

Методы оценки погрешности измерения координат в комплексированных системах регистрации трехмерных образов объектов

© А.В. Горевой, В.Я. Колючкин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрена задача проектирования комплексированной системы регистрации трехмерных образов объектов на системотехническом уровне. Разработана тематическая модель такой системы, предложен критерий качества и получены аналитические выражения для оценки влияния параметров отдельных компонентов системы на критерий качества ее работы. Результаты анализа, полученные для оценки матрицы ковариации погрешности определения трехмерных координат отдельной точки в приближении малых шумов, подтверждены результатами численного моделирования для системы, включающей в состав одно устройство проекции и два устройства регистрации. Предложена методика анализа погрешности регистрации трехмерных образов в пределах рабочего объема при известных параметрах устройств и алгоритмов, а также методика верификации полученных результатов с использованием статистического моделирования.

Ключевые слова: 3D-сканер, структурированная подсветка, стереотождество, оценка погрешности, методика проектирования.

Введение. Получение трехмерных моделей реальных объектов является актуальной задачей в различных областях человеческой деятельности. Для ее решения требуются аппаратные и программные средства регистрации трехмерных объектов, работающие в широком диапазоне дальностей, с высоким пространственным разрешением для различных типов объектов в различных условиях. Известны параллаксный метод с использованием структурированной подсветки, который позволяет регистрировать трехмерные образы объектов без ярко выраженной текстуры, а также стереоскопический метод, обеспечивающий надежную регистрацию образов объектов, имеющих ярко выраженную текстуру. Перспективным направлением развития систем регистрации трехмерных образов объектов (СРТО) являются комплексированные системы, сочетающие достоинства обоих приведенных методов и позволяющие снять ограничения на их применение.

Большинство известных публикаций, посвященных разработке методов и алгоритмов регистрации трехмерных образов, содержат только экспериментальную оценку эффективности данных методов и

СРТО на их основе. Теоретические основы выбора схемных решений для комплексированных СРТО и оптимизации параметров аппаратуры регистрации и алгоритмов обработки сигналов в настоящее время не сформулированы.

В данной работе рассмотрена задача проектирования комплексированной СРТО на системотехническом уровне. Целью работы является разработка методики анализа погрешности регистрации трехмерных образов объектов и оптимизации параметров математической модели СРТО.

Проектирование СРТО на системотехническом уровне. Для описания подхода к проектированию СРТО на системотехническом уровне рассмотрим обобщенную функциональную схему СРТО (рис. 1). Такая система осуществляет регистрацию трехмерной структуры объектов в пределах заданной зоны в пространстве, называемой рабочим объемом. В состав системы может входить несколько устройств, осуществляющих структурированную подсветку объекта (устройства проекции), и несколько устройств, регистрирующих изображения объекта (устройства регистрации). В зависимости от числа и расположения устройств проекции и регистрации в СРТО могут быть реализованы стереоскопический или параллаксный методы, а также их комбинации. Проецируемые картины и зарегистрированные изображения используются в качестве входных данных для алгоритмов цифровой обработки (алгоритма определения соответствий и алгоритма оценки трехмерных координат). Результатом работы алгоритмов является облако точек с известными координатами и текстурой, которое может подвергаться дальнейшей обработке: построению гладких поверхностей, подгонке под известную модель объекта, измерению параметров и др.

В работе подробно рассматривается математическая модель каждого компонента приведенной схемы и анализируется влияние параметров модельного описания на показатель качества работы СРТО.

Для описания устройств проекции и регистрации вводится математическая модель в геометрическом приближении, которая задает связь $\mathbf{p}_i = \mathcal{P}_i \circ \mathcal{E}_i(\mathbf{x})$ точек \mathbf{x} объекта в глобальной системе координат (ГСК) и их изображений \mathbf{p}_i для i -го устройства, где \mathcal{E}_i — оператор преобразования при переходе из ГСК в систему координат (СК), связанную с i -м устройством; \mathcal{P}_i — оператор преобразования, определяющего соответствие между координатами точек $A(x, y, z)$ в СК устройства и координатами их изображений $a(u, v)$. Такое описание определяет поведение только главного луча, идущего из данной точки пространства предметов. Преобразование \mathcal{P}_i также задает

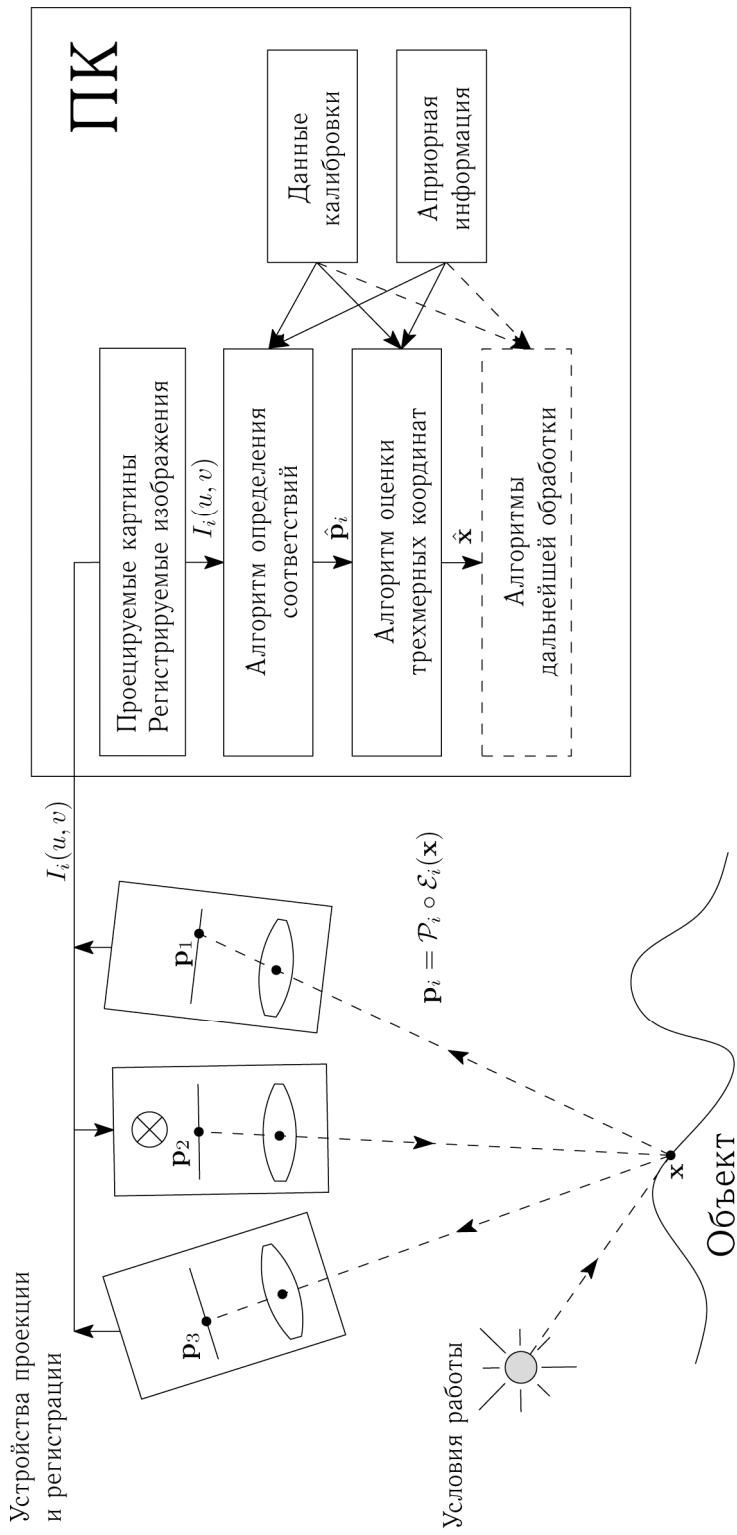


Рис. 1. Обобщенная функциональная схема СТГО

однозначное соответствие лучей $L(O, A)$, заданных в пространстве предметов, и точек в плоскости изображения $\mathcal{P} : L(O, A) \rightarrow a(u, v)$. Для обеспечения оценки трехмерных координат точки методом триангуляции модель должна быть обратимой и предоставлять возможность получить обратное преобразование $\mathcal{P}^{-1} : a(u, v) \rightarrow L(O, A)$.

