

Двухкритериальный подход к решению задачи проектирования тепловой защиты конструкций

© А.Ю. Бушуев, В.Н. Тимофеев

МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрен двухкритериальный подход к решению задачи выбора толщин многослойной теплозащиты конструкций в двумерной постановке, состоящей из двух этапов. На первом решается задача выбора толщин слоев теплозащиты конструкции в одномерной постановке по критерию минимального рассогласования температур в расчетных точках. На втором этапе решается двухкритериальная задача проектирования тепловой защиты в двумерной постановке. При этом в качестве одного критерия используется гладкость профиля распределения толщин, а в качестве второго – сумма квадратов отклонений интерполированных толщин слоев от найденных на первом этапе оптимальных значений, полученных из решения одномерных задач в расчетных точках.

Ключевые слова: многослойная тепловая защита, проектирование, двухкритериальная оптимизация.

Введение. Неразрушающиеся теплозащитные покрытия (ТЗП) широко применяются на летательных аппаратах (ЛА) в том случае, когда его геометрические размеры в процессе гиперзвукового полета в плотных слоях атмосферы должны сохраняться [1, 2].

При проектировании тепловой защиты обычно упрощают задачу поиска толщин слоев многослойной теплоизоляции, используя одномерную математическую модель теплопереноса, полагая, что в каждой точке поверхности ЛА оптимальные толщины могут быть найдены по критерию минимальной удельной массы теплоизоляции в данной точке. Однако решение, полученное таким способом, может не удовлетворить проектировщика, если условия теплонагружения на поверхности ЛА сильно меняются от точки к точке. В работе [3] предлагается использовать модифицированный критерий, учитывающий необходимую гладкость профиля распределения толщин тепловой защиты. При этом профилирование осуществляется по одной координате – длине контура опорной поверхности защищаемой конструкции.

В данной работе предложен новый подход к выбору толщин многослойной тепловой защиты конструкций, использующий двухкритериальную постановку задачи проектирования, где в качестве первого критерия используется гладкость профиля распределения толщин, а в качестве второго – сумма квадратов отклонений интерполированных толщин слоев от найденных оптимальных значений, полученных из решения одномерных задач в расчетных точках.

Профилирование многослойной теплозащиты выполняется по одной координате – углу φ (в полярной системе координат).

Такой подход, во-первых, не требует масштабирования отдельных разнородных критериев при объединении в один критерий, во-вторых, предлагает больше возможностей проектировщику, позволяя выбирать необходимую гладкость, согласуя ее с конструктивными, экономическими и технологическими ограничениями, в-третьих, подход может быть обобщен для большего числа критериев.

Постановка задачи. Требуется спроектировать неразрушающуюся теплозащиту конструкции в виде бесконечного многослойного цилиндра, подверженного нестационарному нагреву, причем поток зависит от точки на поверхности тела и обладает осевой симметрией (рис. 1).

