

Исследование точности метода распределенной присоединенной массы при расчете нестационарной поперечной нагрузки на деформируемый корпус ЛА при подводном выбросе

© А.В. Плюснин^{1,2}, И.А. Доденко¹

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

²ОАО «ВПК «НПО машиностроения», Московская область,
г. Реутов, 143966, Россия

Для модельной задачи методом граничных элементов (МГЭ) выполнен расчет нестационарной поперечной гидродинамической нагрузки на тело, колеблющееся в воде. Полученные результаты существенно отличаются количественно и качественно от результатов, полученных при распространении на случай упругих колебаний тела в жидкости известной в гидродинамике концепции присоединенных масс.

Ключевые слова: подводный выброс ЛА, поперечные упругие колебания, присоединенные массы, метод граничных элементов, метод плоских сечений.

Введение. При прочностных расчетах ЛА, запускаемых из-под воды с подвижной платформы, важно правильно учитывать поперечные гидродинамические силы, действующие на корпус ЛА со стороны набегающего потока [1–3]. Для определенных компоновок ЛА существенно в процессе выхода из пускового устройства (ПУ) принимать во внимание упругие колебания корпуса. В инженерных подходах действующую гидродинамическую нагрузку обычно разделяют на несколько составляющих: гидростатическую, квазистационарную (пропорциональную квадрату скорости движения ЛА), нестационарную (связанную с ускоренным движением ЛА).

При ускоренном поперечном движении ЛА как абсолютно твердого тела нестационарную составляющую силы $\delta F_{\text{бок}}^{(\text{нест})}$ можно записать через присоединенную массу λ_{22} и боковое ускорение ЛА $\frac{dV_{\text{бок}}^{(\text{ЛА})}}{dt}$ [4]:

$$\delta F_{\text{бок}}^{(\text{нест})} = -\lambda_{22} \frac{dV_{\text{бок}}^{(\text{ЛА})}}{dt}. \quad (1)$$

Расчет присоединенных масс ЛА в свободной воде или вблизи экрана (пусковой платформы) удобно проводить с помощью МГЭ [2, 5–8]. Для ЛА в виде тела вращения хорошую точность для присоединенных масс λ_{22} , λ_{26} и λ_{66} , отвечающих поступательному и

вращательному поперечным движениям ЛА, дает метод плоских сечений (МПС) [2]. На рис. 1 показаны потенциалы поперечного обтекания ЛА в свободной воде и при выходе из ПУ, рассчитанные посредством МГЭ и МПС. Как видно, за исключением начальной стадии выхода ЛА из ПУ расчет по МПС вполне удовлетворителен.

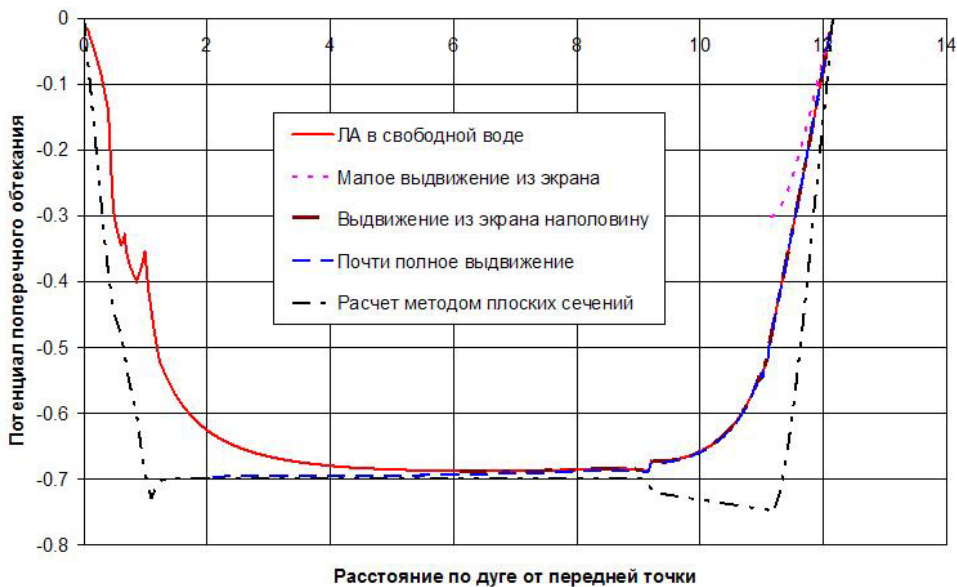


Рис. 1. Расчеты поперечного потенциала обтекания по МГЭ и МПС

В некоторых методиках прочностных расчетов указанный подход для вычисления нестационарной поперечной силы, действующей на ЛА как абсолютно твердое тело (см. 1), распространяется на расчет нестационарной погонной силы $\delta F_{\text{пог}}^{(\text{нест})}$ на корпус ЛА:

$$\delta F_{\text{пог}}^{(\text{нест})} = -\lambda_{22}^{(\text{пог})} \frac{dV_{\text{мест}}^{(\text{ЛА})}}{dt}, \quad (2)$$

где $\lambda_{22}^{(\text{пог})}$ – «погонная» присоединенная масса; $\frac{dV_{\text{мест}}^{(\text{ЛА})}}{dt}$ – местное боковое ускорение корпуса ЛА, обусловленное упругими колебаниями. Используя МПС, можно записать [2]

$$\lambda_{22}^{(\text{пог})} = \pi \rho_{\text{ж}} R_{\text{мест}}^2, \quad (3)$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости; $R_{\text{мест}}$ – местный радиус поперечного сечения корпуса ЛА.

Теоретически этот подход несостоятелен, как показано в работе [9] применительно к расчету распределенной нестационарной нагрузки на деформируемую панель оперения ЛА.

Задача данной работы – проанализировать указанный подход в условиях поперечных упругих колебаний корпуса ЛА при выходе из ПУ, для чего будет достаточно следующей упрощенной постановки задачи. Рассматривается однородная балка Тимошенко кругового поперечного сечения, закрепленная одним концом в неограниченном плоском экране (рис. 2). Рассчитываются поперечные колебания балки, вызванные внезапным снятием поперечной силы с ее свободного торца. На основе заданных параметров поперечных колебаний балки формируются граничные условия для расчета нестационарной гидродинамической силы на балку МГЭ в осесимметричной постановке и МПС. По результатам сравнения расчетов делаются выводы относительно практической целесообразности подхода, основанного на искусственном «распределении» присоединенных масс вдоль корпуса деформируемого ЛА.

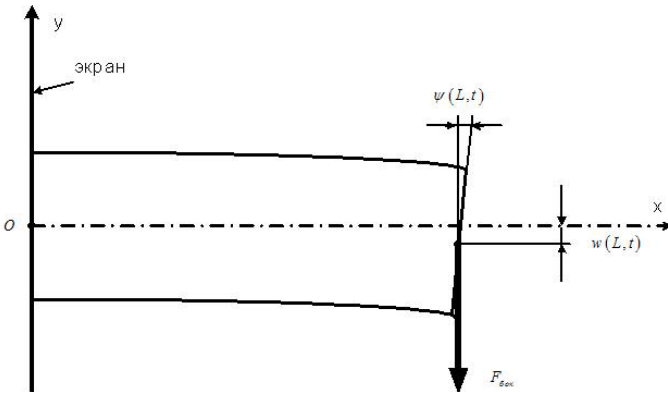


Рис. 2. Поперечные колебания балки Тимошенко

Расчет поперечных колебаний балки Тимошенко. Уравнения балки Тимошенко хорошо известны [10]. Они имеют «правильный» тип (гиперболический) и для кругового цилиндра с хорошей точностью передают характер основной формы трехмерных изгибных колебаний. Имеем (см. рис. 2)

$$\begin{aligned} \rho_T S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial Q}{\partial x}, & \rho_T J \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= -\frac{\partial M}{\partial x} + Q, \\ Q &= \kappa \mu S \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right), & M &= -EJ \frac{\partial \psi}{\partial x}, \\ \kappa &= \frac{6(1+\nu)}{7+6\nu}, \end{aligned} \quad (4)$$

где x – продольная координата вдоль балки; t – время; w – поперечное смещение сечения с координатой x как целого в направлении

оси y ; ψ – поворот против часовой стрелки вокруг оси z сечения с координатой x как целого; Q и M – соответственно поперечная (перерезывающая) сила в направлении y и изгибающий момент относительно оси z , приложенные к материалу балки, находящемуся слева от сечения с координатой x ; ρ_T , E , μ , ν – соответственно плотность, упругие модули Юнга, сдвига и коэффициент Пуассона материала балки; S и J – площадь и центральный момент инерции поперечного сечения балки; L и R – длина балки и ее радиус; κ – поправочный коэффициент, принятый согласно работе [11]. Данные уравнения имеют гиперболический тип с двумя характерными скоростями распространения возмущений: «стержневой» скоростью