Наиболее часто используемой моделью устройства регистрации в техническом зрении является проективная модель (*pinhole model*) [1, 2], которая достаточно точно описывает процесс формирования изображения для большинства используемых устройств регистрации (обычные видеокамеры с полем зрения в пределах 60° [3]. Обзор математических моделей для различных оптических систем приведен в работе [4], универсальная полиномиальная модель описания устройств регистрации — в работе [5].

Пространственное расположение в трехмерном евклидовом пространстве устройств проекции и регистрации описывается набором преобразований между СК, связанными с каждым из этих устройств [1]. Выбрав одну из СК в качестве глобальной, зададим набор преобразований (R_i, t_i) , связывающих координаты точки в i -й СК $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ с ее координатами в ГСК \mathbf{x}_g выражением $\mathbf{x}_i = \mathcal{E}_i(\mathbf{x}_g) = R_i \mathbf{x}_g + t_i$. Преобразование между двумя произвольными i -й и j -й СК определяется соотношениями

$$R_{i \rightarrow j} = R_j R_i^{-1}; \quad t_{i \rightarrow j} = t_j - R_j R_i^{-1} t_i. \quad (1)$$

Взаимосвязь N различных СК однозначно описывается введенным выше набором из $N-1$ преобразований, все остальные преобразования должны удовлетворять соотношениям (1). Такой характер взаимосвязи можно представить в виде графа, вершинами которого являются СК, а ребрами — известные преобразования между ними. В таком случае преобразование между двумя любыми СК может быть получено как композиция преобразований вдоль любого существующего пути по данному графу между двумя соответствующими вершинами, а сформулированное выше правило приведено к требованию эквивалентности преобразований, полученных вдоль всех возможных путей.

Набор преобразований \mathcal{P}_i и \mathcal{E}_i , описывающих характеристики и взаимное расположение устройств проекции и регистрации, параметризуют вектором $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1^T, \dots, \mathbf{v}_N^T)^T$. Определение вектора параметров математической модели для реальных устройств осуществляется в процессе калибровки системы.

Алгоритмом определения соответствий является алгоритм обработки данных, который по известным проецируемым картинам и зарегистрированным изображениям определяет точки \mathbf{p}_i в плоскостях изображений устройств, соответствующие одной и той же точке объекта (соответствующие точки). Для описания результата работы такого алгоритма используем подход, аналогичный применяемому при определении устойчивых оценок параметров модели [6]. Полученные оценки координат соответствующих точек $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1^T, \mathbf{p}_2^T, \dots)^T$ будем считать принадлежащими двум распределениям: «верному» и «ложному». Верному распределению принадлежат оценки координат точек, полученных правильным сопоставлением элементов изображений, но координаты которых определены не совсем точно вследствие дискретизации и шумов приемника. Такие оценки соответствуют принятой модели $\mathbf{p} = \bar{\mathbf{p}} + \Delta$, где $\bar{\mathbf{p}}$ — истинное значение, а Δ — помеховая составляющая, имеющая нормальный закон распределения $\Delta \sim \mathcal{N}(\mathbf{b}_p, \Sigma_p)$. В случае ошибочного сопоставления элементов изображения оценка координат является ложной, ее значение сложно предсказать заранее и считается, что она принадлежит ложному распределению. Тогда критериями качества работы алгоритма определения соответствий можно считать вероятность правильного сопоставления P_i и параметры верного распределения \mathbf{b}_p и Σ_p . Вероятность правильного сопоставления может быть повышена учетом априорной информации о форме, возможных положениях и других характеристиках объекта, а также информации о преобразованиях \mathcal{P}_i и \mathcal{E}_i , полученной в результате калибровки системы.

Матрица Σ_p зависит от множества факторов, в том числе: метода регистрации трехмерных образов, алгоритма обработки изображений, типа регистрируемых объектов, условий регистрации, характеристик используемых устройств регистрации и др. Анализ этой зависимости является задачей отдельного исследования, поэтому ограничимся определением вида Σ_p в зависимости от метода регистрации трехмерных образов объектов. В случае, когда используются два устройства регистрации и алгоритм обработки изображений подразумевает независимое определение соответствующих точек на двух зарегистрированных изображениях, Σ_p имеет блочно-диагональную структуру: $\Sigma_p = \text{diag}(\Sigma_{p1}, \Sigma_{p2})$. Примером такого метода регистрации является независимое применение детекторов и дескрипторов для поиска и описания соответствующих точек с последующим сопоставлением, приведенное в работах [7, 8].

Если алгоритм обработки задает сетку опорных точек на первом изображении и осуществляет поиск соответствующих точек на втором изображении, можно считать, что $\Sigma_{\mathbf{p}} = \text{diag}(0, \Sigma_{\mathbf{p}_2})$, где 0 — нулевая матрица, эквивалентная по размеру $\Sigma_{\mathbf{p}_1}$. Такому описанию соответствует большинство классических стереоскопических методов, представленных в работах [2, 9]. СРТО, состоящая из устройства проекции и устройства регистрации, может быть представлена аналогично. Если картина подсветки содержит маркеры, положение которых однозначно определяется по двум координатам [10], то рассматриваемый случай аналогичен заданию сетки точек на проецируемой картине и поиску соответствующих точек на изображении. В таком случае $\Sigma_{\mathbf{p}} = \text{diag}(0, \Sigma_{\mathbf{p}_2})$, где первое устройство — устройство проекции, а второе — устройство регистрации. Для трех устройств регистрации аналогично можно задать $\Sigma_{\mathbf{p}} = \text{diag}(\Sigma_{\mathbf{p}_1}, \Sigma_{\mathbf{p}_2}, \Sigma_{\mathbf{p}_3})$ — для независимого определения соответствующих точек на изображениях и $\Sigma_{\mathbf{p}} = \text{diag}(0, \Sigma_{\mathbf{p}_2}, \Sigma_{\mathbf{p}_3})$ — для сетки опорных точек на первом изображении. В случае, когда первое устройство проецирует картину с маркерами, а два остальных регистрируют изображения, $\Sigma_{\mathbf{p}}$ также имеет вид $\Sigma_{\mathbf{p}} = \text{diag}(0, \Sigma_{\mathbf{p}_2}, \Sigma_{\mathbf{p}_3})$.

Алгоритм оценки трехмерных координат определяет трехмерные координаты точки \mathbf{x} по N зарегистрированным изображениям: $\mathbf{p}_i = \mathcal{P}_i(\mathbf{x})$, $i = \overline{1, N}$. Такая постановка задачи соответствует задаче триангуляции и может рассматриваться как определение пересечения лучей $L_i = \mathcal{P}_i^{-1}(\mathbf{p}_i)$ в пространстве. Из-за наличия ошибок в определении координат соответствующих точек \mathbf{p}_i данные лучи не пересекаются в одной точке, поэтому алгоритм триангуляции \mathcal{T} рассматривается как оценка параметра $\hat{\mathbf{x}}$, минимизирующая некоторый критерий C .

Введем следующие обозначения: вектор данных $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1^T, \dots, \mathbf{p}_N^T)^T$; вектор параметров \mathbf{v}_i , описывающий преобразования \mathcal{P}_i , R_i и \mathbf{t}_i ; общий вектор параметров $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1^T, \dots, \mathbf{v}_N^T)^T$. Тогда алгоритм триангуляции имеет вид

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathcal{T}(\mathbf{p}, \mathbf{v}) = \arg \min_{\hat{\mathbf{x}}} (C(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{p}, \mathbf{v})). \quad (2)$$

Выбор критерия минимизации в общем случае не очевиден и в значительной мере зависит от априорных данных о положении точки \mathbf{x} , преобразований \mathcal{P}_i , ее изображений \mathbf{p}_i и характера ошибок в определении их координат.

