УДК 519.8

Учет упреждающего удара при моделировании двухсторонних боевых действий

© И.В. Дубограй, Л.Н. Дьякова, В.Ю. Чуев
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Разработана модель двухсторонних боевых действий при упреждающем ударе одной из сторон на основе метода динамики средних. Исследовано влияние упреждающего удара на исход боя.

Ключевые слова: *модель двухсторонних боевых действий, эффективная скорострельность, параметр соотношения сил.*

Введение. Одним из возможных способов отображения процесса боевых действий достаточно больших группировок является метод динамики средних. Построение моделей с помощью данного метода основано на следующих допущениях. Согласно закону больших чисел, численности сохранившихся боевых единиц противоборствующих сторон в каждый момент времени близки к своим средним численностям (математическим ожиданиям), что дает возможность не рассматривать подробности, связанные со случайным состоянием отдельно взятой боевой единицы, и рассматривать процесс боевых действий как детерминированный [1, 2]. При этом допущении все показатели боя уже не являются случайными величинами и заменяются своими математическими ожиданиями.

Последовательность выстрелов, осуществляемых каждой единицей, участвующей в боевых действиях, представляется в виде пуассоновского потока событий [3, 4].

Используется также прием, заключающийся в переходе от потока выстрелов к потоку успешных выстрелов, который тоже считается пуассоновским [1]. Выстрел назовем «успешным», если он поражает боевую единицу противника [5].

Протекание боя и вычисление его основных показателей. Рассмотрим бой двух группировок – X и Y. В составе группировки X в начале боя имеется x_0 однородных боевых единиц, в составе группировки Y – y_0 также однородных боевых единиц, необязательно однородных с боевыми единицами группировки X.

Предположим, что каждая боевая единица X может стрелять по любой боевой единице противника и наоборот, и что одним выстрелом нельзя поразить более одной боевой единицы. Также считаем, что в любой момент времени суммарная боевая мощь каждой группировки (средняя скорострельность всей группы сохранившихся боевых единиц) пропорциональна не самому случайному числу сохранившихся боевых единиц, а его среднему значению (математическому ожиданию).

Обозначим через x и y средние численности боевых единиц, сохранившиеся к моменту времени t, их производные по времени соответственно x' и y', вероятности поражения боевой единицы одной стороны одним выстрелом другой – P_x и P_y, скорострельности боевых единиц сторон соответственно λ_x и λ_y. Произведения $V = P_x\lambda_x$ и $U = P_y\lambda_y$ назовем эффективными скорострельностями боевых единиц сторон.

Рассмотрим так называемый высокоорганизованный бой, т. е. стреляющие видят поражена цель или нет, и мгновенно переносят огонь на непораженную. Тогда процесс боевых действий можно описать хорошо известной [5–9] системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} x' &= -uy, \\ y' &= -vx \end{aligned} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$t_0 = 0,\ x\left(t_0\right) = x_0,\ y\left(t_0\right) = y_0. \tag{2}$$

Если считать эффективные скорострельности боевых единиц сторон в течение боя постоянными, что при исследовании многих боевых ситуаций является вполне приемлемым, т. е.

$$u = \text{const},\ v = \text{const},$$

то система уравнений с начальными условиями (2) имеет следующее решение:

$$\begin{aligned} x &= x_0 ch\left(\sqrt{uv}t\right) - y_0\sqrt{\frac{u}{v}} sh\left(\sqrt{uv}t\right), \\ y &= y_0 ch\left(\sqrt{uv}t\right) - x_0\sqrt{\frac{v}{u}} sh\left(\sqrt{uv}\,t\right). \end{aligned} \tag{3}$$

При введении приведенного времени $\overline{t}$, такого что

$$\overline{t} = \sqrt{uv}\,t, \tag{4}$$

и параметра соотношения сил

$$\chi = \frac{y_0}{x_0}\sqrt{\frac{u}{v}}, \tag{5}$$

решение можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} x &= x_0\left(ch\overline{t} - \chi sh\overline{t}\right), \\ y &= y_0\left(ch\overline{t} - \frac{1}{\chi}sh\overline{t}\right). \end{aligned} \tag{6}$$

Будем считать, что бой ведется до полного уничтожения одной из противоборствующих сторон, т. е. $x_к = 0$ или $y_к = 0$, где $x_к$ и $y_к$ – математические ожидания количества сохранившихся к моменту окончания боя $\overline{t_к}$ боевых единиц сторон X и Y соответственно.

