УДК 004.627

Особенности обработки растровых изображений на основе дискретного вейвлет-преобразования

© О.В. Рогозин, К.А. Стройкова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В настоящей статье проведен детальный анализ применения дискретного вейвлетного преобразования к растровым изображениям. Разработан алгоритм сжатия изображений с использованием вейвлетного преобразования. Рассмотрены особенности применения вейвлетного преобразования к изображениям. Представлены результаты работы алгоритма. Исследованы временные характеристики работы алгоритма.

Ключевые слова: *вейвлет-преобразование, алгоритмы сжатия изображений.*

В связи с ростом качества изображений и их размера происходит увеличение объема хранимых графических данных. В последнее время появляется все больше областей, где используются не только плоские изображения, но и объемные. Также могут применяться изображения, к которым добавляется временная координата, образуя объемное видео. Примером многомерных изображений, требующих эффективного хранения, является поток объемного рендеринга, например магнитно-резонансная томография в реальном времени.

Размер графических данных файла пропорционален размерности изображения, количеству пикселов в изображении и количеству битов, требуемых для представления каждого пиксела. Необходимо улучшать алгоритмы сжатия данных, представляющих изображения, поскольку оно важно как для скорости передачи, так и для эффективности хранения.

В настоящее время разработано большое количество алгоритмов сжатия изображений без потерь (на основе универсальных методов сжатия) и с потерями, использующих особенности графических данных. Продолжаются работы над алгоритмами сжатия с потерями, сохраняющими качество изображения на высоком уровне.

Представление графических данных. Плоское изображение — это набор дискретных данных $I = P(x, y)$, где I — информация о пикселе, $P(x, y)$ — ячейка в матрице изображения с координатами (x, y). Оно характеризуется шириной, высотой и объемом информации, требуемой для представления одной ячейки матрицы изображения (пиксела).

Трехмерное изображение представляет собой набор дискретных данных $I = P(x, y, z)$. К его характеристикам добавляется глубина (координата *z*). Для отображения такого изображения на плоскости используются специальные алгоритмы объемного рендеринга.

К трехмерному изображению может быть добавлена координата времени *t*, тогда оно будет представлять собой набор дискретных данных $I = P(x, y, z, t)$. Объем хранимых данных зависит не только от размеров каждого кадра, но и от частоты кадров.

Графические данные характеризуются следующими особенностями:

• для хранения требуется гораздо больший объем памяти по сравнению с другими видами данных, что определяет актуальность алгоритмов сжатия графической информации;

• человеческое зрение при анализе графических данных оперирует контурами, общим переходом цветов и сравнительно нечувствительно к малым изменениям;

• изображение обладает избыточностью во всех измерениях, т. е. соседние точки по направляющим осям могут быть близки по цвету [1].

Существующие алгоритмы сжатия изображений могут быть классифицированы следующим образом:

• алгоритм JPEG (Joint Photographic Expert Group) — для сжатия 24-битовых плоских изображений;

• фрактальный алгоритм — сжатие плоских изображений с помощью коэффициентов системы итерируемых функций;

• алгоритм с использованием вейвлетных преобразований (или рекурсивный, или волновой алгоритм) — сжатие на основе когерентности областей изображения [1].

Наиболее распространенной технологией сжатия видео является компенсация движения. Последующие кадры в видеопотоке используют похожесть областей в предыдущих кадрах для увеличения степени сжатия. Основная трудность при использовании такого подхода для объемных видео — поиск траектории движения каждой точки в пространстве и времени. Вейвлетное преобразование позволяет не проводить такой поиск, а использует избыточность данных во всех измерениях.

Алгоритм сжатия изображений с использованием вейвлетных преобразований. Алгоритм с использованием вейвлетных преобразований состоит из двух основных этапов — прямого и обратного вейвлетного преобразования. При использовании такой последовательности действий происходит кодирование и декодирование графических данных изображения без потерь. При квантовании коэффициентов после прямого вейвлетного преобразования происходит увеличение избыточности данных об изображении. Полученные коэффициенты затем могут быть закодированы простыми алгоритмами сжатия без потерь.