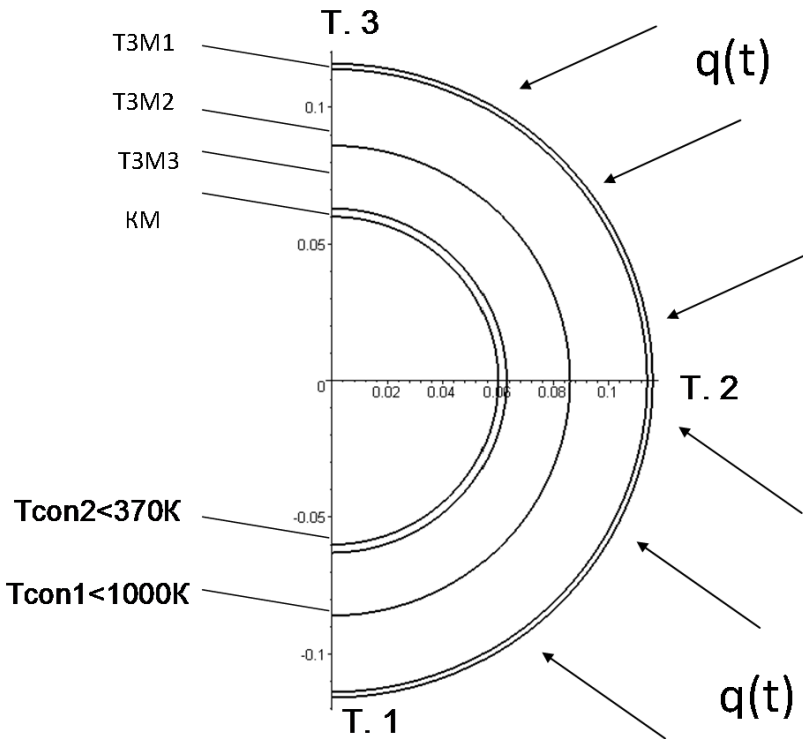


Рис. 1. Теплозащита конструкции

Толщины внешнего (ТЗМ1) и внутреннего (КМ) слоев фиксированы и составляют 3 мм и 1,8 мм соответственно, а толщины двух внутренних (ТЗМ2 и ТЗМ3) слоев могут варьироваться. Требуется найти такое сочетание толщин слоев, при котором температура в контролируемых стыках (Tcon1 и Tcon2) не будет превышать заданную температуру 1000 К и 370 К соответственно, а масса будет минимальна. Предполагается идеальный контакт между слоями. Расчет

проводим в трех точках, а теплозащиту проектируем с помощью интерполяции полученных результатов.

Проведенные ранее численные эксперименты, описанные в [4, 5] показали, что в большинстве практически значимых случаев масса конструкции минимальна тогда, когда температура в контролируемых точках на стыках между слоями равна максимально допустимой. В соответствии с этим выберем целевую функцию

$$F(\vec{H}) = \sum_{i=1}^n \left(T_{con\ max,i}(\vec{H}) - \hat{T}_{con,i} \right)^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

где $\vec{H} = [H_{var,1} \ \dots \ H_{var,r}]^T$, $H_{var,j}$ – толщина j -го варьируемого слоя; r – число варьируемых слоев; $j = \overline{1, r}$, $i = \overline{1, n}$.

Система уравнений для решения одномерной задачи нестационарной теплопроводности имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} c_i(T) \rho_i \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_i(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right), \\ T(x, \tau_0) = T_0, \\ -\lambda_1 \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = q_w, \\ -\lambda_N \frac{\partial T(l, \tau)}{\partial x} = q_v, \\ \lambda_j \frac{\partial T}{\partial x}(x = l_j - 0) = \lambda_{j+1} \frac{\partial T}{\partial x}(x = l_j + 0), \\ T(x = l_j - 0) = T(x = l_j + 0), \end{array} \right. \quad (2)$$

где $\lambda_i(T)$ – удельная теплопроводность материала, $i = \overline{1, N}$ – номер слоя; l_j – координата начала j -го слоя, $j = \overline{2, N-1}$; $c(T)$ – удельная теплоемкость; ρ – плотность материала.

Тепловой поток, действующий на тело с внешней стороны, рассчитываем по формуле

$$q_w = \left(\frac{\alpha}{c_p} \right) \left(I_e - I_w(T|_{x=0}) \right) - c_0 \varepsilon T^4 \Big|_{x=0},$$

где $\left(\frac{\alpha}{c_p}\right)(t)$, $\left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}\right]$ – коэффициент конвективного теплообмена;

$I_e = I_e(t)$, $\left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}\right]$ – энтальпия восстановления набегающего потока;

$I_w = I_w(T) = 954 \cdot T + 0,03 \cdot T^2$ – энтальпия газа при температуре нагреваемой стенки; ε – степень черноты тела; $c_0 = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ –

постоянная Стефана – Больцмана. С внутренней стороны конструкция теплоизолирована, т. е. $q_v \equiv 0$. T – температура; τ – время.

Методика проектирования тепловой защиты конструкций.

Для численного решения задачи нестационарной теплопроводности (2) воспользуемся методом конечных элементов [6, 7] ввиду удобства его применения для расчета многослойных конструкций. Целевую функцию (1) минимизируем с помощью метода градиентного спуска. При этом для вычисления компонент градиента применим функции чувствительности в соответствии со способом, предложенным в [8].

При проектировании тепловой защиты в двумерной постановке необходимо интерполировать толщины, полученные при решении одномерных задач. После построения интерполирующей кривой проведем оптимизацию по двум критериям: гладкости профиля распределения толщин полученной кривой

$$\int_{\varphi_a}^{\varphi_b} [H'(\varphi)]^2 d\varphi \quad (3)$$

и сумме квадратов отклонений в расчетных точках

$$\sum_{i=1}^p [H(\varphi_p) - H^*(\varphi_p)]^2, \quad (4)$$

где p – число точек на окружности, в которых решается одномерная задача оптимизации по первому критерию; φ – угол в полярной системе координат; $H^*(\varphi)$ – интерполированные оптимальные толщины варьируемых слоев; $H(\varphi)$ – интерполированные сгенерированные толщины слоев.