Самым простым критерием, используемым для алгоритма триангуляции, является метод средней точки (*mid-point method*) [11]. В таком случае точка в трехмерном пространстве выбирается таким образом, чтобы суммарное расстояние от нее до всех лучей было наименьшим. Оценка данным методом может быть получена в явном виде по методу наименьших квадратов [4, 12]. При использовании проективных моделей устройств регистрации оценку можно получить путем решения системы уравнений методом наименьших квадратов через разложение по сингулярным значениям (SVD), как показано в работах [1, 2, 12]. Такой метод при относительно низкой вычислительной сложности не является оптимальным. Оптимальным может быть алгоритм, который минимизирует расстояние Махаланобиса (*Mahalanobis distance*) в плоскостях изображений устройств регистрации, т. е.

$$C = \sum_{i=1}^N \left\| \mathbf{p}_i - \mathcal{P}_i \circ \mathcal{E}_i(\hat{\mathbf{x}}) \right\|_{\Sigma}^2 = \sum_{i=1}^N (\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i)^T \Sigma_{\mathbf{p}_i}^{-1} (\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i), \quad (3)$$

где $\hat{\mathbf{p}}_i = \mathcal{P}_i \circ \mathcal{E}_i(\hat{\mathbf{x}})$ — оценка координат скорректированного положения изображения точки $\hat{\mathbf{x}}$ в плоскости изображений i -го устройства регистрации, а $\Sigma_{\mathbf{p}_i}^{-1}$ — обратная (с учетом ранга) матрица ковариации измерения координат для \mathbf{p}_i , причем $\Sigma_{\mathbf{p}} = \text{diag}(\Sigma_{\mathbf{p}_1}, \Sigma_{\mathbf{p}_2}, \dots, \Sigma_{\mathbf{p}_N})$.

Если отклонение измеренных координат изображения точки \mathbf{p}_i от их истинного значения $\bar{\mathbf{p}}_i$ соответствует нормальному распределению $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{p}_i})$, то оценка координат точки $\hat{\mathbf{x}}$, полученная в результате минимизации критерия (3) будет асимптотически несмещенной и эффективной в пределе для малых шумов, и такой алгоритм дает оценку с минимальной дисперсией, соответствующей неравенству Рао — Крамера [13]. Недостатком такого критерия является то, что используемый функционал нелинеен и выражение для оценки нельзя получить в явном виде. Для оценки координат точки $\hat{\mathbf{x}}$ используются итерационные алгоритмы нелинейной минимизации (Ньютона, Левенберга — Маркуардта (Levenberg — Marquardt)) [1]. Полученные оценки координат скорректированных положений изображений точек $\hat{\mathbf{p}}_i, i = \overline{1, N}$, удовлетворяющие эпиполярному условию, в данном случае также являются асимптотически несмещенными и эффективными.

Для определения зависимости погрешности оценки трехмерных координат точки $\hat{\mathbf{x}}$ от погрешности определения координат изображений точек \mathbf{p}_i при использовании алгоритма триангуляции (2)

воспользуемся теоремой, приведенной в работе [14]. После подстановки выражения для используемого критерия (3) и ряда преобразований получим выражения для частных производных смещения оценки и матрицы ковариации

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{p}} = \left(\frac{\partial \mathbf{p}^T}{\partial \mathbf{x}} \Sigma_{\mathbf{p}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}^T}{\partial \mathbf{x}} \Sigma_{\mathbf{p}}^{-1}; \quad (4)$$

$$\Sigma_{\mathbf{x}} = \left(\frac{\partial \mathbf{p}^T}{\partial \mathbf{x}} \Sigma_{\mathbf{p}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} \right)^{-1}, \quad (5)$$

где
$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} = \left(\left(\frac{\partial \mathcal{P}_1}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathcal{E}_1}{\partial \mathbf{x}} \right)^T, \left(\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial \mathbf{x}} \right)^T, \dots, \left(\frac{\partial \mathcal{P}_N}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathcal{E}_N}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right)^T.$$

Апостериорная матрица ковариации оценки трехмерных координат точки $\hat{\mathbf{x}}$ объекта получена для случая, когда калибровка системы проведена без ошибок и преобразования \mathcal{P}_i , \mathcal{E}_i определены точно.

Преобразования \mathcal{P}_i , \mathcal{E}_i однозначно определяются вектором параметров $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1^T, \dots, \mathbf{v}_N^T)^T$, но не всегда линейно зависят от этих параметров. Для записи оценочной функции (3) с учетом погрешностей калибровки разложим преобразование $\mathcal{P}_i \circ \mathcal{E}_i$ в ряд по степеням \mathbf{v} в окрестности истинного значения параметров $\bar{\mathbf{v}}$ и используем приближение первого порядка:

$$C = \sum_{i=1}^N \left\| \mathbf{p}_i - \mathcal{P}_i \circ \mathcal{E}_i(\hat{\mathbf{x}}) - \frac{\partial (\mathcal{P}_i \circ \mathcal{E}_i)}{\partial \mathbf{v}} (\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}}) \right\|_{\Sigma}^2. \quad (6)$$

Полученные в результате подстановки выражения для частных производных смещения оценки и матрицы ковариации соответствуют выражениям, приведенным в работе [15]:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{v}} = - \left(\frac{\partial \mathbf{p}^T}{\partial \mathbf{x}} \Sigma_{\mathbf{p}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}^T}{\partial \mathbf{x}} \Sigma_{\mathbf{p}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{v}}; \quad (7)$$

$$\Sigma_{\mathbf{x}} = \mathbf{N}^{-1} + \mathbf{N}^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}^T}{\partial \mathbf{x}} \Sigma_{\mathbf{p}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{v}} \Sigma_{\mathbf{v}} \frac{\partial \mathbf{p}^T}{\partial \mathbf{v}} \Sigma_{\mathbf{p}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{N}^{-1}, \quad (8)$$

где
$$\mathbf{N} = \frac{\partial \mathbf{p}^T}{\partial \mathbf{x}} \Sigma_{\mathbf{p}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}}.$$

В комплексированных СРТО для оценки трехмерных координат точки $\hat{\mathbf{x}}$ могут быть использованы различные алгоритмы. Для того

чтобы с общих позиций сформулировать задачу оценки эффективности алгоритмов, опишем общий алгоритм работы СРТО с помощью байесовской сети (рис. 2). Ограничимся СРТО, состоящими из не более чем трех устройств.

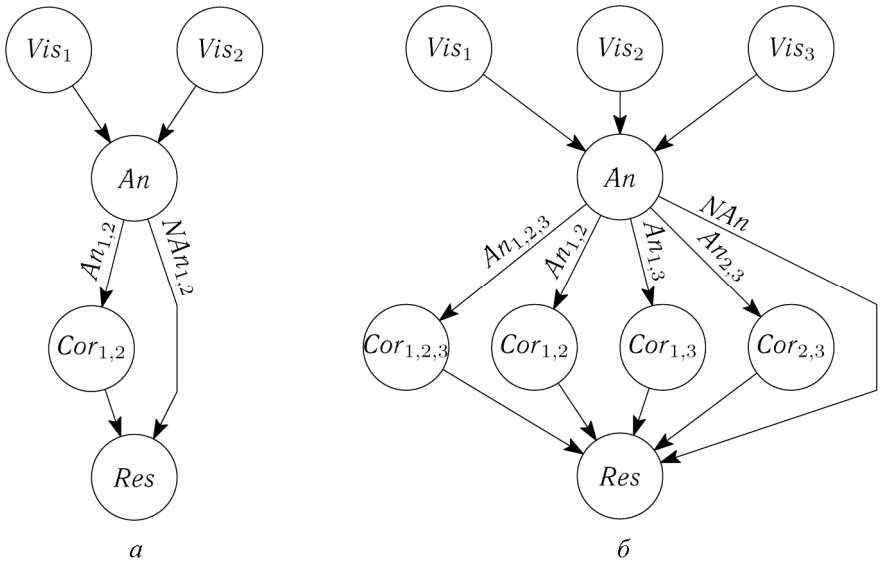


Рис. 2. Байесовская сеть, описывающая общий алгоритм работы СРТО: *a* — для системы из двух устройств, *б* — для системы из трех устройств

Случайная переменная $Vis_i = \{1, 0\}$ определяет, видна ($Vis_i = 1$) или не видна ($Vis_i = 0$) рассматриваемая точка объекта i -м устройством при заданных расположении и угловых полях устройств, а также ориентации и форме объекта. Далее при описании вероятности данного события для краткости используем запись $P(Vis_i)$ при $Vis_i = 1$ и $P(NVis_i)$ при $Vis_i = 0$.