Дискретное вейвлетное преобразование (DWT). При вейвлетном преобразовании поочередно преобразуются векторы матрицы изображения по всем координатам. Затем рассматриваемая область уменьшается в два раза. При обратном вейвлет-преобразовании к данным применяется та же последовательность действий, но в обратном порядке.

Под кратномасштабным анализом понимается описание пространства $L^2(R)$ через иерархически вложенные подпространства V_m, которые не пересекаются и дают в пределе $L^2(R)$, т. е.

$$\bigcap_{m\in Z} V_m = \{0\}, \overline{\bigcup_{m\in Z} V_m} = L^2(R). \qquad (1)$$

Эти пространства имеют следующие свойства. Для любой функции $f(x)\in V_m$ ее сжатая версия будет принадлежать пространству V_{m-1},

$$f(x) \in V_m \Leftrightarrow f(2x) \in V_{m-1}. \qquad (2)$$

Существует такая функция $\phi(x)\in V_0$, что ее сдвиги $\phi_{0,n}(x) = \phi(x - n)$, $n\in Z$ образуют ортонормированный базис пространства V_0. Следовательно, функции

$$\phi_{m,n}(x) = 2^{-m/2}\phi(2^{-m}x - n) \qquad (3)$$

образуют ортонормированный базис пространства V_m. Эти базисные функции называются масштабирующими, так как они создают масштабированные версии функций в $L^2(R)$.

Пусть имеется некоторая непрерывная функция $f_0(x)\in V_0$. Дискретный сигнал c_n может быть представлен как последовательность коэффициентов при масштабирующих функциях, по которым раскладывается $f_0(x)$:

$$f_0(x) = \sum_n c_{0,n}\varphi_{0,n}(x), \qquad (4)$$

где $c_{0,n} = c_n$. Сигнал интерпретируется как последовательность коэффициентов разложения, полученная в ходе кратномасштабного анализа функции $f_0(x)$. Данная функция декомпозируется:

$$f_0(x) = f_1(x) + e_1(x) = \sum_k c_{1,k}\phi_{1,k}(x) + \sum_k d_{1,k}\psi_{1,k}(x). \qquad (5)$$

Таким образом, получили две новые последовательности $c_{1,n}$ и $d_{1,n}$. Этот процесс может быть продолжен по $f_1(x)$. Функция $f_0(x)$ будет представлена совокупностью коэффициентов $d_{m,n}$, $m\in Z^+$, $n\in Z$.

Вычисление коэффициентов $c_{j,k}$ и $d_{j,k}$ возможно итеративно без использования функций $\phi(x)$ и $\psi(x)$. Для произвольного j

$$c_{j,k} = 2^{1/2} \sum_n c_{j-1,n} h_{n+2k} , \qquad (6)$$

$$d_{j,k} = 2^{1/2} \sum_n c_{j-1,n} g_{n+2k} . \qquad (7)$$

Таким образом, процесс декомпозиции полностью дискретный.

Последовательности h_n и g_n называются фильтрами, на них налагают ограничения [2]:

$$2\sum_n (h_{n+2k} h_{p+2k} + g_{n+2k} g_{p+2k}) = \delta_{n,p} , \qquad (8)$$

$$2\sum_n h_{n+2k} h_{n+2p} = 2\sum_n g_{n+2k} g_{n+2p} = \delta_{k,p} , \qquad (9)$$

$$2\sum_n h_{n+2k} h_{n+2p} = 0 . \qquad (10)$$

Матричное представление DWT. Пусть v^j — последовательность конечной длины $c_{j,n}$ для некоторого j. Этот вектор преобразуется в вектор v^{j+1}, содержащий последовательности $c_{j+1,n}$ и $d_{j+1,n}$, каждая из которой половинной длины. Преобразование может быть записано в виде матричного умножения $v^{j+1} = M_j v^j$, где матрица M_j — квадратная, состоит из нулей и элементов h_n и является ортонормированной, а обратная ей матрица — транспонированной. В формулах (11) и (12) представлен пример прямого и обратного преобразования для фильтра длиной $L = 4$, последовательности длиной $N = 8$, начального значения $j = 0$:

$$\begin{bmatrix} c_{10} \\ c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \\ d_{10} \\ d_{11} \\ d_{12} \\ d_{13} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & & & & \\ & & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & & \\ & & & & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 \\ h_2 & h_3 & & & & & h_0 & h_1 \\ h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & & & & \\ & & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & & \\ & & & & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 \\ h_1 & -h_0 & & & & & h_3 & -h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{00} \\ c_{01} \\ c_{02} \\ c_{03} \\ c_{04} \\ c_{05} \\ c_{06} \\ c_{07} \end{bmatrix} . \qquad (11)$$

Выражения (6) и (7) — это один шаг DWT. Полное DWT заключается в итеративном умножении верхней половины вектора v^{j+1} на квадратную матрицу M_{j+1}, размер которой 2^{d-j}. Эта процедура может повторяться d раз, пока длина вектора не станет равна единице [2]:

$$\begin{bmatrix} c_{00} \\ c_{01} \\ c_{02} \\ c_{03} \\ c_{04} \\ c_{05} \\ c_{06} \\ c_{07} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} h_0 & & & h_2 & h_3 & & & h_1 \\ h_1 & & & h_3 & -h_2 & & & -h_0 \\ h_2 & h_0 & & & h_1 & h_3 & & \\ h_3 & h_1 & & & -h_0 & -h_2 & & \\ & h_2 & h_0 & & & h_1 & h_3 & \\ & h_3 & h_1 & & & -h_0 & -h_2 & \\ & & h_2 & h_0 & & & h_1 & h_3 \\ & & h_3 & h_1 & & & -h_0 & -h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{10} \\ c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \\ d_{10} \\ d_{11} \\ d_{12} \\ d_{13} \end{bmatrix}. \qquad (12)$$

Достоинства и недостатки вейвлет-преобразований:

• обладают всеми достоинствами преобразования Фурье;

• вейвлетные базисы могут быть хорошо локализованными как по частоте, так и по времени. При выделении в сигналах разномасштабных процессов можно рассматривать выбранные масштабные уровни разложения;

• вейвлетные базисы имеют разнообразные базовые функции, свойства которых ориентированы на решение различных задач;

• недостатком вейвлет-преобразований является их относительная сложность.

Применение DWT к многомерным изображениям. Обозначим высокочастотный фильтр H, а низкочастотный — L. Тогда LH_x — вертикальное высокочастотное фильтрование, к которому применяется горизонтальное низкочастотное, HL_x — вертикальное низкочастотное фильтрование, к которому применяется горизонтальное высокочастотное (рис. 1).

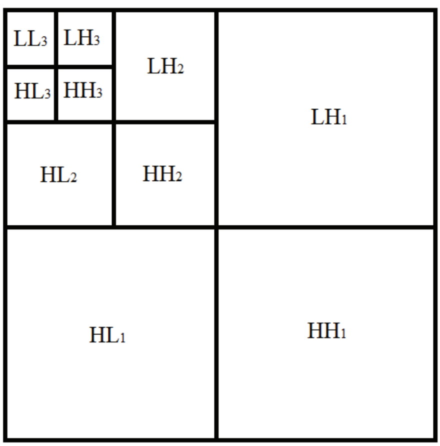

Рис. 1. Схема применения к двумерному изображению последовательности низкочастотных (L) и высокочастотных (H) фильтров

При работе с трехмерным изображением на каждом шаге дополнительно применяется преобразование ко всем срезам изображения (рис. 2).