Решение двухкритериальной задачи сводится к построению множества Парето [9, 10], для чего используем метод исследования про-

странства параметров [11]. Руководствуясь дополнительными сообщениями, проектировщик может выбрать вид интерполируемой кривой из множества Парето.

Результаты численных расчетов. В качестве примера разработанной методики проектирования тепловой защиты конструкций выполнены расчеты для трех точек (см. рис. 1). Тепловой поток со стороны нагреваемой поверхности вычислим с использованием данных по коэффициенту конвективного теплообмена и энтальпии восстановления набегающего потока в зависимости от точки и времени, которые приведены в табл. 1 (в безразмерном виде).

Таблица 1

Значения величин $\overline{(\alpha/c_p)}$ и $\overline{J_e(\tau)}$

Время, $\bar{\tau}$	Точка 1		Точка 2		Точка 3	
	$\overline{(\alpha/c_p)}$	$\overline{J_e}$	$\overline{(\alpha/c_p)}$	$\overline{J_e}$	$\overline{(\alpha/c_p)}$	$\overline{J_e}$
0,0193	0,0000	0,4400	0,0008	0,5311	0,0010	0,5311
0,0504	0,0008	0,5348	0,0001	0,5333	0,0001	0,5333
0,1021	0,0010	0,9778	0,0011	1,0000	0,0008	1,0000
0,1508	0,0106	1,0000	0,0008	1,0000	0,0005	1,0000
0,2025	0,0177	0,9259	0,0046	0,9470	0,0029	0,9470
0,2471	0,0109	0,8667	0,0102	0,8864	0,0073	0,8864
0,3091	0,0131	0,8000	0,0094	0,8182	0,0065	0,8182
0,3499	0,0184	0,7556	0,0113	0,7727	0,0080	0,7727
0,4009	0,0174	0,6926	0,0105	0,7076	0,0074	0,7076
0,4552	0,0194	0,6333	0,0101	0,6462	0,0070	0,6462
0,5095	0,0180	0,5741	0,0093	0,5856	0,0064	0,5856
0,5503	0,0141	0,5319	0,0079	0,5424	0,0054	0,5424
0,6046	0,0126	0,4837	0,0069	0,4932	0,0045	0,4932
0,6589	0,0121	0,4393	0,0062	0,4477	0,0040	0,4477
0,6996	0,0120	0,4081	0,0058	0,4159	0,0037	0,4159
0,7539	0,0120	0,3689	0,0055	0,3758	0,0035	0,3758
0,8082	0,0118	0,3311	0,0055	0,3371	0,0035	0,3371
0,8496	0,0445	0,3289	0,0241	0,3364	0,0178	0,3364
0,9162	0,1436	0,1985	0,1369	0,2030	0,1241	0,2030
0,9549	0,2098	0,1126	0,1838	0,1152	0,1697	0,1152
1,000	1,0000	0,0248	1,0000	0,0255	1,0000	0,0255

Зависимость теплофизических параметров от температуры теплозащитных материалов ТЗМ1, ТЗМ2, ТЗМ3 приведены в табл. 2, 3 и 4.

Таблица 2

**Параметры теплозащитного материала (ТЗМ1) первого слоя
($\rho = 1850 \text{ кг/м}^3$)**

Параметр	Температура, К				
	298	773	1273	1773	2773
Удельная плотность, Дж/(кг·К)	730	1150	1600	1780	1920
Удельная теплопроводность, Вт/(м·К)	19	16,1	13,6	12,7	12,2

Таблица 3

**Параметры теплозащитного материала (ТЗМ2) второго слоя
($\rho = 200 \text{ кг/м}^3$)**

Параметр	Температура, К										
	298	400	773	800	1200	1273	1600	1773	2000	2400	2773
Удельная плотность, Дж/(кг·К)	600	–	1500	–	–	1930	–	–	–	–	2730
Удельная теплопроводность, Вт/(м·К)	–	0,24	–	0,41	0,8	–	1,41	2130	2,24	3,17	–

Таблица 4

**Параметры теплозащитного материала (ТЗМ3) второго слоя
($\rho = 120 \text{ кг/м}^3$)**

Параметр	Температура, К									
	298	373	773	973	1273	1473	1673	1773	1873	2773
Удельная плотность, Дж/(кг·К)	910	–	980	–	980	–	–	990	–	1010
Удельная теплопроводность, Вт/(м·К)	–	0,02	0,045	0,065	0,106	0,17	0,28	–	0,375	–

Теплофизические параметры конструкционного материала, не зависят от температуры и равны: плотность 2640 кг/м^3 , удельная теплопроводность $122,96 \text{ Вт/м·К}$; удельная теплоемкость $920,92 \text{ Дж/кг·К}$.

