{X}_j \sim \mathbf{X}_j'$).

Аксиома 5. Эквивалентность предпочтений. Пусть $\mathbf{L}=(\mathbf{P}_j, \mathbf{X}_j; \mathbf{P}_k, \mathbf{X}_k)$. Тогда, если $\mathbf{X}_j \sim \mathbf{X}_j'$, то $\mathbf{L} \sim (\mathbf{P}_j, \mathbf{X}_j'; \mathbf{P}_k, \mathbf{X}_k)$.

Аксиома 6. Сравнение лингвистических лотерей. Пусть $\mathbf{L}_i = (\mathbf{P}^{i_1}, \mathbf{X}_1; \mathbf{P}^{i_2}, \mathbf{X}_2)$, $\mathbf{L}_j = (\mathbf{P}^{j_1}, \mathbf{X}_1; \mathbf{P}^{j_2}, \mathbf{X}_2)$, $\mathbf{X}_1 \mathbf{S}_{12} \mathbf{X}_2, \mathbf{S}_{12} \in \mathbf{S}_n$. Тогда $\mu(\mathbf{L}_i \succ \mathbf{L}_j) = \mu(\tilde{\mathbf{P}}^{i_1} > \tilde{\mathbf{P}}^{j_1})$, где $\mu(\ldots)$ – степень истинности нечетких высказываний <$\mathbf{L}_i$ предпочтительнее $\mathbf{L}_j$> и <$\tilde{\mathbf{P}}^{i_1}$ больше $\tilde{\mathbf{P}}^{j_1}$> соответственно; более предпочтительна лотерея с большей вероятностью предпочтительного исхода $\mathbf{X}_1$.

Сравнение нечетких чисел $\tilde{\mathbf{P}}^{i_1}$ и $\tilde{\mathbf{P}}^{j_1}$ (или лотерей $\mathbf{L}_i$ и $\mathbf{L}_j$) приводит к нечеткому множеству наиболее предпочтительных лотерей

$$\tilde{\mathbf{L}}_0 = \{< \mu_{\mathbf{L}_0}(\mathbf{L}_i), \mathbf{L}_i >\},$$

где степень принадлежности $\mu_{\mathbf{L}_0}(\mathbf{L}_i)$ лотереи $\mathbf{L}_i$ к нечеткому множеству $\tilde{\mathbf{L}}_0$ находится, как степень истинности нечеткого высказывания <$\tilde{\mathbf{P}}^{i_1}$ больше $\tilde{\mathbf{P}}^{j_1}$> и интерпретируется степенью уверенности эксперта в предпочтении лотереи $\mathbf{L}_i$ лотерее $\mathbf{L}_j$. Задача сравнения нечетких чисел не имеет однозначного решения; правило сравнения выбирается экспертом [5]. Отметим, что аксиомы 1–6 позволяют сравнивать лотереи, не вводя явно функцию полезности и, соответственно, не определять отображения $\mathbf{M_1}$ и $\mathbf{M_2}$ в (1).

На практике может быть удобным не приводить многоисходные лотереи к двухисходным с одинаковыми исходами, а просто вычислять нечеткие ожидаемые полезности лотерей, а затем их сравнивать, т. е. находить отображения $\mathbf{M_1}$ и $\mathbf{M_2}$ в (1). Пусть для лотереи (2) определены нечеткие полезности $\tilde{\mathbf{V}}_i$ исходов $\mathbf{X}_i$. Тогда ожидаемую полезность лотереи (альтернативы) $\tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}$ (значение отображения $\mathbf{M_1}$ в постановке задачи принятия решений (1)) можно вычислить по выражениям [5]:

$$\mu_{\mathbf{V}_{\text{ож}}}(\mathbf{v}_{\text{ож}}) = \sup_{\substack{\mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{p}_{ij}, \ldots, \mathbf{p}_{1,2\ldots r} \\ i, j=1,\ldots,r}} \min\{\mu_{\mathbf{P}_i}(\mathbf{p}_i),\ \mu_{\mathbf{V}_i}(\mathbf{v}_i),\ \mu_{\mathbf{P}_{ij}}(\mathbf{p}_{ij}),\ \ldots,\ \mu_{\mathbf{P}_{1,2,\ldots,r}}(\mathbf{p}_{1,2,\ldots,r})\},$$

$$\mathbf{v}_{\text{ож}} = \sum_i \mathbf{p}_i \mathbf{v}_i - \sum_{i,j} \mathbf{p}_{ij} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_j + \sum_{i,j,k} \mathbf{p}_{ijk} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_j \mathbf{v}_k - \ldots - (-1)^r \mathbf{p}_{12\ldots r} \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \ldots \mathbf{v}_r, \tag{19}$$

