

## Моделирование расслоений, отколов в многослойных элементах конструкций при импульсном нагружении

© Т.А. Бутина, В.М. Дубровин

МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва, 105005, Россия

*Предложен метод расчета напряженно-деформированного состояния в многослойных элементах конструкций (цилиндрических, сферических оболочках, пластинах) при импульсном теплосиловом нагружении, который позволяет учесть упругопластическое течение среды, изменение температурного поля, возможность появления расслоений, разрушений, наличие начальных зазоров, а также приведен пример расчета.*

**Ключевые слова:** *напряженно-деформированное состояние, многослойные элементы конструкций, механический импульс, температурное поле, отколы, расслоения.*

**Введение.** В современной технике широко применяются конструкции, подвергающиеся действию интенсивных кратковременных нагрузок. При воздействии нагрузок большой интенсивности около нескольких микросекунд в конструкциях появляются так называемые ударные волны, распространение которых по толщине, отражение от граничных поверхностей, взаимодействие друг с другом приводит к возникновению сложного напряженно-деформированного состояния внутри конструкции. В результате наложения волн суммарные интенсивности могут достичь предела прочности материала и превзойти его, что приведет к разрушению конструкции. С практической стороны главным, очевидно, является сохранение прочности конструкции и, следовательно, обеспечение ее надежности и работоспособности [1].

Поскольку экспериментальная отработка прочности в условиях импульсного нагружения представляет собой сложную техническую задачу, обусловленную невозможностью адекватного моделирования процесса и высокой стоимостью оборудования, особое значение в обеспечении надежности и работоспособности изделия имеют численные расчеты [2].

В работе [3] приведен алгоритм задачи прочности многослойных элементов конструкций при импульсном нагружении, изложен численный метод, описана математическая модель поведения рассматриваемых материалов под действием приложенных к ним динамических нагрузок, дана система определяющих уравнений. По данной схеме можно проводить расчет напряженно-деформированного состояния в многослойных пластинах, цилиндрических и сферических оболочках при импульсном теплосиловом нагружении. К внешней и внутренней

поверхностям оболочек приложен зависящий от времени механический импульс произвольной формы, по толщине задается распределение мгновенно выделившейся внутренней энергии или температурное поле. Поведение среды описывается следующей системой уравнений [4, 5].

Уравнение движения:

$$\frac{\rho_0}{V} \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\frac{\partial}{\partial r}(P - S_r) + \frac{(K-1)(S_r - S_\Theta)}{r}, \quad (1)$$

где  $\rho_0$  – начальная плотность вещества;  $V$  – удельный объем;  $u$  – массовая скорость;  $S_r$ ,  $S_\Theta$  – сдвиговые напряжения;  $P$  – среднее напряжение; параметр  $K=1, 2, 3$  для плоского, цилиндрического и сферического случаев, соответственно.

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\dot{V}}{V} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r^{K-1}u)}{\partial r}. \quad (2)$$

Уравнение энергии с учетом теплопроводности:

$$\dot{E} = P\dot{V} - V(S_r\dot{\varepsilon}_r + (K-1)S_\Theta\dot{\varepsilon}_\Theta) + \frac{K}{r^{K-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{K-1} \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (3)$$

где  $\chi$  – коэффициент теплопроводности;  $T$  – температура;  $E$  – полная энергия.

Выражения для радиальной  $\varepsilon_r$  и тангенциальной  $\varepsilon_\Theta$  деформаций имеют вид

$$\varepsilon_r = \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial e}{\partial r} \right)^2, \quad \varepsilon_\Theta = \frac{e}{r} - \frac{1}{2} \left( \frac{e}{r} \right)^2. \quad (4)$$

Связь девиаторов напряжений и деформаций осуществляется с помощью закона Гука, записанного в дифференциальной форме. Характер деформирования устанавливается выбором соответствующего ограничения на девиатор напряжений [6, 7].