Результаты проектирования тепловой защиты, полученной интерполяцией одномерных задач оптимизации, приведены на рис. 2.

Для построения множества Парето генерируем различные толщины слоев, для каждого набора проводим интерполяцию и рассчитываем значения двух критериев по формулам (3) и (4).

На рис. 3 показано построенное множество Парето.

На рис. 4 представлены результаты проектирования теплозащиты для двух крайних точек множества Парето, построенного на рис. 3.

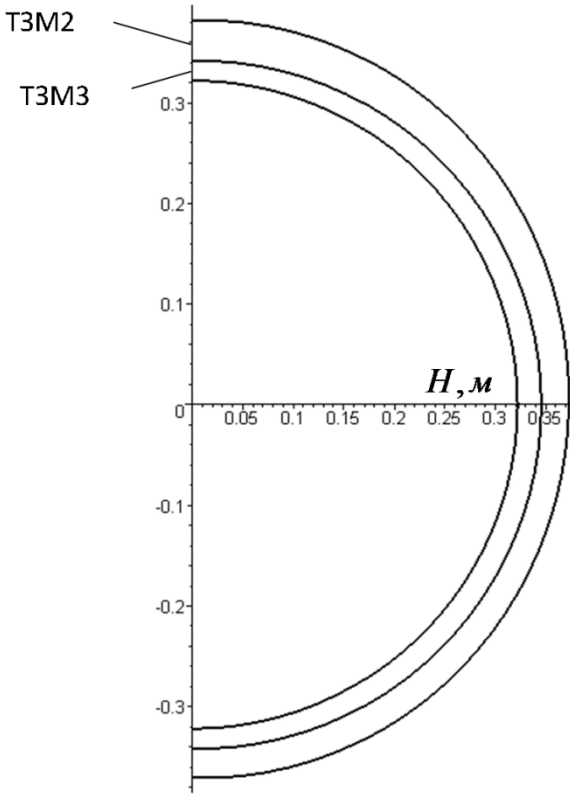


Рис. 2. Линии, ограничивающие второй и третий слой (варьируемые слои) в полярной системе координат