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho_T}} \text{ и сдвиговой скоростью } c_1 = \sqrt{\frac{\kappa \mu}{\rho_T}}.$$

В начальный момент балка находится в покое в изогнутом состоянии под действием силы $F_{\text{бок}}$, приложенной к торцу $x=L$. Это соответствует начальным условиям:

$$\begin{cases} \psi(x, 0) = -\frac{F_{\text{бок}}}{2EJ} x(2L-x), \\ w(x, 0) = -\frac{F_{\text{бок}}}{\kappa\mu S} x - \frac{F_{\text{бок}}}{6EJ} x^2(3L-x), \\ \frac{\partial \psi}{\partial t}(x, 0) = \frac{\partial w}{\partial t}(x, 0) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Колебания балки начинаются в результате внезапного снятия силы $F_{\text{бок}}$. Граничными условиями задачи являются условия закрепления сечения $x=0$ и свободные условия на торце $x=L$:

$$\begin{cases} \psi(0, t) = w(0, t) = 0, \\ Q(L, t) = M(L, t) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Задача (4) – (6) решалась численно по явной конечно-разностной схеме второго порядка, разработанной в [12, 13]. Пусть $N+1$ – число расчетных узлов по координате x , $h = \frac{L}{N}$ – шаг разностной схемы по координате x , τ – шаг по времени, $\sigma = \frac{c_0 \tau}{h}$ – число Куранта. Условие

устойчивости, выведенное в [13], требует, чтобы $\sigma \leq \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\kappa \mu S}{4EJ} h^2}}$. Бу-

дем обозначать решение в узлах сетки $x = jh$ и $t = (n-1)\tau$ нижним индексом j и верхним индексом n (например, ψ_j^n). Для всех узлов ($j = 0 \dots N$) начальных двух слоев по времени имеем

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_j^1 = \psi(jh, 0), \\ w_j^1 = w(jh, 0), \\ \psi_j^0 = \psi_j^1 + \frac{\tau^2}{2} \left\{ c_0^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}(jh, 0) + c_1^2 \frac{S}{J} \left[\frac{\partial w}{\partial x}(jh, 0) - \psi(jh, 0) \right] \right\}, \\ w_j^0 = w_j^1 + \frac{c_1^2 \tau^2}{2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(jh, 0) - \frac{\partial \psi}{\partial x}(jh, 0) \right]. \end{array} \right. \quad (7)$$

Для последующих слоев по времени ($n \geq 2$) и для $j = 1 \dots N - 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_0^{n+1} = w_0^{n+1} = 0, \\ \psi_j^{n+1} = 2\psi_j^n - \psi_j^{n-1} + \frac{c_0^2 \tau^2}{h^2} (\psi_{j+1}^n - 2\psi_j^n + \psi_{j-1}^n) + \frac{c_1^2 \tau^2 S}{J} \left(\frac{w_{j+1}^n - w_{j-1}^n}{2h} - \psi_j^n \right), \\ w_j^{n+1} = 2w_j^n - w_j^{n-1} + \frac{c_1^2 \tau^2}{h^2} (w_{j+1}^n - 2w_j^n + w_{j-1}^n) - \frac{c_1^2 \tau^2}{2h} (\psi_{j+1}^n - \psi_{j-1}^n), \\ \psi_N^{n+1} = \frac{\psi_{N-1}^{n+1} + \frac{h^2}{2c_0^2 \tau^2} (2\psi_N^n - \psi_N^{n-1})}{1 + \frac{h^2}{2c_0^2 \tau^2}}, \\ w_N^{n+1} = \frac{w_{N-1}^{n+1} + \frac{h^2}{2c_1^2 \tau^2} (2w_N^n - w_N^{n-1}) + h\psi_N^{n+1}}{1 + \frac{h^2}{2c_1^2 \tau^2}}. \end{array} \right. \quad (8)$$

На рис. 3 показан характер колебаний свободного торца балки в рассматриваемой задаче.

