

Спектральные кроссоверы в фотонном кристалле

© Н.И. Юрасов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Представлены результаты теоретического исследования возможности образования спектральных кроссоверов в фотонном кристалле. Спектральный кроссовер определяют эквизатухающие моды. Найдены условия существования этих мод. Проанализированы два случая возникновения спектрального кроссовера для незаполненного фотонного кристалла. Приведено обобщение результатов на фотонный кристалл с металлическими включениями.

Ключевые слова: спектральный кроссовер, эквизатухающие моды, круговая поляризация, фотонный кристалл, металлические включения

Введение. Пересечение ветвей дисперсионных кривых образует спектральный кроссовер (СК). На эту особенность дисперсионных кривых магнитных волн в металлическом ферромагнетике впервые обратил внимание К.Е. Паттон, выполняя компьютерное исследование дисперсионного уравнения [1]. Обычно рассматривают когерентные волны с равным пространственным затуханием или когерентные эквизатухающие моды в однородной среде, т. е. (среда без периодической структуры) [1–3]. Важная роль в образовании СК принадлежит внешнему силовому полю. Например, высокочастотная магнитная восприимчивость имеет полюсную особенность, положение которой на частотной шкале зависит от внешнего магнитного поля. В периодической среде фактором, аналогичным внешнему силовому полю, является пространственный период среды. Поэтому брэгговское отражение от кристалла можно формально рассматривать как аналог проявления полюса восприимчивости.

Постановка задачи. В настоящее время интенсивно изучаются физические свойства фотонных кристаллов [4–6]. Однако работы по исследованию СК для фотонных кристаллов в научно-технической литературе отсутствуют. В связи с этим поставлена задача нахождения условий возникновения СК для фотонного кристалла.

Рассмотрим случай, когда волновой вектор электромагнитной волны перпендикулярен плоской границе фотонного кристалла (ФК). Имеет место геометрия Фарадея, если направление намагничивания также перпендикулярно этой границе ФК. Для возможности обобщения на случай с намагничиванием [1–3] рассмотрим волны с круговой поляризацией. Обычно магнитная восприимчивость принимается равной нулю в видимой области спектра.

Дисперсионное уравнение. Из уравнений Максвелла запишем для выбранной геометрии задачи следующее волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 E_{\pm}}{\partial z^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\varepsilon_{\pm} E_{\pm})}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где E_{\pm} — напряженность электрического поля электромагнитной волны (круговой поляризации); z — ось декартовой системы координат, перпендикулярная граничной поверхности ФК; ε_{\pm} — цилиндрические компоненты диэлектрической функции; c — скорость света.

Найдем решение уравнения (1) в виде

$$E_{\pm}(t, z) = e_{\pm}(\omega, k, z) e^{-i\omega t + ikz}, \quad (2)$$

где $e_{\pm}(\omega, k, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_{\pm n}(\omega, k) e^{ingz}$, $i = \sqrt{-1}$, $g = \frac{2\pi}{a}$, a — параметр кристаллической решетки; ω — круговая частота; k — волновой вектор.

Диэлектрическую функцию ФК разложим в ряд Фурье:

$$\varepsilon_{\pm}(z) = \sum_l \varepsilon_{\pm l} e^{-ilgz}, \quad \varepsilon_{\pm l} = \frac{1}{a} \int_0^a \varepsilon_{\pm}(z) e^{ilgz} dz, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm \dots \quad (3)$$

Из этого ряда используем слагаемые с номерами $l = 0, \pm 1$. После подстановки решения (2) в уравнение (1) получим бесконечную систему линейных уравнений для определения фурье-амплитуд $e_{\pm n}(\omega, k)$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty$. Ограничимся первым приближением, для которого выполнено условие $n = 0, \pm 1$. Имеем дисперсионное уравнение

$$D(\omega, k) = K^6 - a_2 K^4 + a_4 K^2 - a_6 = 0, \quad (4)$$

$$a_2 = 3\varepsilon_0 + 2g_0^2; \quad a_4 = 3\varepsilon_0^2 - 2\varepsilon_{-1}\varepsilon_1 + g_0^4;$$

$$a_6 = \varepsilon_0^3 - 2\varepsilon_{-1}\varepsilon_0\varepsilon_1 - 2(\varepsilon_0^2 - \varepsilon_{-1}\varepsilon_1)g_0^2 + \varepsilon_0g_0^4,$$

где $g_0 = \lambda/a$, λ — длина электромагнитной волны в вакууме.

Для СК имеем условия

$$\frac{\partial D}{\partial k} = 0; \quad \frac{\partial D}{\partial \omega} \neq 0,$$

которым соответствует обращение в нуль групповой скорости. Это означает, что образуется стоячая волна внутри кристалла у поверхности, на которую падает волна из окружающей среды. Следовательно, получили уравнение, дополнительное к дисперсионному уравнению, а именно:

$$K^4 - b_2 K^2 + b_4 = 0, \quad (5)$$

где $b_2 = 2\varepsilon_0 + \frac{4}{3}g_0^2$; $b_4 = \varepsilon_0^2 - \frac{2\varepsilon_{-1}\varepsilon_1}{3} + \frac{g_0^4}{3}$.