Переменная An определяет, какой из алгоритмов определения соответствий обрабатывает полученные данные для рассматриваемой точки. Для системы из двух устройств (рис. 2, *a*) $An = \{An_{1,2}, NAn_{1,2}\}$, т. е. алгоритм принимает решение о рассмотрении данной точки ($An = An_{1,2}$) или об отказе от попытки рассмотрения ($An = NAn_{1,2}$). При описании системы из трех устройств (рис. 2, *б*) $An = \{An_{1,2,3}, An_{1,2}, An_{1,3}, An_{2,3}, NAn\}$. Для обработки данных могут быть задействованы различные алгоритмы — использующий данные со всех трех устройств ($An = An_{1,2,3}$), или использующий данные с пары устройств ($An = An_{i,j}$ для $(i, j) = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$), также может быть принято решение об отказе

от рассмотрения данной точки ($An = NAn$). В дальнейшем используется запись $P(An_{i,j})$ при $An = An_{i,j}$ и т. д.

Переменная $Cor_{i,j,\dots} = \{1, 0\}$ определяет, верно ($Cor_{i,j,\dots} = 1$) или ложно ($Cor_{i,j,\dots} = 0$) определены выбранным алгоритмом соответствующие точки на i, j, \dots изображениях. Далее примем обозначение $P(TCor_{i,j,\dots})$ при $Cor_{i,j,\dots} = 1$, а также $P(FCor_{i,j,\dots})$ при $Cor_{i,j,\dots} = 0$. Термины «верно» или «ложно» в данном случае обозначают, что полученные координаты соответствующих точек относятся к одному из двух распределений — верному или ложному.

Переменная $Res = \{T, F, N\}$ определяет, какой результат был получен при работе системы: трехмерные координаты точки определены верно ($Res = T$), ложно ($Res = F$) или не определены ($Res = N$). Верно или ложно определенные трехмерные координаты точки предполагают работу алгоритма оценки трехмерных координат по «верно» или «ложно» полученным соответствующим точкам. Трехмерные координаты точки «не определены», если алгоритмом определения соответствий было принято решение отказаться от рассмотрения данной точки. Для описания вероятностей возможных событий использована запись $P(TRes)$ при $Res = T$, $P(FRes)$ при $Res = F$ и $P(NRes)$ при $Res = N$.

Используя введенные обозначения, выразим вероятность верной и ложной оценок трехмерных координат точки для СРТО, состоящей из двух устройств:

$$P(TRes) = P(TCon_{1,2} | Vis_{1,2}) P(An_{1,2} | Vis_{1,2}) P(Vis_{1,2}) + P(TCon_{1,2} | \overline{Vis}_{1,2}) P(An_{1,2} | \overline{Vis}_{1,2}) P(\overline{Vis}_{1,2}); \quad (9)$$

$$P(FRes) = P(FCon_{1,2} | Vis_{1,2}) P(An_{1,2} | Vis_{1,2}) P(Vis_{1,2}) + P(FCon_{1,2} | \overline{Vis}_{1,2}) P(An_{1,2} | \overline{Vis}_{1,2}) P(\overline{Vis}_{1,2}), \quad (10)$$

где $Vis_{i,j,\dots,k} = Vis_i \cdot Vis_j \cdot \dots \cdot Vis_k$ и используется обозначение $P(Vis_{i,j,\dots,k})$ при $Vis_{i,j,\dots,k} = 1$ и $P(\overline{Vis}_{i,j,\dots,k})$ при $Vis_{i,j,\dots,k} = 0$.

Для большинства алгоритмов определения соответствий можно считать, что $P(TCon_{1,2} | \overline{Vis}_{1,2}) = 0$, и, убрав второе слагаемое упростить выражение (9). Поскольку $Res = \{T, F, N\}$, то вероятность отказа от оценки координат равна $P(NRes) = 1 - P(TRes) - P(FRes)$. Результирующие параметры для верной оценки трехмерных координат точки — вектор смещения \mathbf{b}_x и матрица ковариации

$\Sigma_{\mathbf{x}}$ — определяются по результатам работы алгоритма оценки трехмерных координат: $\mathbf{b}_{\mathbf{x}} = \mathbf{b}_{\mathbf{x}1,2}$ и $\Sigma_{\mathbf{x}} = \Sigma_{\mathbf{x}1,2}$.

Для системы, состоящей из трех устройств, можно аналогично записать вероятность «верной» оценки трехмерных координат точки в виде

$$P(TRes) = P(TCon_{1,2,3} | Vis_{1,2,3}) P(An_{1,2,3} | Vis_{1,2,3}) P(Vis_{1,2,3}) + \\ + \sum_{\substack{(i,j,k)=\{(1,2,3), \\ (1,3,2), (2,3,1)\}}} \left(P(TCor_{i,j} | Vis_{i,j}) P(Vis_{i,j}) \times \right. \\ \left. \times \left(P(An_{i,j} | Vis_{i,j}, NVis_k) P(NVis_k) + P(An_{i,j} | Vis_{1,2,3}) P(Vis_k) \right) \right),$$

если принять, что $P(TCor_{i,j,\dots,k} | \overline{Vis}_{i,j,\dots,k}) = 0$ для всех используемых алгоритмов определения соответствий. Вероятность «ложной» оценки трехмерных координат точки аналогично можно представить как

$$P(FRes) = P(FCon_{1,2,3} | Vis_{1,2,3}) P(An_{1,2,3} | Vis_{1,2,3}) P(Vis_{1,2,3}) + \\ + P(FCon_{1,2,3} | \overline{Vis}_{1,2,3}) P(An_{1,2,3} | \overline{Vis}_{1,2,3}) P(\overline{Vis}_{1,2,3}) + \\ + \sum_{\substack{(i,j,k)=\{(1,2,3), \\ (1,3,2), (2,3,1)\}}} \left(P(FCor_{i,j} | Vis_{i,j}) P(Vis_{i,j}) \times \right. \\ \left. \times \left(P(An_{i,j} | Vis_{i,j}, NVis_k) P(NVis_k) + P(An_{i,j} | Vis_{i,j,k}) P(Vis_k) \right) + \right. \\ \left. + P(FCor_{i,j} | \overline{Vis}_{i,j}) P(An_{i,j} | \overline{Vis}_{i,j}) P(\overline{Vis}_{i,j}) \right).$$

Для определения результирующих характеристик для «верной» оценки трехмерных координат точки, следует учесть характеристики, полученные в результате работы алгоритма оценки трехмерных координат по различным наборам данных. Результат может быть представлен как смесь распределений, характеристики которого определяются по следующим формулам:

$$\mathbf{b}_{\mathbf{x}} = W_{1,2,3} \mathbf{b}_{\mathbf{x}1,2,3} + \sum_{\substack{(i,j)=\{(1,2), \\ (1,3), (2,3)\}}} (W_{i,j} \mathbf{b}_{\mathbf{x}i,j}); \quad (11)$$

$$\Sigma_{\mathbf{x}} = W_{1,2,3} \left((\mathbf{b}_{\mathbf{x}} - \mathbf{b}_{\mathbf{x}1,2,3}) (\mathbf{b}_{\mathbf{x}} - \mathbf{b}_{\mathbf{x}1,2,3})^T + \Sigma_{\mathbf{x}1,2,3} \right) +$$

$$+ \sum_{\substack{(i,j)=\{(1,2), \\ (1,3),(2,3)\}}} W_{i,j} \left((\mathbf{b}_x - \mathbf{b}_{x_{i,j}}) (\mathbf{b}_x - \mathbf{b}_{x_{i,j}})^T + \Sigma_{x_{i,j}} \right), \quad (12)$$