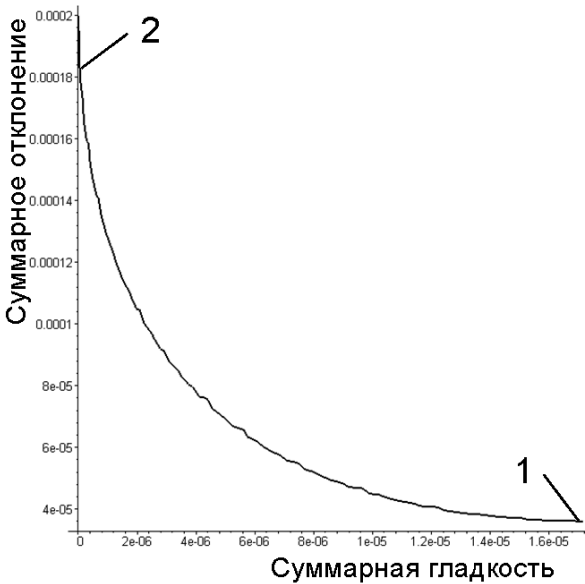


Рис. 3. Множество Парето для двух варьируемых слоев:
1 и 2 – крайние точки

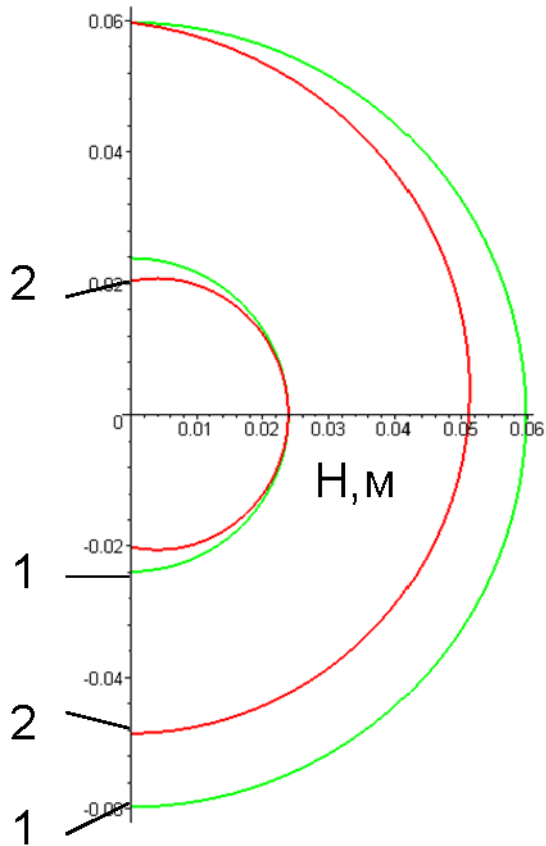


Рис. 4. Толщина 3-го и 2-го слоев, соответствующая точкам 1 и 2 множества Парето в полярной системе координат

Выводы. Разработана методика проектирования многослойной тепловой защиты, основанная на одномерном приближении анализа тепловых процессов. Такой подход позволяет, во-первых, отработать новый метод решения проектной задачи, не усложняя его техническими деталями, связанными с размерностью задачи, во-вторых, использовать метод на стадии проектирования системы тепловой защиты при исследовании тепловых режимов современных ЛА, когда требуется значительный объем вычислений для большого числа траекторий движения в различных зонах летательного аппарата.

Двухкритериальный подход к решению задачи проектирования теплозащиты конструкций обладает большей гибкостью по сравнению с однокритериальным, давая проектировщику возможность выбора проектного решения из множества Парето с учетом дополнительных технологических, конструктивных или других ограничений. Для более детального изучения эффективности разработанной методики проектирования тепловой защиты конструкций необходимы дальнейшие исследования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ненарокомов А.В., Титов Д.В., Мунес Гонсалес В. Автоматическое проектирование неразрушаемой тепловой защиты космических аппаратов. *Вестник Московского авиационного института*, 2010, т. 17, № 2.
- [2] Никитин П.В. *Тепловая защита*. Москва, Изд-во МАИ, 2006, 512 с.
- [3] *Основы идентификации и проектирования тепловых процессов и систем*. Москва, Логос, 2001, 400 с.
- [4] Бушуев А.Ю., Горский В.В. Об одном подходе к построению методики проектирования многослойных теплозащитных конструкций. *Инженерно-физический журнал*, 1991, т. 61, № 6, с. 94–101.
- [5] Бушуев А.Ю., Тимофеев В.Н. Задача проектирования многослойного теплозащитного покрытия. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Спец. выпуск № 4. Математическое моделирование*, 2012, с. 33–39.
- [6] Замула Г.Н., Иванов С.Н., Тесленко С.Ф. Применение метода конечного элемента для расчета нестационарных температур в сечении тонкостенных конструкций. *Ученые записки ЦАГИ*, 1982, т. XIII, № 1, с. 47–56.
- [7] Румянцев А.В. *Метод конечных элементов в задачах теплопроводности*. 3-е изд., перераб. Калининград, Российский госуниверситет им. И. Канта, 2010, 95 с.
- [8] Бушуев А.Ю., Горский В.В. Применение аппарата функций чувствительности и двухконтурного алгоритма в задачах синтеза многослойных конструкций. *Инженерно-физический журнал*, 2000, т. 73, № 1, с. 155–159.
- [9] Подиновский В.В., Ногин В.Д. *Парето-оптимальные решения многокритериальных задач*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2007.
- [10] Statnikov R., Bordetsky A., Statnikov A. Multicriteria Analysis of Real-Life Engineering optimization Problems: Statement and Solution. *Nonlinear Analysis*, 2005, № 63, pp. 685–696.
- [11] Соболев И.М., Статников Р.Б. *Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями*. Москва, Дрофа, 2006.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бушуев А.Ю., Тимофеев В.Н. Двухкритериальный подход к решению задачи проектирования тепловой защиты конструкций. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/898.html>

Бушуев Александр Юрьевич – канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика». Автор более 20 научных работ. Область научных интересов: математическое моделирование в технике, методы оптимизации и принятия решений, численные методы. e-mail: A.Ju.Bushuev@ya.ru

Тимофеев Валерий Николаевич – канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика». Автор более 40 научных и методических работ. Область научных интересов: математическое моделирование, численные методы, механика жидкости и газа, аэродинамика, методы оптимизации. e-mail: v_n_1951@mail.ru