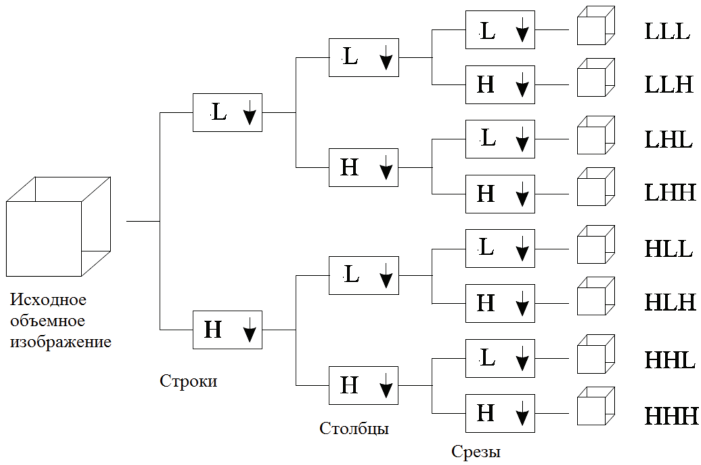

Рис. 2. Схема применения к трехмерному изображению последовательности низкочастотных (*L*) и высокочастотных (*H*) фильтров

Вейвлетное преобразование может быть использовано при обработке изображений любой размерности. Для этого на каждом шаге применяется преобразование ко всем векторам изображения в каждом измерении.

Алгоритм вейвлетного преобразования. Для алгоритма прямого преобразования необходимо инициализировать размер рассматриваемой области. Вначале размер рассматриваемой области равен размеру изображения, а в процессе работы алгоритма эта величина уменьшается. Если по каждой координате размер рассматриваемой области равен единице, то необходимо закончить вейвлет-преобразование.

На каждой итерации вейвлет-преобразование применяется по всем координатам рассматриваемой области изображения, размер которой затем уменьшается в два раза. Для выполнения вейвлет-преобразования необходимо построить его матрицу в соответствии с размером рассматриваемой области. Так как входное изображение может иметь различные размеры по всем координатам, то матрицу необходимо составлять отдельно для преобразования по каждой координате.

Прямое вейвлет-преобразование может быть реализовано как рекурсивно, так и итеративно. Подробная схема его алгоритма представлена на рис. 3.