Будем также считать, что при условии $\begin{matrix} x_к > 0, \\ y_к = 0 \end{matrix}$ победу одержит X, а при $\begin{matrix} x_к = 0, \\ y_к > 0 \end{matrix}$ – Y.

Тогда при $\chi < 1$ получим

$$\begin{aligned} t_к &= \frac{1}{2\sqrt{uv}}\ln\frac{1+\chi}{1-\chi}, \\ x_к &= x_0\sqrt{1-\chi^2}, \\ y_к &= 0, \end{aligned} \tag{7}$$

т. е. победу одержит сторона X.

При $\chi > 1$

$$\begin{aligned} t_к &= \frac{1}{2\sqrt{uv}}\ln\frac{\chi+1}{\chi-1}, \\ x_к &= 0 \\ y_к &= y_0\sqrt{1-\frac{1}{\chi^2}}, \end{aligned} \tag{8}$$

т. е. победу одержит сторона Y.

Значение $\chi = 1$ является граничным значением параметра соотношения сил, означающее, что при $\chi = 1$ не выполнено условие победы ни одной из группировок.

Изменение основных показателей боя при упреждающем ударе одной из сторон. Рассмотрим ситуацию, когда хорошая маскировка боевых единиц стороны X (или при сближении сторон во время боя максимальная дальность стрельбы единиц стороны X превосходит максимальную дальность стрельбы единиц стороны Y) позволяет в течение некоторого, достаточно небольшого времени t_1 вести огонь по боевым единицам стороны Y, не испытывая противодействия противника (принимая, что за время t_1 сторона Y не будет полностью уничтожена).

Тогда на промежутке времени $t \in [t_0, t_1]$ протекание боя можно описать системой уравнений

$$x' = 0,$$
$$y' = -vx_0$$

с начальными условиями (2).

При $t \in [0, t_1]$ получим

$$x = x_0,$$
$$y = y_0 - vtx_0.$$

К моменту открытия стороной Y ответного огня имеем

$$x(t_1) = x_0,$$
$$y(t_1) = y_0 - vt_1x_0 = y_0\left(1 - \frac{x_0}{y_0}vt_1\right) = y_0\left(1 - \frac{x_0}{y_0}\sqrt{\frac{v}{u}}\sqrt{uv}t_1\right) = y_0\left(1 - \frac{\overline{t_1}}{\chi}\right),$$

где $\overline{t_1} = \sqrt{uv}t_1$.

Дальнейшее протекание боя опишем системой уравнений (1) с начальными условиями

$$t = t_1,\ x(t_1) = x_0,\ y(t_1) = y_0\left(1 - \frac{\overline{t_1}}{\chi}\right) = y_1.$$

Решение этой системы аналогично (6). В формулах (6)–(8) следует заменить y_0 на y_1, $\overline{t_1}$ – на $\overline{t}' = \overline{t} - \overline{t_1}$ и χ – на $\chi_1 = \chi - \overline{t_0}$.

В рассматриваемом бою величина χ_1 играет роль параметра соотношения сил χ при одновременном открытии огня противоборствующими сторонами, т. е. при $\chi_1 < 1$ победу одержит сторона X, при $\chi_1 > 1$ – сторона Y, значение $\chi_1 = 1$ является «граничным» значением.

В таблице приведены значения относительного количества сохранившихся к концу боя боевых единиц сторон X (верхнее число каждой клетки) и Y (нижнее число каждой клетки), т. е. величин $x_{0к} = \dfrac{x_к}{x_0}$ и $y_{0к} = \dfrac{y_к}{y_0}$ при различных значениях параметра соотношения сил χ и приведенного времени $\overline{t_1}$, в течение которого сторона X не испытывает противодействия со стороны Y. Левый столбец таблицы соответствует ситуации, когда стороны X и Y открывают огонь по противнику одновременно, остальные – ситуации, когда единицы стороны X проводят по одному-два выстрела до открытия стороной Y ответного огня.