В качестве уравнения состояния рассматривалось уравнение состояния Ми – Грюнайзена

$$P = P_y + \gamma_0(E - E_y). \quad (5)$$

где  $P_y, E_y$  – упругие составляющие давления и энергии.

Однако получение только полей деформаций и напряжений в конструкции не позволяет оценивать ее надежность и работоспособность, поэтому данный алгоритм необходимо дополнить специальным механизмом, позволяющим отслеживать возникновение трещин, отколов, расслоений слоев материалов конструкции, опирающимся на критерии, изложенные в [8, 9].

**Численное решение задачи.** При численном решении задачи определения напряженно-деформированного состояния в многослойных элементах конструкций рассматриваемая область разбивалась на счетные ячейки [3]. Использовался метод Лагранжа, когда движение среды описывается при помощи сетки, связанной с материалом. При этом конечно-разностные уравнения определяются на ступенчатой сетке, т. е. составляющие скорости координаты определяются на границах ячеек, а остальные зависимые переменные (плотность, энергия, давление, температура и т. д.) – в центре ячеек. В этой связи  $u_{i+1}, r_{i+1}$  – скорость и координата правой границы  $i$ -й ячейки;  $u_i, r_i$  – скорость и координата левой границы  $i$ -й ячейки;  $m_i$  – масса  $i$ -й ячейки.

В задаче нахождения напряженно-деформированного состояния в многослойных конструкциях предполагается, что слои могут быть скрепленными, нескрепленными, а также иметь зазоры определенной ширины. При рассмотрении нескрепленных слоев между ними вводятся фиктивные слои, состоящие из одной счетной ячейки толщиной, равной зазору и обладающей нулевой массой. Все физико-механические свойства материала этого слоя полагаются равными нулю (давление, напряжение и т. д.). Скорости левой и правой границ такой фиктивной ячейки определяются по той же схеме, что и для материальных ячеек из уравнения движения, независимо от того, произошло расслоение или нет. Фактом отсутствия расслоения является одновременное выполнение двух условий

$$u_i \leq u_{i+1} \quad \text{и} \quad r_i - r_{i+1} \leq \varepsilon, \quad (6)$$

где  $\varepsilon \ll 1$  и характеризует точность определения координат.

При отсутствии расслоения скорости  $u_i$  и  $u_{i+1}$  должны быть одинаковыми, а их новые значения вычисляются по старым по закону сохранения импульса материальных ячеек, смежных с данной фиктивной  $i$ -й ячейкой по формуле

$$u_i = u_{i+1} = \frac{m_{i-1}u_{i-1} + m_{i+1}u_{i+1}}{m_{i+1} + m_{i-1}}. \quad (7)$$

Если расслоение произошло, т. е. материальные слои отошли друг от друга, то найденные ранее скорости границ фиктивной ячейки

ки  $u_i$ ,  $u_{i+1}$  остаются без изменения и ячейка приобретает конечный размер. Под действием сжимающих напряжений она может схлопнуться, при этом должно выполняться условие (6).

Воздействие импульсного теплосилового нагружения нередко приводит к возникновению отколов и разрушений.

Отколы получаются в результате отражения волны сжатия от свободной поверхности, тогда в конструкции возникают отрицательные напряжения, т. е. действует растягивающее усилие. Если растягивающее напряжение превышает предел прочности вещества на разрыв, то в соответствующем месте происходит разрыв или откол: от поверхности откалывается некоторая часть и отделяется от конструкции, отлетая от нее с определенной скоростью.

Вводятся фиктивные ячейки сцепления нулевой толщины с прочностью данного материала, все остальные физико-механические свойства их снова полагаются равными нулю. Ячейки сцепления чередуются с обычными материальными ячейкам, причем прочность последних полагается такой, чтобы они не разрушались.

Фактом расслоения материала конструкции в радиальном направлении является выполнение условия

$$m_{i+1}\tau u_i - m_{i+1}\tau u_{i+1} > \sigma_{\text{отк}} \tau \alpha S, \quad (8)$$

где  $S$  – площадь ячейки;  $\tau$  – время;  $\sigma_{\text{отк}}$  – значение откольной прочности материала.