где $\mathbf{p}_i$, $\mathbf{v}_i$ – базовые значения для $\tilde{\mathbf{P}}_i, \tilde{\mathbf{V}}_i$; $\mathbf{p}_{ij}$, $\mathbf{p}_{ijk}$, …, $\mathbf{p}_{12\ldots r}$ – базовые значения для лингвистических вероятностей событий $\mathbf{X}_i\mathbf{X}_j$, $\mathbf{X}_i\mathbf{X}_j\mathbf{X}_k$, …, $\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2\ldots\mathbf{X}_r$ соответственно; переменные $\mathbf{p}_i$ рассчитываются по (6), переменные $\mathbf{p}_{ij}$, $\mathbf{p}_{ijk}$, …, $\mathbf{p}_{12\ldots r}$ – по аналогичным формулам:

$$\boldsymbol{p}_{kj} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}_i)\mu_{X_k}(\boldsymbol{x}_i)\mu_{X_j}(\boldsymbol{x}_i).$$

В случае лотереи с четкими исходами $\mathbf{x}_i$ выражения (19) значительно упростятся, так как вероятности событий $\mathbf{x}_i\mathbf{x}_j$, $\mathbf{x}_i\mathbf{x}_j\mathbf{x}_k$, …, $\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\ldots\mathbf{x}_r$ (i, j, k=1, …, r) будут равны нулю; также требуется учесть условие (3).

Сравнение нечетких ожидаемых полезностей $\tilde{\mathbf{V}}^1_{\text{ож}},\ldots,\tilde{\mathbf{V}}^{\mathrm{i}}_{\text{ож}},\ldots,\tilde{\mathbf{V}}^{\mathrm{n}}_{\text{ож}}$ лингвистических лотерей $\mathbf{L_1}$, …, $\mathbf{L}_i$, …, $\mathbf{L}_n$ приводит к нечеткому множеству наиболее предпочтительных лотерей (альтернатив) – определение отображения $\mathbf{M_2}$ в постановке задачи принятия решений (1):

$$\tilde{\mathbf{L}}_0 = \{< \mu_{\mathbf{L}_0}(\mathbf{L}_i),\ \mathbf{L}_i >\}. \tag{20}$$

Степень уверенности $\mu_{\mathbf{L}_0}(\mathbf{L}_i)$ эксперта в предпочтительности лотереи $\mathbf{L}_i$ по сравнению с другими лотереями можно вычислить по формуле (индекс ранжирования нечетких чисел $\mathbf{H_1}$ [5])

$$\mu_{\mathbf{L}_0}(\mathbf{L}_i) = \sup_{\mathbf{v}_1,\ldots,\mathbf{v}_i,\ldots,\mathbf{v}_n} \min\{\mu_{\mathbf{V}^1_{\text{ож}}}(\mathbf{v}_1),\ \ldots,\ \mu_{\mathbf{V}^i_{\text{ож}}}(\mathbf{v}_i),\ \ldots,\ \mu_{\mathbf{V}^n_{\text{ож}}}(\mathbf{v}_n),\ \mu_{\mathbf{R}^i}(\mathbf{v}_1,\ldots,\mathbf{v}_i,\ldots,\mathbf{v}_n)\},$$

$$\mu_{\mathbf{R}^i}(\mathbf{v}_1,\ldots,\mathbf{v}_i,\ldots,\mathbf{v}_n) = \begin{cases} 1,\ \textit{если}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \ge \delta, j \ne i, \\ 0,\ \textit{если}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) < \delta, \end{cases} \tag{21}$$

где $\mu_{\mathbf{R}^i}$ – функция принадлежности нечеткого отношения превосходства $\mathbf{R}^i$; δ – порог различимости величин $\mathbf{v}_i$ и $\mathbf{v}_j$, назначаемый экспертом.

Пример выбора траектории движения МРК до цели. Последовательно рассмотрим решение задачи принятия решений в постановке (1) на примере ранжирования альтернатив возможных траекторий движения, осуществляемой системой принятия решений МРК. Пусть с помощью приборов наблюдения и внешнего целеуказания после соответствующей обработки информации определены три возможных маршрута до цели (три альтернативы движения $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$, $\boldsymbol{a_3}$). Требуется установить наиболее благоприятную для МРК траекторию движения до цели, т. е. провести ранжирование альтернатив по ожидаемым полезностям.