χ \ $\overline{t_1}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,5	0,866 0,000	0,917 0,000	0,954 0,000	0,980 0,000	0,995 0,000	0,999 0,000
0,9	0,436 0,000	0,600 0,000	0,714 0,000	0,800 0,000	0,866 0,000	0,917 0,000
1,0	0,000 0,000	0,436 0,000	0,600 0,000	0,714 0,000	0,800 0,000	0,866 0,000
1,1	0,000 0,417	0,000 0,000	0,436 0,000	0,600 0,000	0,714 0,000	0,800 0,000
1,2	0,000 0,553	0,000 0,382	0,000 0,000	0,436 0,000	0,600 0,000	0,714 0,000
1,3	0,000 0,639	0,000 0,510	0,000 0,353	0,000 0,000	0,436 0,000	0,600 0,000
1,4	0,000 0,700	0,000 0,593	0,000 0,474	0,000 0,327	0,000 0,000	0,436 0,000
1,5	0,000 0,745	0,000 0,653	0,000 0,554	0,000 0,442	0,000 0,306	0,000 0,000
2,0	0,000 0,866	0,000 0,808	0,000 0,748	0,000 0,687	0,000 0,624	0,000 0,559

Выводы. Результаты расчетов позволяют сделать следующие выводы.

Упреждающий удар одной из сторон оказывает существенное влияние на исход боя, если в нем принимают участие близкие по силам группировки. В отдельных ситуациях он оказывает решающее влияние на исход боя, т. е. при упреждающем ударе побеждает та сторона, которая при одновременном открытии огня обеими сторонами потерпела бы поражение.

При существенном превосходстве одной из сторон ($\chi < 0,5$ или $\chi > 2$) влияние упреждающего удара на исход боя несущественно.

В дальнейшем предполагается исследовать влияние упреждающего удара одной из сторон в вероятностных моделях двухсторонних боевых действий.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Вентцель Е.С. *Исследование операций*. Москва, УРСС, 2006, 432 с.

[2] Пашков Н.Ю., Строгалев В.П., Чуев В.Ю. Смешанная модель динамики средних для многочисленных группировок. *Оборонная техника*, 2000, № 9–10, с. 19–21.

[3] Xiangyong Chen, Yuanwei Jing, Chunji Li, Mingwei Li. Warfare Command Stratagem Analysis for Winning Based on Lanchester Attrition Models. *Journal of Science and Systems Engineering*, 2012, vol. 21 (1), pp. 94–105.

[4] Taylor J.G. Force-on-force attrition modeling. *Military Applications Section of Operations Research Society of America*. 1980, p. 320.

[5] Глушков И.Н. Выбор математической схемы при построении модели боевых действий. *Программные продукты и системы*, 2010, № 1, с. 1–9.

[6] Чуев Ю.В. *Исследование операций в военном деле*. Москва, Воениздат, 1970, 270 с.

[7] Ильин В.А. Моделирование боевых действий сил флота. *Программные продукты и системы*, 2006, № 1, с. 23–27.

[8] Lanchester F. *Aircraft in Warfare: the Dawn of the Fourth Arm*. London, Constable and Co, 1916, p. 243.

[9] Jaswal N.K. *Military Operations Research: Quantitative Decision Making*. Kluwer Academic Publishers, 1997, 388 p.

[10] Сирота А.А. *Компьютерное моделирование и оценка эффективности сложных систем*. Москва, Техносфера, 2006, 280 с.

[11] Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б. *Моделирование систем. Динамические системы*. Санкт-Петербург, БХВ-Петербург, 2006, 224 с.

[12] Бусленко Н.П. *Моделирование сложных систем*. Москва, Наука, 1978, 399 с.

[13] Волкова В.Н., Денисов А.А. *Основы теории систем и системного анализа*. Санкт-Петербург, Изд-во СПбГТУ, 2001, 512 с.

[14] Taylor J.G. Dependence of the Parity-condition Parameter on the Combat-intensity Parameter for Lanchester-type Equations of Modern Warfare. *Operations-Research-Spektrum*, 1980, vol. 1 (3), pp. 199–205.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Дубограй И.В., Дьякова Л.Н., Чуев В.Ю. Учет упреждающего удара при моделировании двухсторонних боевых действий. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7. URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/842.html

Дубограй Ирина Валерьевна родилась в 1943 г., окончила механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова в 1965 г. Доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор ряда научных работ в области прикладной математики. e-mail: irina.dubograi@yandex.ru

Дьякова Людмила Николаевна родилась в 1942 г., окончила математический факультет МГПИ им. В.И. Ленина в 1965 г. Старший преподаватель кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор ряда научных работ в области прикладной математики. e-mail: Ddos@mail.ru

Чуев Василий Юрьевич родился в 1953 г., окончил механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова в 1976 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области прикладной математики.