При этом соответствующая прочность ячейки сцепления полагается равной нулю, чередование не прекращается. Таким образом может быть учтено и возникновение откола, и наличие расслоения. Считается, что полное разрушение происходит при выполнении наряду с (8), условия превышения тангенциальным напряжением значения  $\sigma_{\text{отк}}$  в одной из смежных ячеек.

Вследствие несовершенства технологической обработки (непроклейки слоев) в конструкциях возможно наличие внутренних дефектов в виде пустот. Пустоты (зазоры) между несущими слоями в ряде случаев оказывают существенное влияние на динамическую прочность конструкции. В качестве примера рассчитаны напряженно-деформированное состояние и прочность трехслойной цилиндрической оболочки. Отношения толщин слоев к внешнему радиусу оболочки составили 0,06; 0,05 и 0,04 для наружного, среднего и внутреннего слоя, соответственно.

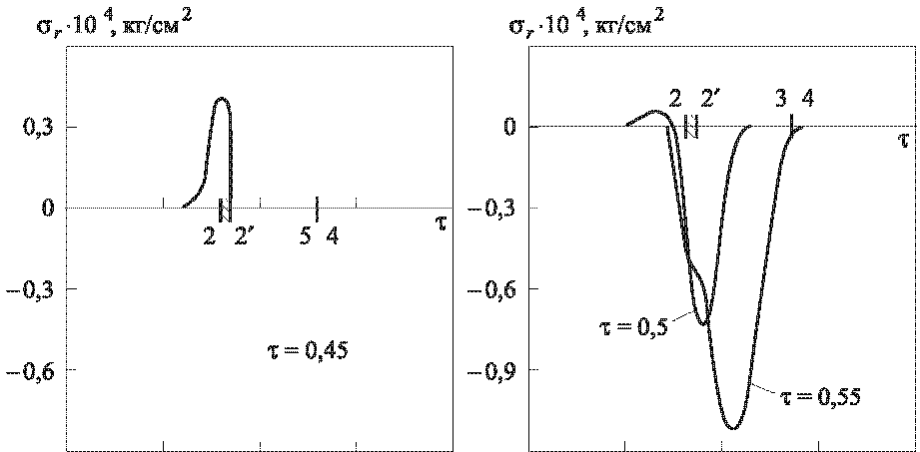
Наружный слой выполнен из стеклопластика плотностью  $1,65 \text{ г/см}^3$ , средний – из стали плотностью  $7,9 \text{ г/см}^3$ , а внутренний – из алюминиевого сплава АМГ-6, плотность которого  $2,64 \text{ г/см}^3$ . На внешнюю поверхность действует треугольный механический импульс длительно-

стью  $10^{-6}$  с амплитудой  $6,6 \cdot 10^4$  г/см<sup>2</sup>. При расчете откольная прочность на стыке слоев принималась равной минимальной откольной прочности контактируемых материалов.

Наличие зазоров учитывалось по схеме, описанной выше. Были заданы зазоры различной ширины между первым и вторым слоями, они составляли 0,01; 0,03 и 0,07 см. В зависимости от зазора и вида механического импульса возможно следующее взаимодействие слоев:

- упругое или упругопластическое соударение при движении свободной границы первого слоя;
- разрушение на границе первого слоя и последующий удар отколовшейся части по внутреннему слою;
- отсутствие взаимодействия при достаточно большом зазоре.

На рис. 1, 2 и 3 показано распределение радиального напряжения по толщине оболочки в различные моменты времени (цифры 2, 2', 3, 4 означают границы слоев материалов).