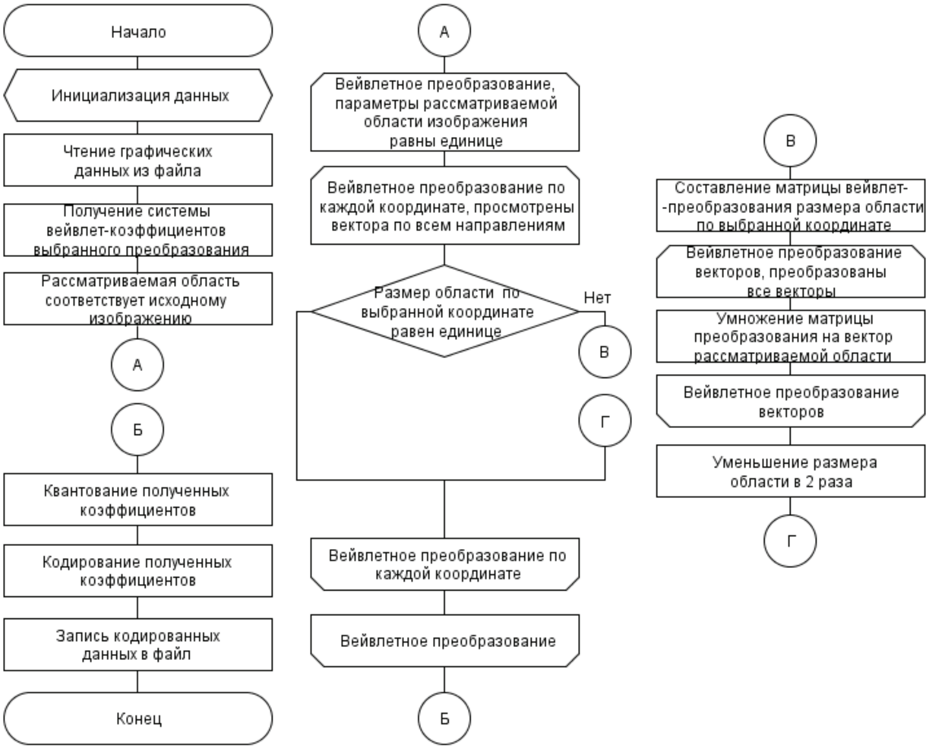

Рис. 3. Схема разработанного алгоритма прямого вейвлет-преобразования

Для применения обратного вейвлетного преобразования необходимо выполнить ту же последовательность действий в обратном порядке.

Результат работы алгоритма для двумерного вейвлетного преобразования представлен на рис. 4.

Эксперименты по определению времени, требуемого для применения дискретного вейвлетного преобразования, проводились для двумерных изображений размерами 64×64, 128×128, 256×256, 512×512, 1024×1204 пикселов. График зависимости времени работы от размера изображения вейвлет-преобразования представлен на рис. 5. На горизонтальной оси pixels — размер изображения в тысячах пикселов, на вертикальной оси seconds — время работы вейвлет-преобразования в секундах. При увеличении размерности изображения время растет как степенная функция от количества пикселов в изображении.

Применение вейвлетного преобразования к многомерным изображениям без дополнительных методов оптимизации практически невозможно при работе с современными вычислительными средствами. Для ускорения работы вейвлетного преобразования может быть использовано распараллеливание, так как вейвлетное преобразование состоит в умножении вектора графических данных на матрицу преобразования. Также могут быть применены алгоритмы для быстрого умножения матрицы на вектор.

Рис. 4. Вейвлет-преобразование изображения «Lenna» с сохранением 10 % (*вверху справа*), 5 % (*внизу слева*), 2 % (*внизу справа*) коэффициентов. Вверху слева представлено исходное изображение

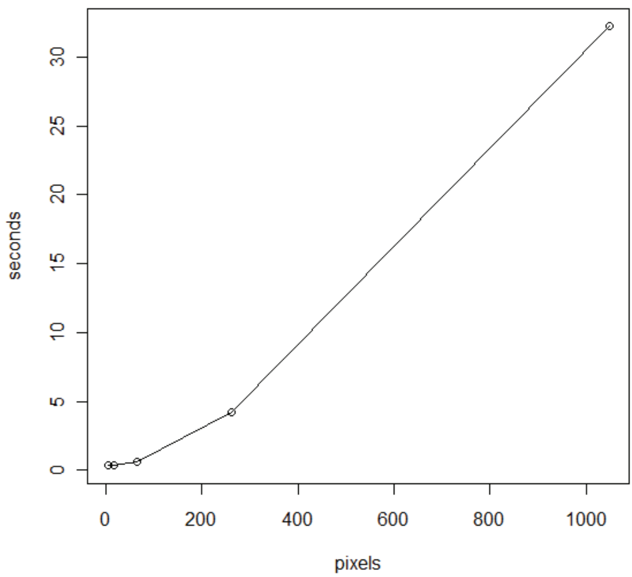

Рис. 5. График зависимости времени работы вейвлет-преобразования от размера изображения. На рисунке горизонтальная ось pixels — размер изображения в тысячах пикселов, вертикальная ось seconds — время работы в секундах

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео*. Москва, ДИАЛОГ-МИФИ, 2003, 384 с.

[2] *Теория и практика вейвлет-преобразования*. Санкт-Петербург, Типография ВУС, 1999, 204 с.

Статья поступила в редакцию 10.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Рогозин О.В., Стройкова К.А. Особенности обработки растровых изображений на основе дискретного вейвлет-преобразования. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 6. URL: http://engjournal.ru/catalog/it/hidden/815.html

Рогозин Олег Викторович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: logic00@mail.ru

Стройкова Ксения Александровна — студентка кафедры «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: k.a.stroykova@gmail.com