Условие совместности системы уравнений (4)–(5) определяет уравнение условий возникновения СК, которое имеет вид

$$A^2 - b_2 AB + b_4 B^2 = 0, \quad (6)$$

где $A = a_6 + b_4(b_2 - a_2)$; $B = a_4 - b_4 - b_2(b_2 - a_2)$.

Равенство (6) является неявным уравнением для определения условий возникновения СК. Если диссипативные процессы в ФК отсутствуют или ими можно пренебречь, то из равенства (6) определяется длина волны в случае негиротропной среды. Примером такой среды является ФК из искусственного опала.

Анализ диэлектрической функции. Проанализируем коэффициенты ряда Фурье диэлектрической функции. Коэффициент ε_0 определим для ФК с помощью условия

$$\varepsilon_0 = \langle \varepsilon_{\pm} \rangle = \frac{1}{a} \int_0^a \varepsilon_{\pm}(z) dz = \varepsilon_D(1 - \eta_1 - \eta_2) + \eta_2 + \varepsilon_F \eta_1, \quad (7)$$

Здесь $\langle \varepsilon_{\pm} \rangle$ — среднее значение диэлектрической функции ФК; ε_D — диэлектрическая функция для элементов кристаллической решетки ФК (диэлектрических кластеров); η_1 — объемная доля включений, расположенных в порах; η_2 — объемная доля оставшихся пор; ε_F — диэлектрическая функция включений. Для вычисления коэффициентов $\varepsilon_{-1}, \varepsilon_1$ использовали два условия: равенство этих коэффициентов и условие, связанное с глубиной формирования отражения L_R [7, 8]. Эту величину оценивали по формуле

$$L_R = \lambda/4\sqrt{\varepsilon_{eff}},$$

где ε_{eff} — эффективный показатель преломления среды в области формирования отражения. Использование этой формулы для остова опаловой матрицы возможно, если известна средняя доля объема в этой области, занятая порами, $\langle \eta \rangle$. В этом случае запишем формулу

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_D(1 - \langle \eta \rangle) + \langle \eta \rangle, \quad (8)$$

которая получена в модели эффективной среды.

Используем в качестве объема усреднения слой, заключенный между плоскостями $z = 0$ и $z = D/2$, где D — диаметр шара из

аморфного кремнезема (атома ФК с гранецентрированной кубической решеткой), тогда

$$\langle \eta \rangle = 1 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}}. \quad (9)$$

Числовая оценка по формуле (9) составляет 0,395. Диэлектрическая функция аморфного кремнезема равна 2,16, так как показатель преломления в видимой области спектра приблизительно равен 1,47 [9]. Поэтому для той же области спектра $L_R \approx 100$ нм. Диаметр шара из аморфного кремнезема обычно составляет приблизительно 200 нм, т. е. радиус этого шара равен приблизительно значению L_R . Это важный результат, позволяющий в расчете рассматривать кристаллическую плоскость как границу кристалла.

Кристаллические плоскости, перпендикулярные направлению распространения электромагнитной волны, являются плоскостями (111). Это обстоятельство учтено при выводе формулы (9). Следует подчеркнуть, что при выводе формулы для коэффициентов ε_{-1} , ε_1 определяли диэлектрическую функцию на первой кристаллической плоскости

$$\varepsilon\left(z = \frac{D}{2}\right) = \varepsilon_D (1 - \eta_{10} - \eta_{20}) + \eta_{20} + \varepsilon_F \eta_{10} = \varepsilon_{-1} + \varepsilon_0 + \varepsilon_1, \quad (10)$$

где η_{10}, η_{20} — значения η_1, η_2 на первой кристаллической плоскости.

Таким образом, коэффициенты $\varepsilon_{-1}, \varepsilon_1$ определены по формулам (7) и (9) и условиям их равенства.

Численное моделирование условий спектральных кроссоверов.

С использованием коэффициентов уравнений (4) и (5) и уравнения (6) выполнено численное моделирование в среде Maple. С помощью набора значений параметров задачи $\eta_{10} = 0,0725$, $\eta_{20} = 0,0205$, $\eta_2 = 0,21$, $\varepsilon_F = 0 - (-100)$, $\eta_1 = 0,05$, $\eta_2 = 0,21$, $\varepsilon_d = 2,16$ установили, что СК отсутствует в незаполненном ФК. В случае заполнения наночастицами с отрицательными значениями диэлектрической функции выявлен каскад СК (рис. 1). Наночастицы металлов могут иметь отрицательное значение диэлектрической функции, например наноразмерные частицы золота в ближней инфракрасной и видимой областях спектра оптического излучения [10].

