## Равновесная температура оболочки неохлаждаемого насадка сопла жидкостного ракетного двигателя

## ⓒ В.С. Зарубин

## МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва 105005, Россия

Разработана математическая модель конвективно-радиационного теплообмена оболочки неохлаждаемого сравнительно короткого насадка сопла жидкостного ракетного двигателя, позволяющая оценить значение равновесной температуры этой оболочки на установившемся режиме работы двигателя. Это значение определяет выбор конструкционного материала насадка и решающим образом влияет на работоспособность его оболочки. Из представленного примера расчета при исходных данных, близких к реальным, следует, что для двигателей с большой степенью расширения газов в сопле полученное значение равновесной температуры является допустимым для некоторых существующих и перспективных термостойких конструкционных материалов.

**Ключевые слова:** математическая модель конвективно-радиационного теплобмена, неохлаждаемый насадок сопла, равновесная температура.

**Введение.** Выходная часть оболочки сопла жидкостного ракетного двигателя (ЖРД), имеющего большую степень расширения газообразных продуктов сгорания жидкого ракетного топлива, может быть выполнена в виде неохлаждаемого тонкостенного насадка (поз. 1 на рис. 1) [1, 2].



Рис. 1. Схема камеры жидкостного ракетного двигателя

Это позволяет уменьшить массу конструкции двигателя, но требует обеспечить стойкость конструкционного материала оболочки насадка, обтекаемой высокотемпературным газовым потоком. Работоспособность насадка в газовом потоке зависит от температурного состояния оболочки, которое можно характеризовать средним значением  $\overline{T}$  ее равновесной температуры на установившемся режиме работы двигателя. Несмотря на интенсивный конвективный теплообмен оболочки неохлаждаемого насадка с высокотемпературным газовым потоком, температура которого в пограничном слое у обтекаемой поверхности насадка близка к температуре сгорания жидкого ракетного топлива, благодаря так называемому радиационному охлаждению [2,3] путем теплового излучения с внешней и внутренней поверхностей оболочки насадка значение  $\overline{T}$  может быть в пределах, допускаемых термостойкостью используемого конструкционного материала.

Математическая модель. Среднее значение  $\overline{T}$  равновесной температуры внутренней поверхности оболочки неохлаждаемого насадка сопла входит в балансное соотношение тепловых потоков на установившемся режиме работы ЖРД, отнесенных к единице площади ее поверхности:

$$\alpha_{\rm r}(T_{\rm r}^* - \overline{T}) - \overline{q} = \lambda(\overline{T} - \overline{T}_1)/h = \varepsilon_1 \sigma_0 \overline{T}_1^4 + \alpha_{\rm c}(\overline{T}_1 - T_{\rm c}), \qquad (1)$$

где  $\alpha_r$  и  $T_r^*$  — коэффициент конвективного теплообмена газа с внутренней поверхностью оболочки и температура заторможенного газового потока в пограничном слое соответственно;  $\bar{q}$  — плотность потока результирующего излучения этой поверхности;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности материала оболочки насадка;  $\bar{T}_1$ , h и  $\varepsilon_1$  — равновесная температура внешней поверхности насадка, его толщина и коэффициент излучения (степень черноты) этой поверхности соответственно;  $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K}^4)$  — постоянная Стефана — Больцмана [4];  $\alpha_c$  и  $T_c$  — коэффициент конвективного теплообмена внешней поверхности оболочки с окружающей средой и температура этой среды соответственно. При малом значении  $h/\lambda$  термического сопротивления оболочки, что характерно в случае применения в качестве конструкционного материала термостойких металлов и сплавов, можно пренебречь перепадом температуры по ее толщине и считать, что  $\overline{T}_1 \approx \overline{T}$ . Тогда соотношение (1) примет вид [1]

$$\alpha_{\rm r}(T_{\rm r}^* - \overline{T}) - \overline{q} = \varepsilon_1 \sigma_0 \overline{T}^4 + \alpha_{\rm c}(\overline{T} - T_{\rm c}).$$
<sup>(2)</sup>

Искомое значение  $\overline{T}$  входит в уравнение (2) как в явном, так и в неявном виде, поскольку коэффициенты теплообмена  $\alpha_r$  и  $\alpha_c$  и коэффициент излучения  $\varepsilon_1$  в общем случае зависят от температуры поверхности оболочки. Но наиболее существенно зависит от  $\overline{T}$ величина  $\overline{q}$ , определяющая тепловую энергию, которую теряет путем излучения единица площади внутренней поверхности оболочки в единицу времени. Установление этой зависимости и составляет основной этап построения математической модели.