**Рис. 1.** Распределение радиального напряжения по толщине,  $\tau = 0,45; 0,5$  и  $0,55$  мкс

Так, при зазоре  $\Delta = 0,01$  см (см. рис. 1) качественная картина распределения радиального напряжения  $\sigma_r$  по толщине мало отличалась от случая при отсутствии зазоров. При  $\Delta = 0,03$  см (см. рис. 2) к моменту  $\tau = 0,5$  мкс произошло отражение импульса от свободной границы слоя, что привело к ее движению навстречу второму слою, которое в свою очередь вызвало закрытие зазора, и по материалу второго слоя начала распространяться волна сжатия. При наличии зазора  $\Delta = 0,07$  см (см. рис. 3) произошел откол внутренней части первого слоя толщиной 0,08 мм. К моменту  $\tau = 0,45$  мкс возмущение отразилось от внутренней поверхности первого слоя. Удар отколовшегося

слоя стеклопластика вызвал сжимающие напряжения в остальных слоях ( $\tau = 0,5$ ;  $\tau = 0,55$ ;  $\tau = 0,6$ ).

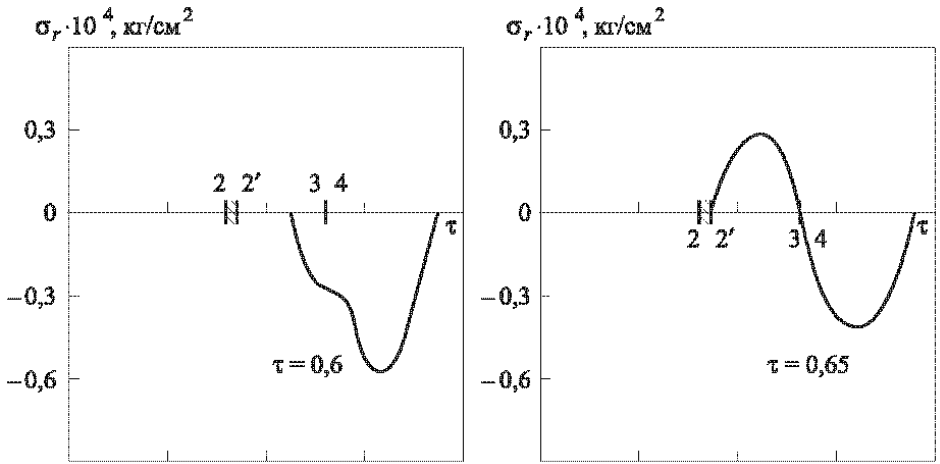


Рис. 2. Распределение радиального напряжения по толщине,  $\tau = 0,6$  и  $0,65$  мкс

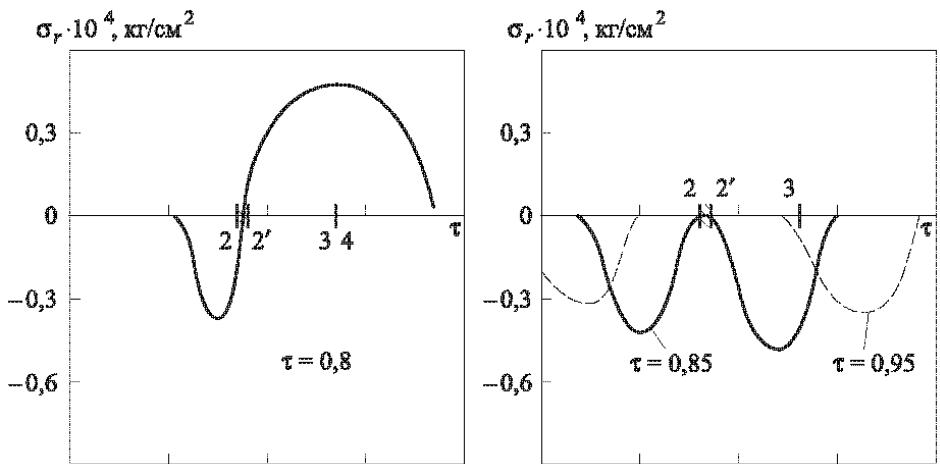


Рис. 3. Распределение радиального напряжения по толщине,  $\tau = 0,8$ ;  $0,85$  и  $0,95$  мкс

Отколовшаяся часть прилипла к несущим слоям конструкции и начала двигаться вместе с ними. Отраженная от границы раздела материалов второго и третьего слоев волна напряжений ( $\tau = 0,65$  мкс) привела к тому, что отколовшийся слой стал двигаться в обратном направлении ( $\tau = 0,75$  мкс). К моменту, когда  $\tau = 0,8$  мкс, произошел удар отколовшейся части по стеклопластику и в последнем возникли сжимающие напряжения.