Формулировка граничного условия на боковой поверхности балки для решения гидродинамической задачи. Задача колебаний балки Тимошенко решалась выше в лагранжевых координатах. Теперь обозначим эти координаты через x_0, y_0, z_0 (вместо x, y, z),

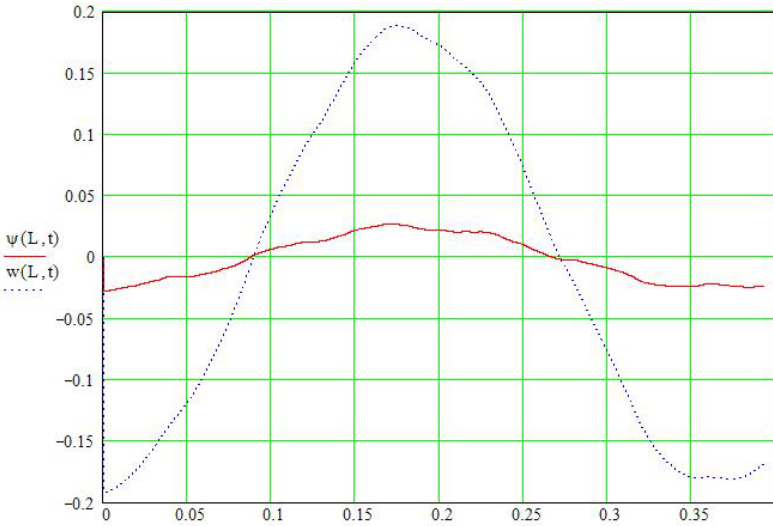


Рис. 3. Угол поворота ψ и поперечное смещение w свободного торца балки в зависимости от времени

тогда закон движения точек балки в процессе колебаний может быть записан в следующем виде:

$$\begin{cases} x(x_0, y_0, z_0, t) = x_0 - \psi(x_0, t) y_0, \\ y(x_0, y_0, z_0, t) = y_0 + w(x_0, t), \\ z(x_0, y_0, z_0, t) = z_0. \end{cases}$$

В данном случае интересен закон движения точек боковой поверхности балки. Введем цилиндрические лагранжевы координаты $x_0 = \xi$, $y_0 = r \cos \eta$, $z_0 = r \sin \eta$. Тогда закон движения точек боковой поверхности балки ($r = R$) будет описываться соотношениями

$$\begin{cases} x(\xi, \eta, t) = \xi - \psi(\xi, t) R \cos \eta, \\ y(\xi, \eta, t) = R \cos \eta + w(\xi, t), \\ z(\xi, \eta, t) = R \sin \eta. \end{cases} \quad (9)$$

При $\eta = \text{const}$ и $\xi = \text{const}$ формулы (9) дают координатные линии на деформированной поверхности балки в текущий момент времени.

Следовательно, можно вычислить касательные векторы $\frac{\partial \vec{r}}{\partial \xi}$ и $\frac{\partial \vec{r}}{\partial \eta}$ к

этим линиям, а тогда и нормаль $\vec{n} = \frac{(\partial \vec{r} / \partial \eta)(\partial \vec{r} / \partial \xi)}{[(\partial \vec{r} / \partial \eta)(\partial \vec{r} / \partial \xi)]}$ к деформированной поверхности в лагранжевых координатах. В частности,

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial \xi} = \vec{i} \left(1 - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} R \cos \eta \right) + \vec{j} \frac{\partial w}{\partial \xi},$$

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial \eta} = \vec{i} \psi R \sin \eta - \vec{j} R \sin \eta + \vec{k} R \cos \eta,$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты декартовой системы координат.

Согласно (9) скорость фиксированной частицы поверхности балки

$$\vec{v}_T = -\vec{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} R \cos \eta + \vec{j} \frac{\partial w}{\partial t}. \quad (10)$$

Умножая \vec{v}_T скалярно на нормаль \vec{n} , получим нормальную компоненту $\vec{v}_T \vec{n}$ данной частицы в процессе колебаний. Это значение используется при постановке условия непротекания на поверхности балки при решении гидродинамической задачи. Выражение для $\vec{v}_T \vec{n}$ можно существенно упростить: считая величины ψ , w и их производные по ξ и t малыми первого порядка и удерживая только главные слагаемые, получим

$$\vec{v}_T \vec{n} = \frac{\partial w}{\partial t} \cos \eta. \quad (11)$$

Анализ результатов вычислений по полной формуле и по формуле (11) подтверждает справедливость сделанных упрощений.