Применение неохлаждаемого насадка обеспечивает увеличение геометрической степени расширения сопла, приводящее к сравнительно низким значениям давления и температуры газа в зоне расположения насадка [2]. Это дает возможность в первом приближении не учитывать вклад в общий баланс тепловых потоков процессов собственного излучения газа и поглощения им излучения насадка. Тогда в этом приближении [1]

$$\overline{q} = q^* - q^\circ, \tag{3}$$

где  $q^*$  и  $q^\circ$  — плотности эффективного и падающего излучений, причем, считая внутреннюю поверхность оболочки соответствующей модели серого тела [4, 5] с коэффициентом излучения є этой поверхности, имеем

$$q^* = \varepsilon \sigma_0 \overline{T}^4 + (1 - \varepsilon) q^\circ.$$
(4)

На вогнутой внутренней поверхности оболочки насадка с указанными на рис. 2 обозначениями размеров выделим площадки в окрестности точек M и N.



Рис. 2. Схема неохлаждаемого насадка сопла

Элементарная площадка  $dS_N$  в окрестности точки N посылает на единичную площадку в окрестности точки M поток излучения с плотностью [1]

$$dq^{\circ}(M) = q^{*}(N) \frac{\cos \varphi_{N} \cos \varphi_{M}}{\pi l_{NM}^{2}} \, dS(N).$$

Отсюда интегрированием по внутренней поверхности Sоболочки насадка получим

$$q^{\circ}(M) = \int_{S} q^{*}(N) \frac{\cos \varphi_{N} \cos \varphi_{M}}{\pi l_{NM}^{2}} dS(N).$$
(5)

Из соотношений (4) и (5) следует интегральное уравнение Фред-

гольма второго рода относительно распределения плотности  $q^*(M)$  эффективного излучения по внутренней поверхности S оболочки насадка:

$$q^*(M) - (1 - \varepsilon) \int_{S} q^*(N) \frac{\cos \varphi_N \cos \varphi_M}{\pi l_{NM}^2} \, dS(N) = \varepsilon \sigma_0 \overline{T}^4$$

После умножения этого уравнения на dS(M) и интегрирования по поверхности S запишем

$$\int_{S} \left( q^*(M) - (1 - \varepsilon) \int_{S} q^*(N) \frac{\cos \varphi_N \cos \varphi_M}{\pi l_{NM}^2} \, dS(N) \right) dS(M) = \varepsilon \sigma_0 \overline{T}^4 S.$$
(6)

Для сравнительно короткого насадка, когда его длина L мала по отношению к среднему радиусу  $R = (R_1 + R_2)/2$ , допустимо перейти к среднему по поверхности S значению

$$q_0^* = \frac{1}{S} \int_S q^*(M) \, dS(M)$$

плотности потока эффективного излучения. Тогда равенство (6) примет вид

$$q_0^* = \varepsilon \sigma_0 \overline{T}^4 + (1 - \varepsilon) q_0^* \varphi_0, \tag{7}$$

где  $\phi_0$  — коэффициент самооблученности внутренней поверхности оболочки насадка:

$$\varphi_0 = \frac{1}{S} \int_S dS(M) \int_S \frac{\cos \varphi_N \cos \varphi_M}{\pi l_{NM}^2} \, dS_N.$$

Для вогнутой поверхности вращения с криволинейной образующей [4, 5]

$$\varphi_0 = 1 - \frac{S_{\kappa}}{S} \frac{\sqrt{(R_1^2 + R_2^2 + L^2)^2 - 4R_1^2 R_2^2} - L^2}{(R_1 + R_2)\sqrt{(R_2 - R_1)^2 + L^2}}$$

Здесь  $S_{\kappa} = \pi (R_1 + R_2) \sqrt{(R_2 - R_1)^2 + L^2}$  — площадь боковой поверхности вписанного усеченного конуса (его образующая отмечена на рис. 2 штриховой линией).