В последующие моменты по материалу первого слоя распространяется волна сжатия, а по материалам второго и третьего слоев –

волна, отраженная от свободной поверхности ( $\tau = 0,85$ ;  $\tau = 0,9$ ;  $\tau = 0,95$ ) (см. рис. 3).

**Результаты расчетов.** Анализ результатов этого и других расчетов показал, что расслоение многослойных конструкций происходит чаще всего на стыке разных материалов; наличие зазора ослабляет действие импульса давления в конструкции, понижает уровень напряжений, следовательно, зазор может рассматриваться как демпфирующий слой.

**Выводы.** Таким образом, в едином алгоритме реализован расчет напряженно-деформированного состояния в многослойных цилиндрических и сферических оболочках, пластинах при импульсном теплосиловом нагружении. Учтены упругое, пластическое состояние материала, теплопроводность, наличие зазоров между слоями, возникновение расслоений, отколов и разрушение конструкции. Можно рассчитать ширину расслоения, поведение начального зазора. Алгоритм позволяет делать вывод о работоспособности конструкции как при наличии в ней начальных зазоров, так и при возникновении расслоений, трещин. Проводимые расчеты могут быть использованы при отработке надежности и стойкости конструкций современной техники.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Садыхов Г.С. Статистическое моделирование надежности в задачах определения возможности продления сроков эксплуатации технических объектов. *Надежность и контроль качества*. 1992, № 4, 59 с.
- [2] Бахвалов Н.С. *Численные методы*. Москва, Наука, 1973.
- [3] Сиратори М. *Вычислительная механика разрушения*. Москва, Мир, 1986, 334 с.
- [4] Станюкович К.П. *Физика взрыва*. Москва, Физматгиз, 1975.
- [5] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды*. Т. 2: Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды. Москва, Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2011, 560 с.
- [6] Качанов Л.М. *Теория пластичности*. Москва, Физматгиз, 1960, 357 с.
- [7] Уилкинс М.Л. *Расчет упругопластических течений. Вычислительные методы в гидродинамике*. Москва, Мир, 1967, с. 212–264.
- [8] Бутина Т.А. Алгоритм решения задачи прочности многослойных элементов конструкции при импульсном нагружении. *Надежность и контроль качества*. 1994, № 1, 60 с.
- [9] Плюваж Г. *Механика упругопластического разрушения*. Москва, Мир, 1993, 448 с.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бутина Т.А., Дубровин В.М. Моделирование расслоений, отколов в многослойных элементах конструкций при импульсном нагружении. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/897.html>

**Бутина Татьяна Александровна** родилась в 1950 г., окончила факультет управления и прикладной математики Московского физико-технического института в 1974 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. Награждена медалями им. М.В. Келдыша и им. Ю.А. Гагарина. e-mail: butina\_ta@mail.ru

**Дубровин Виктор Митрофанович** родился в 1935 г., окончил механико-математический факультет Саратовского государственного университета в 1958 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» и кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности, устойчивости деформируемых систем. Область научных интересов: динамика прочность и устойчивость деформируемых систем; ползучесть конструкционных материалов. Автор пяти изобретений по закрытой тематике, награжден юбилейной медалью «За доблестный труд», медалью «Ветеран труда», а также двумя знаками зам. министра обороны «Победитель социалистического соревнования». Принимал участие в испытаниях ядерного оружия на Семипалатинском полигоне, ветеран подразделения особого риска РФ. e-mail: vmdubrovin@mail.ru