Постановка гидродинамической задачи, ее решение методом граничных элементов. Как и в работе [9], для решения гидродинамической задачи воспользуемся математической моделью потенциальных течений идеальной несжимаемой жидкости [4]. Продолжим область $x \geq 0$ зеркально симметрично относительно экрана. Тогда в области вне цилиндра длины $2L$ и радиуса R требуется решить уравнение Лапласа относительно потенциала скоростей ϕ частиц жидкости:

$$\Delta \phi = 0. \quad (12)$$

На боковой поверхности цилиндра задается неоднородное условие непротекания согласно выражению (11):

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial t}(x, t) \cos \eta \quad (13)$$

(единичный вектор \vec{n} нормали к рассматриваемой поверхности, ориентирован внутрь жидкости). На торцах цилиндра $x = \pm L$ ограничимся постановкой однородного условия непротекания

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0. \quad (14)$$

Задача (12)–(14) решается для дискретного набора моментов времени.

В качестве метода численного решения задачи (12)–(14) удобно воспользоваться МГЭ [2, 6]. Переформулируем задачу (12)–(14) в виде основной интегральной формулы Грина [14]:

$$2\pi\varphi(M) - \int_{S^{(+)} \cup S^{(-)}} \varphi(P) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{MP}} \right) dS = - \int_{S^{(+)} \cup S^{(-)} } \frac{1}{r_{MP}} \frac{\partial \varphi}{\partial n}(P) dS, \quad (15)$$

где $S^{(+)}$ и $S^{(-)}$ – части поверхности цилиндра, находящиеся в полупространствах $x > 0$ и $x < 0$ соответственно, $M \in S^{(+)} \cup S^{(-)}$. Как и в случае расчета потенциалов поступательного и вращательного поперечных движений тела вращения, искомый потенциал жидкости можно представить в виде $\varphi(x, r, \eta, t) = \Phi(x, r, t) \cos \eta$.

Вследствие симметрии задачи относительно плоскости $x = 0$ и осевой симметрии искомой функции $\Phi(x, r, t)$, для точки M достаточно положить $x = x_M \geq 0$, $r = r_M$, $\eta = \eta_M = 0$. Поверхностное интегрирование в формуле (15) представим в виде интегрирования по длине дуги s вдоль меридионального сечения поверхности $S^{(+)}$ и по окружной координате η . Интегралы по окружной координате представляются через эллиптические интегралы и могут быть эффективно вычислены с помощью аппроксимирующих зависимостей [15]. При интегрировании по дуге вся дуга разбивается на достаточное количество криволинейных граничных элементов (ГЭ). Искомые значения

$\Phi(P)$ и известные граничные значения $\frac{\partial \Phi}{\partial n}(P) = \frac{\partial w}{\partial t}(P)$ аппроксимируются их значениями в центрах ГЭ. Интегрирование оставшихся выражений можно выполнить, например, по квадратурным формулам Гаусса. Окрестности особых точек (когда точка интегрирования P может совпасть с точкой M) можно не рассматривать, если их взять достаточно малыми, поскольку, как показано в [14],

$$\int_{S^{(+)}} \frac{1}{r_{MP}} \frac{\partial \varphi}{\partial n}(P) dS$$

и $\int_{S^{(+)}} \varphi(P) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{MP}} \right) dS$ сходятся как несобственные интегралы (а не в смысле главного значения по Коши).