Сформируем соответствующие альтернативам лингвистические лотереи $\mathbf{L}_1 = (\mathbf{P}_1^1, \mathbf{X}_1^1; \mathbf{P}_2^1, \mathbf{X}_2^1) \sim \boldsymbol{a_1}$; $\mathbf{L}_2 = (\mathbf{P}_1^2, \mathbf{X}_1^2; \mathbf{P}_2^2, \mathbf{X}_2^2) \sim \boldsymbol{a_2}$; $\mathbf{L}_3 = (\mathbf{P}_1^3, \mathbf{X}_1^3; \mathbf{P}_2^3, \mathbf{X}_2^3) \sim \boldsymbol{a_3}$, где верхние индексы лотерей (альтернатив) соответствуют номеру лотереи, а нижние индексы – следующим исходам: 1 – цель достигнута; 2 – цель не достигнута; имеем дело с двухисходными лингвистическими лотереями с четкими исходами. Пусть лингвистические значения вероятностей $\mathbf{P}_1^1$, $\mathbf{P}_1^2$, $\mathbf{P}_1^3$ определены на основе информации о расстояниях до цели, погодных условиях, сложностях маршрутов, противодействии противников на маршрутах, соответствующих таблиц и т. п.: $\mathbf{P}_1^1 = \mathbf{P}_1^3 =$ высокая вероятность; $\mathbf{P}_1^2 =$ низкая вероятность (номера 5 и 1, см. рис. 1, *в*). Лингвистические вероятности исходов $\mathbf{X}_2^1, \mathbf{X}_2^2$ определяются по (12) или (13): $\mathbf{P}_2^1 = \mathbf{P}_2^3 =$ низкая вероятность, $\mathbf{P}_2^2 =$ высокая вероятность. Пусть полезности исходов лотерей найдены на основе нескольких критериев (возможная скорость движения МРК на маршруте, длина маршрута до цели): $\mathbf{V}_1^1$ = средняя полезность; $\mathbf{V}_2^1 = \mathbf{V}_2^2 = \mathbf{V}_2^3$ = низкая полезность; $\mathbf{V}_1^2 = \mathbf{V}_1^3 =$ высокая полезность (номера 3, 1, 5, см.рис. 1, *б*). По (19) были рассчитаны нечеткие ожидаемые полезности лотерей $\tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^1(\mathbf{L}_1), \tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^2(\mathbf{L}_2), \tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^3(\mathbf{L}_3)$. Результаты расчета линейной аппроксимации ожидаемых полезностей приведены на рис. 2, *а* (1 – для $\mathbf{L_1}$, 2 – для $\mathbf{L_2}$, 3 – для $\mathbf{L_3}$). Отметим, что грубо лингвистически аппроксимировать нечеткие множества $\tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^1, \tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^2, \tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^3$ можно с помощью термов лингвистической переменной ПОЛЕЗНОСТЬ: средняя полезность, низкая полезность и высокая полезность соответственно. Согласно рис. 2, *а*, нечеткие множества $\tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^1, \tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^2, \tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^3$ нормальные, с носителями $\mathbf{S_1}$=(0,36, 0,61), $\mathbf{S_2}$=(0, 0,2), $\mathbf{S_3}$=(0,81, 1,0). По выражениям (20), (21) (δ=0,01) получено нечеткое множество наиболее предпочтительных лотерей $\tilde{\mathbf{L}}_\mathbf{0} = \{\mathbf{0}, \mathbf{L_1}; \mathbf{0}, \mathbf{L_2}; \mathbf{1}, \mathbf{L_3}\}$. Этот результат вполне

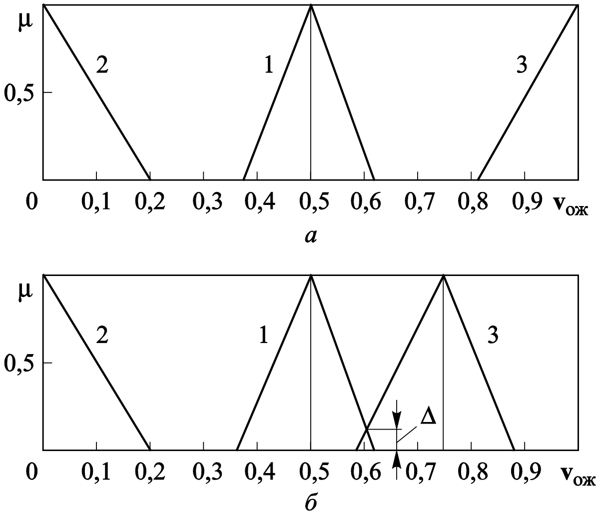

Рис. 2. Функции принадлежности значений ожидаемых полезностей лотерей (альтернатив) в задаче выбора траектории движения МРК до цели

естествен, так как носители $\mathbf{S_1}$, $\mathbf{S_2}$ и $\mathbf{S_3}$ не пересекаются. В соответствии с оценкой $\tilde{\mathbf{L}}_0$ наиболее предпочтительна альтернатива (лотерея) $\boldsymbol{a}_3$ **(**$\mathbf{L_3}$**)**.