Дисперсионное уравнение (4) допускает существование более сложных СК, когда имеется пересечение не двух, а трех дисперсионных кривых. Этот СК определяет условие

$$a_2 a_4 - 9 a_6 = 0. \quad (11)$$

При анализе возможности существования более сложного СК на основе равенства (11) установили, что в незаполненном ФК нет. Однако этот сложный СК (тройное пересечение ветвей дисперсионных кривых) может существовать при каскаде обычных СК. Числовой анализ этой возможности иллюстрирует рис. 2.

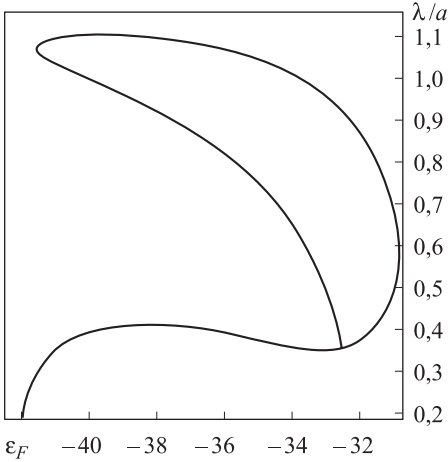


Рис. 1. Зависимость отношения длины волны излучения при СК к постоянной решетки λ/a от диэлектрической функции включения ε_F в ФК на основе искусственного опала

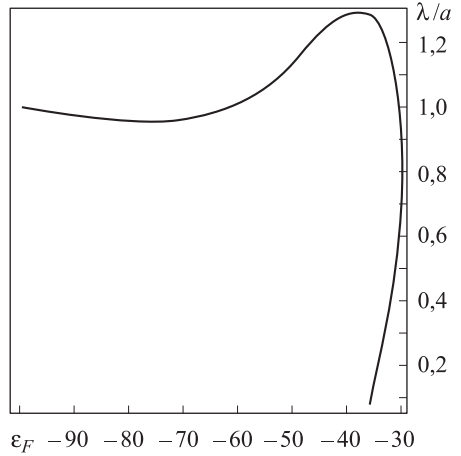


Рис. 2. Зависимость отношения длины волны излучения при сложном СК (тройное пересечение дисперсионных ветвей) к постоянной решетки λ/a от диэлектрической функции включения ε_F в ФК на основе искусственного опала СК

Заключение. Найдено уравнение для определения каскада СК (пересечений более двух спектральных кривых) в ФК способами числового моделирования для опаловой матрицы без включений доказано отсутствие СК. Для этой матрицы с включениями, имеющими отрицательное значение диэлектрической функции, определена область СК. Путем численного моделирования для ФК с включениями обнаружена область существования более сложного СК, которому соответствует тройное пересечение дисперсионных ветвей, и доказано ее отсутствие, если в ФК нет включений. Теория СК распространяется на ФК, т. е. среду с периодической модуляцией диэлектрической функции.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Patton C.E. Classical Theory of Spin-wave Dispersion for Ferromagnetic Metals. *Czech. J. Phys*, 1976, B26, pp. 925–935.
- [2] Fraitova D. On the Analytical FMR Theory in the Normal Configuration. *Phys. Stat. Sol. (b)*, 1995, vol. 187, pp. 217–224.

- [3] Юрасов Н. И. Условия образования динамических сверхструктур на спиновых волнах в намагниченном ферромагнитном проводнике. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естеств. Науки*, 2005, № 4(19), с. 26–32.
- [4] Kuai S.L., Bader G., Ashrit P.V. Tunable electrochromic photonic crystals // *Appl. Phys. Lett.* -2005- v. 86, N 221110/1-221110/3.
- [5] Gorelik V.S., Yurasov N.I., Voinov Y.P., Samoilovich M.I., Gryaznov V.V. The Reflectance Spectra of Photonic Crystals With Embedded Ferrite Inclusions. *Solid State Phenomena*, 2009, vol. 152–153, pp. 518–521.
- [6] Максимочкин В.И., Самойлович М.И., Юрасов Н.И. Магнитный рельеф на поверхности оптических фотонных кристаллов на основе опаловых матриц с магнитными включениями в нанополостях. *Высокие технологии в промышленности России*. Москва, Изд-во ОАО ЦНИТИ «Техномаш», 2010, с. 165–168.
- [7] Борн М., Вольф Э. *Основы оптики*. Москва, Наука, 1973.
- [8] Кизель В.А. *Отражение света*. Москва, Наука, 1973.
- [9] Григорьева И.С., Мейлихова Б.З., ред. *Физические величины*. Москва, Энергоатомиздат, 1991.
- [10] Петров Ю.И. *Физика малых частиц*. Москва, Наука, 1982.

Статья поступила в редакцию 05.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Н.И. Юрасов. Спектральные кроссоверы в фотонном кристалле. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 5. URL: <http://engjournal.ru/catalog/fundamentals/physics/879.html>

Юрасов Николай Ильич — окончил Московский инженерно-физический институт в 1974 г., канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана; автор более 70 научных работ по физике магнитных, кинетических процессов, волновых спектральных кроссоверов и электронных фазовых переходов в конденсированном состоянии, квантовой гравитации и стабильности тяжелых атомных ядер.
e-mail: nikyurasov@yandex.ru