где весовые коэффициенты $W_{1,2,3}$ и $W_{i,j}$ имеют вид

$$W_{1,2,3} = \frac{1}{P(TRes)} \left(P(TCor_{1,2,3} | Vis_{1,2,3}) P(An_{1,2,3} | Vis_{1,2,3}) P(Vis_{1,2,3}) \right);$$

$$W_{i,j} = \frac{1}{P(TRes)} \left(P(TCor_{i,j} | Vis_{i,j}) P(Vis_{i,j}) \times \right.$$

$$\left. \times \left(P(An_{i,j} | Vis_{i,j}, NVis_k) P(NVis_k) + P(An_{i,j} | Vis_{1,2,3}) P(Vis_k) \right) \right)$$

для всех $(i, j, k) = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 3, 1)\}$.

Показатель качества СРТО вводится при задании двух следующих условий: размеров и конфигурации рабочего объема, а также погрешности измерения некоторой характеристики объекта в пределах рабочего объема. Примером такого показателя качества может служить показатель, введенный в работе [16] для активного оптического устройства измерения дальности. Учитывая изложенные выше соображения, при вычислении показателя качества также следует учесть вероятности верной и ложной оценки характеристики объекта, при которой распределение погрешности измерения соответствует или не соответствует принятой модели. Универсальной характеристикой измерения координат отдельной точки \mathbf{x} являются вектор смещения $\mathbf{b}_x = E[\hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}]$ и матрица ковариации $\Sigma_x = \Sigma[\hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}]$ оценки координат $\hat{\mathbf{x}}$. В качестве критерия качества измерения также можно использовать максимальное собственное значение Σ_x , дисперсии σ_x^2 , σ_y^2 , σ_z^2 проекций плотностей вероятности на координатные оси или произвольное направление σ_r^2 , а также другие критерии, получаемые из Σ_x линейными преобразованиями. Для большинства СРТО более важным является определение не абсолютных значений координат отдельных точек \mathbf{x} , а взаимного расположения двух точек объекта, например характерного размера объекта. Как правило, такие параметры могут быть вычислены по координатам нескольких точек, и для оценки погрешности их вычисления требуется совместная матрица ковариации Σ_x погрешности определения координат N точек.

Использованный подход к модельному описанию СРТО позволяет определить целевую функцию проектирования как зависимость

показателя качества от параметров и характеристик аппаратуры регистрации и алгоритмов обработки данных.

Экспериментальные исследования. Целью экспериментальных исследований является проверка (апробация) разработанной методики оценки погрешности СРТО для различных математических моделей устройств проекции и регистрации. Основными задачами, решенными при проведении экспериментов, являются:

- анализ погрешности восстановления трехмерных координат точки \mathbf{x} при определенном расположении и характеристиках устройств проекции и регистрации в пределах известного рабочего объема;

- оценка границ применимости аналитических выражений, полученных на основе приближений первого порядка, путем сравнения результатов с результатами численного моделирования по методу статистического анализа.

В качестве моделируемой системы регистрации трехмерных образов использована система, состоящая из одного устройства проекции и двух устройств регистрации, описываемых проективными моделями с учетом дисторсии. Преобразования, осуществляемые данными устройствами, представлены в соответствии с введенными ранее обозначениями: $\mathbf{p}_1 = \mathcal{P}_1(\mathbf{x}_1)$, $\mathbf{p}_2 = \mathcal{P}_2(\mathbf{x}_2)$ и $\mathbf{p}_3 = \mathcal{P}_3(\mathbf{x}_3)$. Координаты точки заданы в ГСК \mathbf{x}_g , совпадающей с СК первого устройства (устройства проекции) \mathbf{x}_1 . Преобразования между СК описаны соотношениями $(R_{1 \rightarrow 2}, t_{1 \rightarrow 2})$ и $(R_{1 \rightarrow 3}, t_{1 \rightarrow 3})$. Каждое из преобразований \mathcal{P}_i включает в себя:

- отображающую функцию для проективного преобразования [1];
- преобразование дисторсии, соответствующее приведенному в работе [17], где учтены коэффициенты k_1, k_2, k_3, ρ_1 и ρ_2 , а коэффициенты k_4, k_5 и k_6 равны нулю, центр дисторсии (x_0, y_0) совпадает с началом координат СК устройства;
- аффинное преобразование, определенное в соответствии с работой [1].

Преобразование дисторсии определено вектором параметров $\mathbf{k}_d = (k_1, k_2, k_3, \rho_1, \rho_2)^T$, аффинное преобразование \mathcal{A} параметризовано вектором $\mathbf{k}_a = (f', \alpha, \beta, u_0, v_0)^T$. Таким образом, модель каждого устройства регистрации описана вектором $\mathbf{k}_i = (\mathbf{k}_{di}^T, \mathbf{k}_{ai}^T)^T$, включающим 10 параметров. Для описания преобразований $(R_{1 \rightarrow 2}, t_{1 \rightarrow 2})$ и $(R_{1 \rightarrow 3}, t_{1 \rightarrow 3})$ определены векторы $\mathbf{k}_e = (\mathbf{\Omega}^T, \mathbf{t}^T)^T$, где $\mathbf{\Omega} = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)^T$ — вектор, параметризующий матрицу вращения по

формуле Родригеса [18], а $\mathbf{t} = (t_1, t_2, t_3)^T$ — вектор смещения. Итого общее число параметров $\mathbf{v} = (\mathbf{k}_1^T, \mathbf{k}_2^T, \mathbf{k}_3^T, \mathbf{k}_{e1 \rightarrow 2}^T, \mathbf{k}_{e1 \rightarrow 3}^T)^T$, описывающих рассматриваемую систему регистрации трехмерных образов, равно 42.

Для проводимого моделирования принято, что устройства регистрации расположены с двух сторон от устройства проекции на расстоянии 100 мм и имеют следующие параметры: матрица камеры содержит 1 600×1 200 элементов размером 6×6 мкм², фокусное расстояние объектива 25 мм, угловое поле зрения около 22°. Такие параметры соответствуют узкопольной комплексированной СРТО. В устройстве проекции использован транспарант с нанесенными маркерами, причем его размер совпадает с размером матриц камер, фокусное расстояние объектива равно 25 мм. Параметры, использованные при моделировании:

$$f' = \frac{25 \text{ мм}}{0,006 \text{ мм}} = 4166,7;$$

$\alpha = 0$; $\beta = 1$; $u_0 = 1600 / 2 = 800$; $v_0 = 1200 / 2 = 600$; принята чисто проективная модель без дисторсии: $\mathbf{k}_d = (0, 0, 0, 0, 0)^T$. Расположение устройств задано векторами $\mathbf{t}_{1 \rightarrow 2} = (99, 875, 0, 4, 998)^T$ мм, $\mathbf{\Omega}_{1 \rightarrow 2} = (0, -0, 05, 0)^T$ рад и $\mathbf{t}_{1 \rightarrow 3} = (-99, 875, 0, 4, 998)^T$ мм, $\mathbf{\Omega}_{1 \rightarrow 3} = (0, 0, 05, 0)^T$ рад, при которых обеспечено базовое расстояние 100 мм между устройствами и пересечение оптических осей устройств на расстоянии 2 000 мм.