Расчетные формулы применялись в следующем виде (индекс j проходит все $\Gamma \Xi$):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_{S^{(+)} \cup S^{(-)}} \frac{1}{r_{MP}} \frac{\partial \varphi}{\partial n} (P, t) dS = \\ & = \sum_j \frac{\partial w}{\partial t} (\sigma_{j+1/2}, t) \int_{\sigma_j}^{\sigma_{j+1}} \Lambda_{\text{ппс}}^{(\text{сим})} (r_M, z_M, r(\sigma), z(\sigma)) d\sigma, \\ & \frac{1}{2\pi} \int_{S^{(+)} \cup S^{(-)}} \varphi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{MP}} \right) dS = \\ & = \sum_j \Phi (\sigma_{j+1/2}, t) \int_{\sigma_j}^{\sigma_{j+1}} \Lambda_{\text{пдс}}^{(\text{сим})} (r_M, z_M, r(\sigma), z(\sigma), r'(\sigma), z'(\sigma)) d\sigma, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda_{\text{ппс}}^{(\text{сим})} (r_M, z_M, r, z) &= \Lambda_{\text{ппс}} (r_M, z_M, r, z) + \Lambda_{\text{ппс}} (r_M, z_M, r, -z), \\ \Lambda_{\text{пдс}}^{(\text{сим})} (r_M, z_M, r, z, r', z') &= \Lambda_{\text{пдс}} (r_M, z_M, r, z, r', z') + \Lambda_{\text{пдс}} (r_M, z_M, r, -z, -r', z'), \\ \Lambda_{\text{ппс}} (r_M, z_M, r, z) &= 2r A (r_M, z_M, r, z) \left[2D(k^2) - K(k^2) \right], \\ \Lambda_{\text{пдс}} (r_M, z_M, r, z, r', z') &= \\ &= 2 \left[\Gamma_1 (r_M, z_M, r, z, r', z') - \Gamma_2 (r_M, z_M, r, z, r', z') \right] A (r_M, z_M, r, z), \\ \Gamma_1 (r_M, z_M, r, z, r', z') &= \frac{B (r_M, z_M, r, z, r', z') - r_M r z'}{(r_M - r)^2 + (z_M - z)^2} E(k^2), \\ \Gamma_2 (r_M, z_M, r, z, r', z') &= \frac{2B (r_M, z_M, r, z, r', z') - r_M r z'}{(r_M + r)^2 + (z_M - z)^2} D(k^2), \\ A (r_M, z_M, r, z) &= \frac{1}{\pi \sqrt{(r_M + r)^2 + (z_M - z)^2}}, \\ B (r_M, z_M, r, z, r', z') &= \left[r_M^2 + (z_M - z)^2 \right] z' - r r' (z_M - z), \end{aligned}$$

$$k^2 = \frac{4r_M r}{(r_M + r)^2 + (z_M - z)^2},$$

$$\sigma_{j+1/2} = \frac{\sigma_j + \sigma_{j+1}}{2},$$

$$K(k^2) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}},$$

$$E(k^2) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} d\phi.$$

$$D(k^2) = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \phi d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} = \frac{K(k^2) - E(k^2)}{k^2}.$$

Граничное интегральное соотношение (15) теперь легко переписать в виде системы линейных алгебраических уравнений относительно $\Phi(\sigma_{j+1/2}, t)$ и решить для ряда моментов времени стандартным прямым методом [16].

Вычисление погонной гидродинамической силы на боковую поверхность балки. Для определения силового воздействия жидкости на колеблющуюся балку воспользуемся интегралом Коши – Лагранжа [4]:

$$\delta p = -\rho_{\text{ж}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} \right). \quad (16)$$

Значения потенциала скоростей жидкости на поверхности балки

$$\varphi(s, \eta, t) = \Phi(s, t) \cos \eta \quad (17)$$

получим, решая для заданных моментов времени граничное интегральное уравнение (15) относительно функции $\Phi(s, t)$. Проведя расчеты для трех моментов времени t , $t - \tau$, $t + \tau$, можно получить численным дифференцированием производную потенциала по времени:

$$\frac{d\varphi}{dt}(s, \eta, t) = \frac{\Phi(s, t + \tau) - \Phi(s, t - \tau)}{2\tau} \cos \eta. \quad (18)$$

Строго говоря, производная по времени в соотношении (18) вычисляется для подвижной точки. Если считать, что при вычислении

производной (18) лагранжевы координаты соответствующей точки поверхности балки фиксированы, то, пользуясь выражениями (9) и (10), получим

$$\frac{d\varphi}{dt} [x(\xi, \eta, t), y(\xi, \eta, t), z(\xi, \eta, t)] = \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \vec{v}_j \vec{v}_T,$$

где $\vec{v}_j = \vec{i} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial\varphi}{\partial z}$ – скорость частиц жидкости. Компоненты

скорости жидкости на поверхности балки можно вычислить следующим образом. Дифференцируя численно (17) по s , находим составляющую скорости жидкости вдоль образующей балки $v_s = \frac{\partial\Phi}{\partial s}(s, t) \cos \eta$.