Поскольку равенство (4) справедливо и для средних по поверхности S значений  $q_0^{\circ}$  и  $q_0^{\circ}$ , из сопоставления формул (4) и (7) следует, что  $q_0^{\circ} = q^* \varphi_0$ . В итоге с учетом этого равенства и соотношений (3) и (7) для среднего по поверхности S значения плотности потока результативного излучения получим  $\overline{q}_0 = (1 - \varphi_0)\varepsilon\sigma_0\overline{T}^4/(1 - (1 - \varepsilon)\varphi_0)$ . Теперь балансное уравнение (2) можно представить в безразмерном виде

$$N_0\bar{\theta}_0^4 + \bar{\theta}_0 = 1, \tag{8}$$

где  $\bar{\theta}_0 = \overline{T}/\widetilde{T}_0$ ;  $\widetilde{T}_0 = (\alpha_r T_r^* + \alpha_c T_c)/(\alpha_r + \alpha_c)$ ;  $N_0 = \tilde{\epsilon}_0 \sigma_0 \widetilde{T}_0^3/(\alpha_r + \alpha_c)$ ;  $\tilde{\epsilon}_0 = \epsilon (1 - \varphi_0)/(1 - \varphi_0 + \epsilon \varphi_0) + \epsilon_1$ .

Построенная модель учитывает в падающем на внутреннюю поверхность насадка излучении лишь эффективное излучение этой поверхности. В действительности на эту поверхность также падает излучение от охлаждаемой расширяющейся части сопла (поз. 2 на рис. 1) и излучение газа в камере сгорания (поз. 4 на рис. 1), проходящее через минимальное сечение сопла (поз. 3 на рис. 1). Влияние первого фактора мало по сравнению с самооблучением насадка с достаточно высокой температурой  $\overline{T}$  его поверхности, поскольку температура поверхности охлаждаемой части сопла значительно меньше. Влияние второго фактора существеннее в силу высоких значений температуры и давления газа в камере сгорания и сужающейся части сопла. Если пренебречь поглощением потока излучения, проходящего через минимальное сечение сопла, газом в расширяющейся части сопла и излучением этого газа, то учесть влияние второго фактора можно добавлением в правую часть равенства (7) дополнительного слагаемого.

Пусть  $\varepsilon_m$  и  $T_m$  — коэффициент излучения и температура газа в минимальном сечении сопла соответственно, а  $F_m^{\circ}$  — взаимная поверхность излучения [6] внутренней поверхности насадка и круглой площадки радиусом  $R_m$  в минимальном сечении сопла. Тогда непосредственно с этой площадки на внутреннюю поверхность насадка будет падать поток излучения плотностью  $q_m^{\circ} = \varepsilon_m \sigma_0 T_m^4 F_m^{\circ}/S$ . Излучение площадки в минимальном сечении, частично отраженное от охлаждаемой части сопла и также падающее на внутреннюю поверхность насадка, можно не учитывать в силу большого значения коэффициента поглощения поверхности этой части сопла. В итоге вместо равенства (7) запишем

$$q^* = \varepsilon \sigma_0 \overline{T}^4 + (1 - \varepsilon)(q^* \varphi_0 + q_m^\circ).$$
(9)

Величину  $F_m^{\circ}$  оценим применительно к упрощенной схеме, заменив внутреннюю поверхность охлаждаемой расширяющейся части сопла с криволинейной образующей боковой поверхностью конуса. Тогда получим  $F_m^{\circ} = F_{m1} - F_{m2}$ , где [4, 5]

$$\begin{split} F_{m1} &= \frac{\pi}{2} \Big( R_m^2 + R_1^2 + L_{\text{oxs}\pi}^2 - \sqrt{(R_m^2 + R_1^2 + L_{\text{oxs}\pi}^2)^2 - 4R_m^2 R_1^2} \, \Big), \\ F_{m2} &= \frac{\pi}{2} \Big( R_m^2 + R_2^2 + (L_{\text{oxs}\pi} + L)^2 - \sqrt{(R_m^2 + R_2^2 + (L_{\text{oxs}\pi} + L)^2)^2 - 4R_m^2 R_2^2} \, \Big) \end{split}$$

 $L_{\text{охл}}$  — длина охлаждаемой расширяющейся части сопла.

Сопоставляя формулы (4) и (9), находим  $q^{\circ} = q^* \varphi_0 + q_m^{\circ}$ . С учетом этого равенства и соотношений (3) и (9) для среднего по поверхности *S* значения плотности потока результативного излучения запишем

 $\overline{q} = (\epsilon(1-\varphi_0)\sigma_0\overline{T}^4 - \epsilon q_m^\circ)/(1-\varphi_0 + \epsilon \varphi_0)$  и после подстановки в уравнение (2) вместо равенства (8) получим

$$N\bar{\theta}^4 + \bar{\theta} = 1, \tag{10}$$

где  $\bar{\theta} = \overline{T}/\widetilde{T}$ ;  $\widetilde{T} = (\alpha_{\rm r}T_{\rm r}^* + \alpha_{\rm c}T_{\rm c} + \epsilon q_m^\circ/(1 - \varphi_0 + \epsilon \varphi_0))/(\alpha_{\rm r} + \alpha_{\rm c})$ ;  $N = \widetilde{\epsilon}_0 \sigma_0 \widetilde{T}^3/(\alpha_{\rm r} + \alpha_{\rm c})$ .