Матрица погрешностей определения параметров калибровки Σ_v задана в диагональном виде, дисперсии отдельных параметров $\sigma_{f'}^2 = 100 \text{ мм}^2$, $\sigma_{c_x}^2 = \sigma_{c_y}^2 = 10 \text{ мм}^2$, $\sigma_{t_x}^2 = \sigma_{t_y}^2 = 0,1 \text{ мм}^2$, $\sigma_{t_z}^2 = 10 \text{ мм}^2$, $\sigma_{\Omega_1}^2 = \sigma_{\Omega_2}^2 = \sigma_{\Omega_3}^2 = 1 \times 10^{-7} \text{ рад}^2$.

В качестве рабочего объема для данной СРТО рассматривались точки, лежащие в пределах полей зрения устройств в диапазоне расстояний 1 000...3 000 мм. Предполагалось, что в рассматриваемой комплексированной СРТО реализованы следующие алгоритмы определения соответствий: алгоритм $Cor_{1,2,3}$, реализующий параллаксный метод, при котором одновременно анализируются изображения маркеров подсветки на двух зарегистрированных изображениях; аналогичные алгоритмы $Cor_{1,2}$ и $Cor_{1,3}$, работающие с одним изображением; алгоритм $Cor_{2,3}$, соответствующий стереоскопическому методу, который определяет координаты соответствующих точек на двух зарегистрированных изображениях независимо. На основе предположения о том, что погрешности опреде-

ления координат изображений точек одинаковы в пределах всего поля зрения устройств, заданы матрицы ковариации Σ_p для каждого из методов: $\Sigma_{p1,2,3} = \text{diag}(0, 0, 1, 1, 1, 1)$, $\Sigma_{p1,2} = \Sigma_{p1,3} = \text{diag}(0, 0, 1, 1)$, $\Sigma_{p2,3} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$. Приняты следующие значения весовых коэффициентов для различных методов: $W_{1,2,3} = 0,6$, $W_{1,2} = W_{1,3} = 0,1$, $W_{2,3} = 0,2$.

Анализ погрешности восстановления трехмерных координат точки x проводился следующим образом. Расположение и характерис-

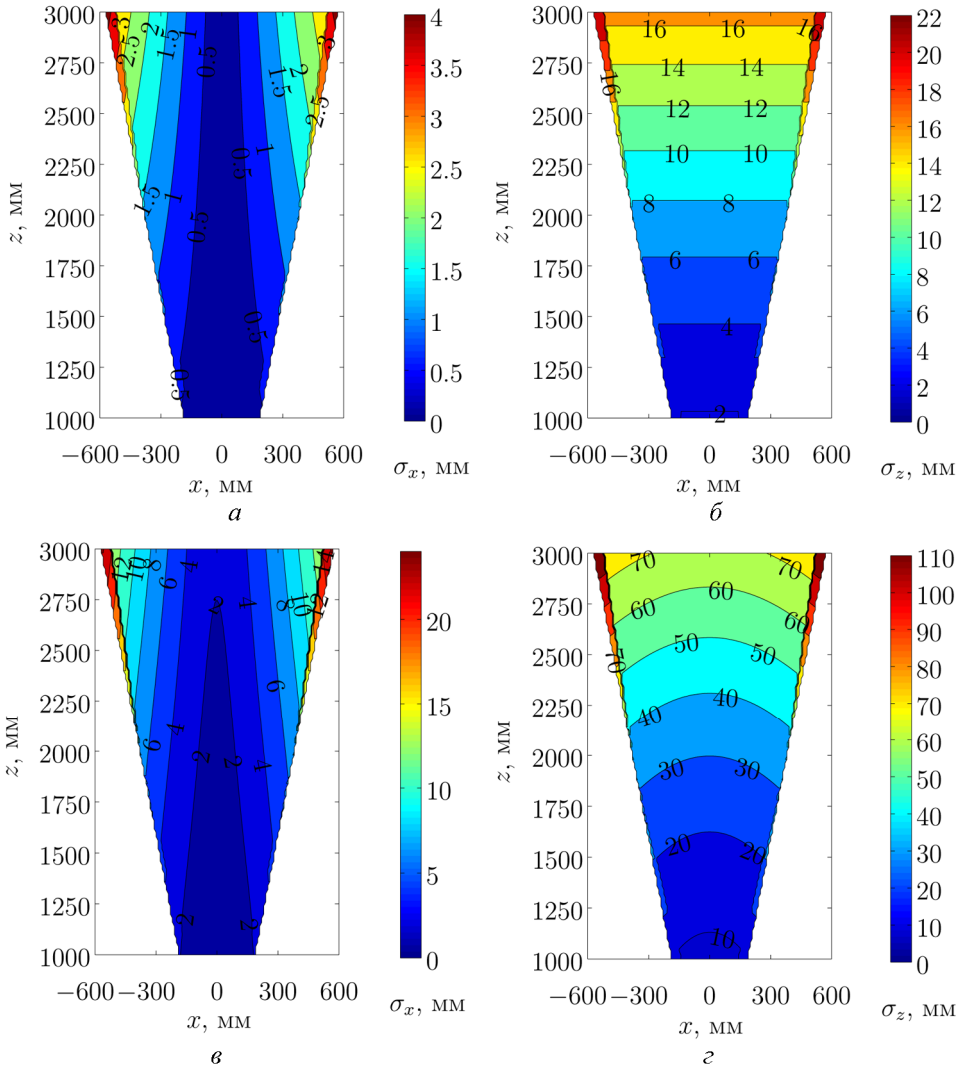


Рис. 3. СКЗ погрешности оценки отдельных координат точки \hat{x} в пределах рабочего объема для узкопольной комплексированной СРТО без учета (а, б) и с учетом (в, г) погрешностей калибровки:

а, в — для σ_x ; б, г — для σ_z

тики устройств заданы вектором параметров \mathbf{v} , учет неточности калибровки — матрицей ковариации погрешности определения параметров Σ_v . В пределах заданного рабочего объема принята сетка точек с координатами \mathbf{x} , для каждой из которых определялись координаты ее изображений $\bar{\mathbf{p}} = (\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3)^T$, $\bar{p}_i = \mathcal{P}_i \circ \mathcal{E}_i(\bar{\mathbf{x}})$, где операторы \mathcal{P}_i , \mathcal{E}_i соответствовали заданному набору параметров \mathbf{v} . Для каждой точки задана матрица ковариации Σ_p погрешности определения координат ее изображений. Апостериорные матрицы ковариации Σ_x погрешности определения оценки $\hat{\mathbf{x}}$ с учетом и без учета погрешностей калибровки соответственно определены с использованием выражений (5) и (8). Результаты, полученные для различных алгоритмов, объединены с учетом выражения (12).

Результаты расчетов оценки погрешности отдельных координат σ_x , σ_y и σ_z представлены на рис. 3, а, б. Приведенные графики позволяют сделать вывод о размерах рабочего объема и среднеквадратическом значении (СКЗ) погрешности оценки $\hat{\mathbf{x}}$ в различных точках; отмеченные координаты соответствуют ГСК. СКЗ погрешностей определения координат σ_x и σ_z получены из вычисленной матрицы ковариации Σ_x маргинализацией по остальным переменным. Аналогичные зависимости с учетом погрешностей калибровки приведены на рис. 3, в, г.

Достоверность производимого анализа погрешности определения трехмерных координат точек в пределах рабочего объема зависит от применимости используемых аналитических выражений для конкретных моделей и конкретных значений параметров. Для проверки корректности полученных результатов применен метод статистического анализа с использованием следующего алгоритма.

Алгоритм определения характеристик погрешности оценки $\hat{\mathbf{x}}$ при численном моделировании.

Исходные данные: $\bar{\mathbf{x}}$, $\bar{\mathbf{v}}$, Σ_p , Σ_v .

1. Для заданной точки $\bar{\mathbf{x}}$ рабочего объема определить координаты ее изображений $\bar{\mathbf{p}} = (\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_N)^T$, $\bar{p}_i = \mathcal{P}_i \circ \mathcal{E}_i(\bar{\mathbf{x}})$, где операторы \mathcal{P}_i , \mathcal{E}_i соответствуют набору параметров $\bar{\mathbf{v}}$.