Составляющая скорости в окружном направлении получается дифференцированием (17) по η : $v_\eta = -\frac{\Phi(s, t)}{R} \sin \eta$. Нормальная скорость

жидкости к поверхности балки задается соотношением (13). В качестве примера на рис. 4 приведены значения этих величин, рассчитанные вдоль боковой поверхности балки для момента времени $t \approx 0,2$ с (см. также рис. 3).

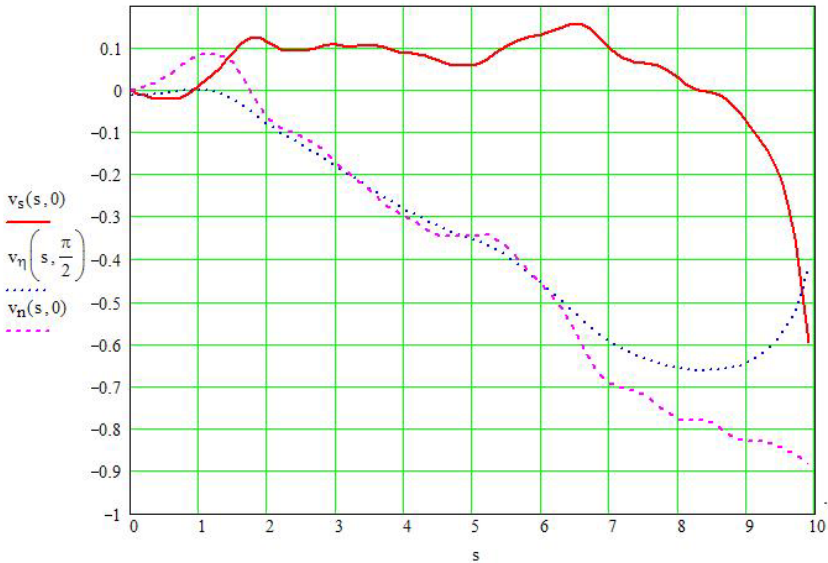


Рис. 4. Компоненты скорости жидкости вдоль поверхности балки

Значения скорости жидкости и точек тела оказываются на один-два порядка меньше, чем значения производной (18). По этой причине в формулу (16) будем подставлять в качестве частной производной потенциала по времени значение (18), а также пренебрегать квадратом

скорости жидкости. Погонная поперечная гидродинамическая сила на балку (в направлении оси y) может теперь быть вычислена интегрированием $-\delta p \vec{n} \vec{j} = -\delta p \cos \eta$ вдоль дуги окружного направления балки:

$$\delta F_{\text{пог}}^{(\text{нест})} = - \int_0^{2\pi} \delta p(s, \eta, t) \cos \eta R d\eta = \pi \rho_{\text{ж}} R \frac{d\Phi}{dt}(s, t). \quad (19)$$

С другой стороны, формулы (2) и (3) дают погонную поперечную гидродинамическую силу на балку согласно методу распределения присоединенной массы λ_{22} вдоль поверхности тела и МПС:

$$\delta F_{\text{пог}}^{(\text{нест})} = - \pi \rho_{\text{ж}} R^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(s, t). \quad (20)$$

Результаты расчетов по формулам (19) и (20) показаны на рис. 5. Анализ результатов показывает, что при наличии упругих колебаний корпуса ЛА подход, основанный на распределении присоединенной массы вдоль поверхности тела, существенно теряет в точности – локальные гидродинамические явления срезают местные пики бокового ускорения деформирующейся поверхности, сглаживая эпюру нестационарной боковой нагрузки.