На рис. 2, *а* приведены результаты линейной аппроксимации ожидаемых полезностей альтернатив (1 – для $\mathbf{L_1}$, 2 – для $\mathbf{L_2}$, 3 – для $\mathbf{L_3}$) для рассмотренной выше задачи с одним изменением – лингвистические вероятности альтернативы а3равны: $\mathbf{P}_1^3$ = большая вероятность; $\mathbf{P}_2^3$ = маленькая вероятность (номера 4, 2, см.рис. 1, б). Согласно рис. 2, *б*, нечеткие множества $\tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^1, \tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^2, \tilde{\mathbf{V}}_{\text{ож}}^3$ – нормальные, с носителями $\mathbf{S_1}$=(0,36, 0,61), $\mathbf{S_2}$=(0, 0,2), $\mathbf{S_3}$=(0,585, 0,885). В соответствии с (20),(21) (δ=0,01) получено нечеткое множество наиболее предпочтительных лотерей $\tilde{\mathbf{L}}_0 = \{\Delta, \mathbf{L}_1; 0, \mathbf{L}_2; 1, \mathbf{L}_3\}$, где $\Delta \approx 0{,}1$. В соответствии с величиной $\tilde{\mathbf{L}}_0$ наиболее предпочтительна альтернатива (лотерея) $\boldsymbol{a}_3$ ($\mathbf{L_3}$).

Отметим, что аналогично можно решать подобные задачи в более сложной постановке: большого количества траекторий (альтернатив), большого числа исходов альтернатив (исходом можно полагать степень ущерба причиненного МРК) и т. п.

В случае отсутствия по каким-либо причинам необходимой информации для расчета ожидаемых полезностей альтернатив, можно использовать подходы, позволяющие оценить ожидаемые полезности в порядковой шкале, что вполне достаточно для ранжирования альтернатив по полезности [5].

Выводы. 1. Предлагается подход к решению задачи выбора траектории движения в нечеткой среде системой принятия решений

МРК на основе теории нечетких множеств и теории полезности; подход позволяет достаточно полно учесть специфику задачи (нечеткость среды) и использовать знания (опыт) человека (эксперта) в алгоритме принятия решений, что делает систему принятия решений интеллектуальной и позволяет ей принимать эффективные решения.

2. Рассмотренный пример принятия решений по выбору траектории движения показывает, что указанный подход прост в формализации и позволяет на основе исходных данных принять решение, которое даже интуитивно не очевидно для человека.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Третьяков М.Е. Принятие решений по определению очередности поражения целей мобильным роботизированным комплексом в нечеткой среде. *Оборонная техника*, 2002, №1–2, с. 109–116.

[2] Лакота Н.А., Лапшов В.С., Рубцов И.В. и др. Военная робототехника – состояние и перспективы развития. *Оборонная техника*, 2000, №1-2, с. 8–11.

[3] Кутузов А.Н., Машков К.Ю., Наумов В.Н. и др. Многофункциональный мобильный комплекс для отработки перспективных технологий военной робототехники. *Оборонная техника*, 2000, №1–2, с. 12–14.

[4] Кутузов А.Н., Лапшов В.С., Носков В.П., Рубцов И.В. Опыт разработки и создания автономного интеллектуального робототехнического комплекса на базе серийного танка Т-72. *Оборонная техника*, 2000, №1–2, с. 15–18.

[5] Борисов А.Н., Алексеев А.В., Меркурьева Г.В.и др. *Обработка нечеткой информации в системах принятия решений*. Москва, Радио и связь, 1989, 304 с.

[6] Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П. *Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования*. Рига, Зинатне, 1990, 184 с.

[7] Заде Л.А. *Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений*. Москва, Мир, 1976, 168 с.

Статья поступила в редакцию 19.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Третьяков М.Е. Принятие решений по выбору траектории движения мобильным роботизированным комплексом в нечеткой среде. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 8.
URL: http://engjournal.ru/catalog/pribor/robot/940.html

Третьяков Михаил Евгеньевич – канд. техн. наук, старший научный сотрудник отдела "Специальная робототехника и мехатроника" НИИ СМ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 30 научных трудов в области систем автоматического управления.
e-mail: tretyakov_m58@mail.ru