2. Сгенерировать N_p наборов координат изображений точки \mathbf{p} , соответствующих нормальному распределению $\mathcal{N}(\bar{\mathbf{p}}, \Sigma_p)$.

3. Используя полученную в п. 2 выборку, вычислить $\mathbf{b}_{p1} = E[\mathbf{p} - \bar{\mathbf{p}}]$ и $\Sigma_{p1} = \Sigma[\mathbf{p} - \bar{\mathbf{p}}]$.

4. Сгенерировать N_v наборов параметров калибровки системы \mathbf{v} , соответствующих нормальному распределению $\mathcal{N}(\bar{\mathbf{v}}, \Sigma_v)$.

5. Используя полученную в п. 4 выборку, вычислить $\mathbf{b}_{v1} = E[\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}}]$ и $\Sigma_{v1} = \Sigma[\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}}]$.

6. Определить матрицу ковариации Σ_x аналитическим методом, используя выражения (5) и (8).

7. Аналогично определить аналитическим методом вектор смещения \mathbf{b}_{x1} и матрицу ковариации Σ_{x1} для данной выборки, используя выражения (4), (5) и (7), (8), где вместо Σ_p и Σ_v следует подставить

$$\Sigma_{p1} \text{ и } \Sigma_{v1} \text{ соответственно. Вектор смещения } \mathbf{b}_{x1} = \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{p}} \mathbf{b}_{p1} + \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{v}} \mathbf{b}_{v1}.$$

8. Найти N_x оценок трехмерных координат точки $\hat{\mathbf{x}}$, используя алгоритм триангуляции вида (2), вектора \mathbf{p} и \mathbf{v} комбинируются в соответствии с определенным правилом.

9. Используя полученную в п. 8 выборку, вычислить $\mathbf{b}_{x2} = E[\hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}]$ и матрицу ковариации $\Sigma_{x2} = \Sigma[\hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}]$.

Поскольку для получения надежных результатов необходимо большое число точек N_x , такой анализ целесообразно проводить для всех рассматриваемых точек рабочего объема. Учитывая предполагаемый характер распределения погрешности, выбрано несколько сечений рабочего объема и проведен анализ для отдельных точек этих сечений (рис. 4). Выбор достаточного числа расчетных точек для проверочного расчета определялся требуемой точностью представления и характером распределения погрешности в пределах рабочего объема.

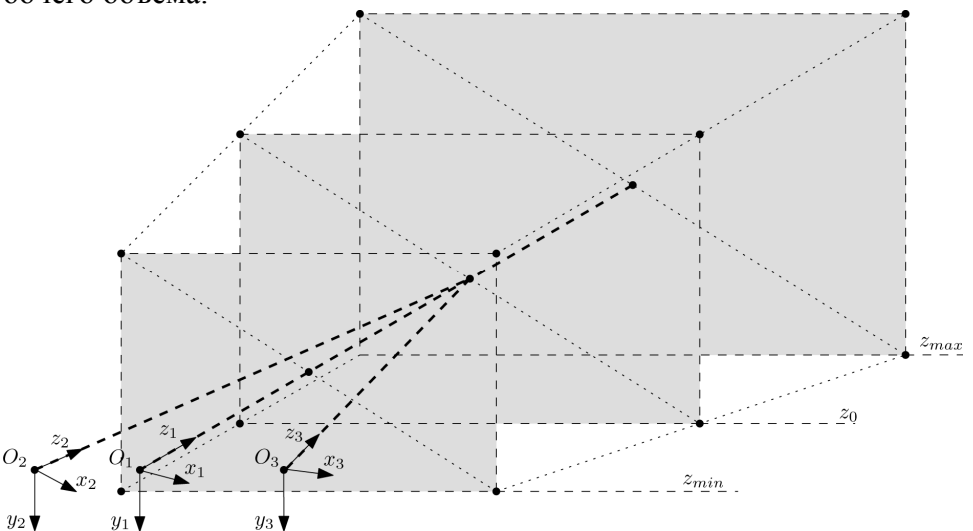


Рис. 4. Выбор точек рабочего объема для анализа

В качестве критерия достоверности использована разность результатов, полученных по итогам аналитического расчета и численного моделирования. Различие вычисленных \mathbf{b}_{x2} и Σ_{x2} и предсказанных $\mathbf{b}_x = \mathbf{0}$ и Σ_x значений обусловлено несколькими причинами: статистической погрешностью вследствие использования выборки конечных размеров; погрешностями числового расчета и искомой методической погрешностью, связанной с использованием приближений первого порядка. Для анализа полученной выборки значений \mathbf{p} в п. 2 алгоритма вычисляли значения $\mathbf{b}_{p1} = E[\mathbf{p} - \bar{\mathbf{p}}]$ и $\Sigma_{p1} = \Sigma[\mathbf{p} - \bar{\mathbf{p}}]$. Поскольку, согласно работе [19], $\mathbf{b}_{p1} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_p / N_p)$, то и вычисленное в п. 8 значение для \mathbf{b}_{x1} также должно соответствовать нормальному распределению $\mathcal{N}(0, \Sigma_x / N_p)$. В свою очередь, расстояние Махаланобиса $r_{Mb}^2 = \mathbf{b}_{x1}^T (\Sigma_x / N_p)^{-1} \mathbf{b}_{x1}$ соответствует χ^2 -распределению. Критерий достоверности для предсказанного значения $\mathbf{b}_x = \mathbf{0}$ сформулирован таким образом, чтобы отделить статистическую погрешность от методической. Используются два критерия C_{nb} и C_{rb} , характеризующие смещение оценки $\hat{\mathbf{x}}$, вызванное методической погрешностью:

$$C_{nb} = \|\mathbf{b}_{x2} - \mathbf{b}_{x1}\|;$$

$$C_{rb} = (\mathbf{b}_{x2} - \mathbf{b}_{x1})^T (\Sigma_x / N_p)^{-1} (\mathbf{b}_{x2} - \mathbf{b}_{x1}).$$

Здесь C_{nb} — абсолютное значение смещения, вызванного методической погрешностью; C_{rb} — относительное смещение с учетом матрицы ковариации для статистической погрешности. Матрица ковариации Σ_{p1} для полученной выборки, согласно работе [20], является случайной матрицей, имеющей распределение Уишарта $\mathcal{W}(\Sigma_p / (N_p - 1), N_p - 1)$ с $(N_p - 1)$ степенями свободы. Поэтому вычисленное в п. 8 алгоритма значение для Σ_{x1} также должно соответствовать распределению $\mathcal{W}(\Sigma_x, N_p - 1)$. Согласно характеристикам данного распределения, математическое ожидание и дисперсии элементов матрицы составят соответственно

$$E(\Sigma_{x1i,j}) = \Sigma_{xi,j},$$

$$V(\Sigma_{x1i,j}) = \frac{(\Sigma_{xi,j})^2 + \Sigma_{xi,i}\Sigma_{xj,j}}{N_p - 1}.$$

Для оценки достоверности предсказанного значения Σ_x предложено использовать следующие два критерия

$$C_{s1} = \|\Sigma_{x2} - \Sigma_{x1}\| / \|\Sigma_{x1}\|;$$

$$C_{s2} = \|\Sigma_{x2} - \Sigma_{x1}\| / \|\Sigma_{x2}\|,$$

определяющие относительную фробениусову норму разности матриц Σ_{x2} и Σ_{x1} .