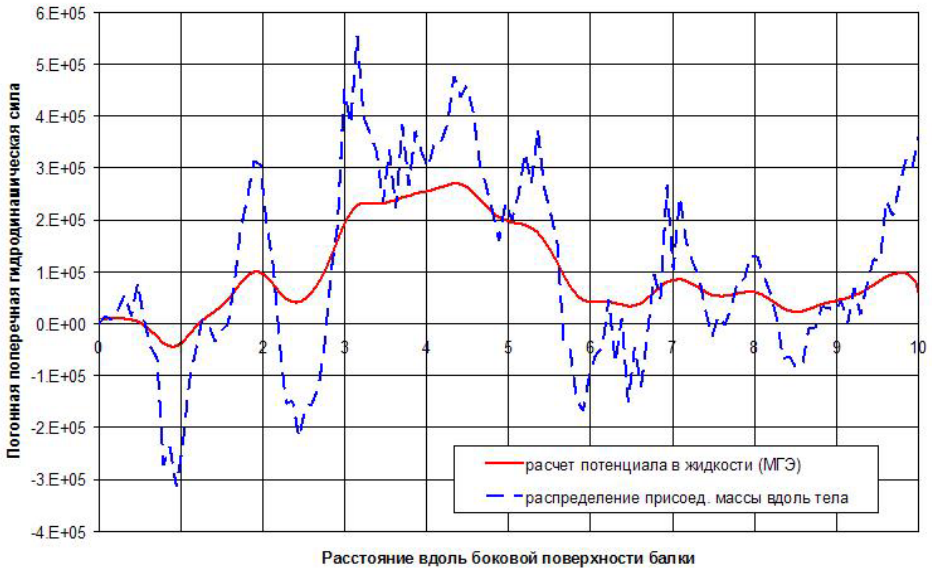


Рис. 5. Расчет погонной боковой силы

Выводы. Проведенный анализ и расчеты показали, что использование искусственного приема распределения присоединенной массы

вдоль корпуса упруго деформирующегося ЛА может приводить к существенным погрешностям в расчете нестационарной боковой нагрузки на корпус ЛА при подводном выбросе.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Апальков Ю.В., Мант Д.И., Мант С.Д. *Отечественные баллистические ракеты морского базирования и их носители*. Санкт-Петербург, Галера Принт, 2006, 216 с.
- [2] Дегтярь В.Г., Пегов В.И. *Гидродинамика подводного старта ракет*. Москва, Машиностроение, 2009, 448 с.
- [3] Щеглов Г.А. Модификация метода вихревых элементов для расчета гидродинамических характеристик гладких тел. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2009, № 2, с. 26–35.
- [4] Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. Москва, Наука, 1978, 736 с.
- [5] Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. *Приближенные методы математической физики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001, 700 с.
- [6] Banerjee P.K., Butterfield R. *Boundary Element Methods in Engineering Science*. London, McGraw-Hill Book Company (UK) Limited, 1981, 494 p.
- [7] Brebbia C.A., Telles J.C.F., Wrobel L.C. *Boundary Element Techniques*. Berlin, Springer-Verlag, 1984, 523 p.
- [8] *Boundary integral equation method: computational applications in applied mechanics*. Ed. By T.A. Cruse, F.J. Rizzo. New York, ASME, 1975, 390 p.
- [9] Плюснин А.В. Приближенный метод расчета нестационарной гидродинамической нагрузки на деформируемую панель оперения ЛА в момент фиксации. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*. 2011, Спец. вып. *Математическое моделирование*, с. 154–163.
- [10] Тимошенко С.П. *Статические и динамические проблемы теории упругости*. Киев, Наукова думка, 1975, 563 с.
- [11] Cowper G.R. The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory. *J. Appl. Mechanics*, 1966, vol. 33 (2), p. 335–340.
- [12] Ерошин В.А., Плюснин А.В., Созоненко Ю.А., Якимов Ю.Л. О методике исследования изгибных колебаний упругого цилиндра при входе в воду под углом к свободной поверхности. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*, 1989, № 6, с. 164–167.
- [13] Плюснин А.В. *Динамические процессы в упругом цилиндре при его ударе о поверхность воды*. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, 1991, 167 с.
- [14] Соболев С.Л. *Уравнения математической физики*. Москва, Наука, 1966, 444 с.
- [15] Abramowicz M., Stegun I.A. (eds.). *Handbook of Mathematical Function*. New York, Dover, 1965, 832 p.
- [16] Demmel J.W. *Applied Numerical Linear Algebra*. Philadelphia, SIAM, 1997, 430 p.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Плюснин А.В., Доденко И.А. Исследование точности метода распределенной присоединенной массы при расчете нестационарной поперечной нагрузки на деформируемый корпус ЛА при подводном выбросе. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/841.html>

Плюснин Андрей Владимирович окончил Днепропетровский государственный университет по специальности «Гидроаэродинамика» и аспирантуру кафедры «Волновая и газовая динамика» МГУ им. М.В.Ломоносова. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, заместитель начальника отдела ОАО «ВПК «НПО машиностроения». Автор ряда работ по нестационарным задачам гидрогазодинамики и теории упругости. e-mail: andrey.plusnin@gmail.com.

Доденко Илья Александрович родился в 1989 г. Выпускник кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: bismahrk1939@mail.ru.