Пример расчета. На конкретном примере сравним расчетные средние значения равновесной температуры неохлаждаемого насадка сопла с учетом и без учета влияния излучения, направленного на внутреннюю поверхность насадка от минимального сечения сопла. Пусть  $R_1 = 0.8$  м,  $R_2 = 1.0$  м, L = 0.5 м,  $R_m = 0.1$  м,  $L_{\text{охл}} = 1.5$  м,  $\varepsilon = 0.8$ ,  $\varepsilon_1 = 0.9$ ,  $T_r^* = 3800$  K,  $T_m = 3500$  K,  $\alpha_r = 100$  BT/(м·K). При работе двигателя в пустоте конвективный теплообмен на внешней поверхности насадка отсутствует, т. е.  $\alpha_c = 0$ . Пренебрежем различием площадей внутренней поверхности насадка и боковой поверхности вписанного в насадок усеченного конуса, приняв  $S \approx S_{\kappa} = 3.045$  м<sup>2</sup>.

Без учета влияния излучения, приходящего от минимального сечения сопла, получим  $\widetilde{T}_0 = T_r^*$ ,  $\varphi_0 = 0.22$ ,  $\widetilde{\epsilon}_0 = 1.553$ ,  $N_0 = 48,308$ ,  $\theta_0 = 0.3417$  и  $\overline{T}_0 = 1298$  К. Отметим, что если условно принять оболочку насадка замкнутой и считать коэффициент самооблучения равным единице [2], то среднее значение равновесной температуры возрастет и в данном случае составит 1463 К.

Для оценки сверху влияния излучения, поступающего от минимального сечения сопла, положим  $\varepsilon_m = 1$ , т. е. примем, что круглая площадка в этом сечении излучает как абсолютно черное тело с температурой  $T_m$ . Тогда получим  $F_{m1} = 6,938 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ,  $F_{m2} = 6,273 \times 10^{-3} \text{ м}^2$ ,  $q_m^{\circ} = 1859 \text{ Вт/м}^2$ ,  $\widetilde{T} = 3816 \text{ K}$ , N = 48,904,  $\theta = 0,3407 \text{ и } \overline{T} = 1300 \text{ K}$ . Таким образом, влияние рассматриваемого излучения оказалось несущественным.

Заключение. Несмотря на отсутствие так называемого автономного проточного охлаждения [3] выходной части сопла жидкостного ракетного двигателя, выполненной в виде тонкостенной оболочки насадка, благодаря радиационному охлаждению равновесная температура этой оболочки на установившемся режиме работы двигателя может оказаться допустимой для существующих и перспективных конструкционных материалов. Проведенные на основе разработанной математической модели конвективно-радиационного теплообмена оболочки насадка количественные оценки равновесной температуры показали, что при близких к реальным исходных данных влияние излучения, падающего на внутреннюю поверхность оболочки от минимального сечения сопла, можно не учитывать.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ (проект НШ–255.2012.8).

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зарубин В.С. Температурные поля в конструкции летательных аппаратов. Москва, Машиностроение, 1966, 216 с.
- [2] Добровольский М.В. Жидкостные ракетные двигатели. Москва, Машиностроение, 1968, 396 с.
- [3] Ягодников Д.А., Ирьянов Н.Я. Ракетные двигательные установки. Термины и определения. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012, 87 с.
- [4] Спэрроу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением. Ленинград, Энергия, 1971, 295 с.
- [5] Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. Москва, Мир, 1975, 936 с.
- [6] Блох А.Г., Журавлев Ю.А., Рыжков Л.Н. *Теплообмен излучением*. Справочник. Москва, Энергоатомиздат, 1991, 432 с.

Статья поступила в редакцию 20.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Зарубин В.С. Равновесная температура оболочки неохлаждаемого насадка сопла жидкостного ракетного двигателя. Инженерный журнал: наука и инновации, 2013, вып. 8.

URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/888.html

Зарубин Владимир Степанович — д-р техн. наук, проф. кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: zarubin@bmstu.ru