В данном примере использованы три сечения рабочего объема $z = z_{\min} = 1000$ мм, $z = z_0 = 2000$ мм и $z = z_{\max} = 3000$ мм (см. рис. 4), для каждого из которых рассматривались центральная точка и четыре точки на краях данного сечения рабочего объема. Значения критериев C_{nb} , C_{rb} , C_{s1} и C_{s2} вычислены для выбранных 15 точек рабочего объема в среде MatLab по приведенному алгоритму. Для расчета использовались $N_p = 10^5$ наборов координат точек и $N_v = 10^4$ наборов параметров. Для анализируемой системы приняты максимальные значения критериев: $C_{nb} = 0,08$ мм, $C_{rb} = 2,62$, $C_{s1} = 0,037\%$. Из полученных результатов следует, что аналитические приближения хорошо согласуются с результатами численного моделирования для малых помех. Для определения границы применимости таких приближений при увеличении помех были заданы матрицы ковариации $\Sigma'_{pi,j,\dots}$ в виде $\Sigma'_{pi,j,\dots} = \varepsilon^2 \Sigma_{pi,j,\dots}$ и выполнены вычисления для различных значений ε^2 .

Результаты такого моделирования для стереоскопического метода, использующего зарегистрированные вторым и третьим устройствами изображения, для которого $\Sigma'_{p2,3} = \varepsilon^2 \text{diag}(1,1,1)$, приведены на рис. 5 для нескольких точек рабочего объема. Аналогично можно получить результаты для остальных методов, используемых в рассматриваемой комплексированной СРТО. На рис. 5 видно, что значения выбранных для анализа критериев C_{nb} и C_{s1} практически линейно увеличиваются с ростом ε^2 . Таким образом, задавая максимально допустимое значение методической погрешности, можно определить границы применимости используемых аналитических выражений в условиях возрастания шумов.

Заключение. Разработанная математическая модель комплексированной СРТО позволила получить аналитические выражения для оценки влияния параметров отдельных компонентов системы на критерий качества ее работы. Теоретические результаты, полученные для оценки матрицы ковариации погрешности определения трехмер-

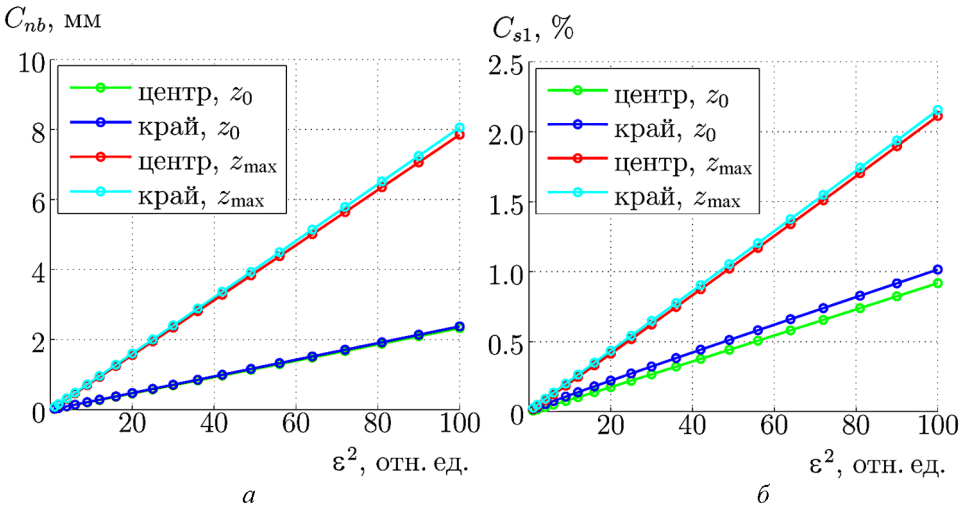


Рис. 5. Зависимость значений критериев достоверности оценки погрешности определения координат изображения точки от ее значения:
 а — для смещения; б — для матрицы ковариации

ных координат отдельной точки в приближении малых шумов, подтверждены результатами численного моделирования для узкопольной комплексированной СРТО, содержащей одно устройство проекции и два устройства регистрации.

Разработана методика анализа погрешности регистрации трехмерных образов в пределах рабочего объема при известных параметрах устройств и алгоритмов. Предложена методика верификации полученных результатов с использованием статистического моделирования и определены границы применимости рассмотренного математического описания при возрастании погрешности определения координат соответствующих точек. Полученные результаты позволяют объединить подходы, используемые при моделировании систем проекции и регистрации, разработке алгоритмов триангуляции и оценке эффективности различных алгоритмов определения соответствий.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Hartley R.I., Zisserman A. *Multiple view geometry*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.
- [2] Forsyth D.A., Ponce J. *Computer vision: a modern approach*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 2003.
- [3] Kannala J., Heikkilä J., Brandt S.S. Geometric camera calibration. *Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering*, 2008.
- [4] Ramalingam S. *Generic imaging models: calibration and 3D reconstruction algorithms: Ph. D. thesis*. Institut National Polytechnique de Grenoble, 2006.

- [5] Kannala J., Brandt S.S. A generic camera model and calibration method for conventional, wide-angle, and fish-eye lenses. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, vol. 28, pp. 1335–1340.
- [6] Fischler M.A., Bolles R.C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Commun. ACM*, 1981, vol. 24, no. 6, pp. 381–395.
- [7] Pritchett P., Zisserman A. Wide baseline stereo matching. *IEEE International Conference on Computer Vision*, 1998, pp. 754–760.
- [8] Bay H., Ess A., Tuytelaars T., Gool L.V. SURF: Speeded Up Robust Features. *Computer Vision and Image Understanding*, 2008, vol. 110, no. 3, pp. 346–359.
- [9] Scharstein D., Szeliski R. A taxonomy and evaluation of dense two frame stereo correspondence algorithms. *International Journal of Computer Vision*, 2002, vol. 47, no. 1–3, pp. 7–42.
- [10] Salvi J., Pages J., Batlle J. Pattern codification strategies in structured light systems. *Pattern Recognition*, 2004, vol. 37, no. 4, pp. 827–849.
- [11] Hartley R., Sturm P. Triangulation. *Computer vision and image understanding*, 1997, vol. 68, no. 2, pp. 146–157.
- [12] Грузман И.С., Криричук В.С. *Цифровая обработка изображений в информационных системах*. Новосибирск, Издательство НГТУ, 2002.
- [13] Kanatani K. *Statistical optimization for geometric computation: theory and practice*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier Science, 1996.
- [14] Zhang Z. Determining the epipolar geometry and its uncertainty: A review. *International Journal of Computer Vision*, 1998, vol. 27, no. 2, pp. 161–195.
- [15] Abraham S., Förstner W. *Calibration errors in structure from motion*. Proc. DAGM Symposium Mustererkennung. Springer Verlag, 1998, pp. 117–124.
- [16] Besl P.J., Ed. by J. L. C. Sanz. *Advances in Machine Vision*. New York, NY, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 1988, pp. 1–63. ISBN: 0-387-96822-9.
- [17] Opencv dev team. OpenCV 2.4.5. documentation. http://docs.opencv.org/modules/calib3d/doc/camera_calibration_and_3d_reconstruction.html. [Online; accessed 18.06.2013].
- [18] Belongie S. *Rodrigues' rotation formula*. <http://mathworld.wolfram.com/RodriguesRotationFormula.html>. From MathWorld - A Wolfram Web Resource, created by Eric W. Weisstein [Online; accessed 18.06.2013].
- [19] Johnson R., Wichern D. *Applied multivariate statistical analysis*. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN: 9780131877153.
- [20] Mardia K.V., Kent J.T., Bibby J.M. *Multivariate analysis*. London, UK: Academic Press, 1979.

Статья поступила в редакцию 03.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Горевой А.В., Колючкин В.Я. Методы оценки погрешности измерения координат в комплексированных системах регистрации трехмерных образов объектов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/pribor/optica/923.html>

Горевой Алексей Владимирович родился в 1987 году, окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2010 г. Аспирант кафедры «Лазерные и оптико-электронные системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области цифровой обработки изображений, регистрации трехмерных образов объектов, проектировании оптических систем. e-mail: gorevoy.a@gmail.com.

Колючкин Василий Яковлевич родился в 1948 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1972 г. и МИФИ в 1986 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры «Лазерные и оптико-электронные системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области системного проектирования оптико-электронных приборов.