

В. Ф. Жирков, А. Ю. Маянц

## АЛГОРИТМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДВОИЧНОГО КОДА ПРАВИЛЬНЫХ ДРОБЕЙ В ДВОИЧНО-ДЕСЯТИЧНЫЙ КОД И ЕГО РЕАЛИЗАЦИЯ АППАРАТНЫМИ СРЕДСТВАМИ КОМБИНАЦИОННОГО ТИПА

*Рассмотрен алгоритм преобразования двоичного кода правильных дробей в двоично-десятичный код на основе универсального правила перевода чисел из одной позиционной системы счисления в другую и его реализация аппаратными средствами комбинационного типа, допускающими наращивание разрядности. Показано, что преобразование двоичного кода правильных дробей в двоично-десятичный код и двоично-десятичного кода целых чисел в двоичный код можно выполнить с помощью одних и тех же элементарных преобразователей и применять для преобразования интегральные схемы SN54184, SN74184 фирмы Texas Instruments и K155ПП6 отечественной серии K155.*

**E-mail:** jirkovvf@bmstu.ru; alex.mayants@gmail.com

**Ключевые слова:** преобразователь, алгоритм, код двоичный, код двоично-десятичный, дробь правильная, сдвиг, коррекция тетрады, схема каскадная комбинационная.

Взаимные преобразования двоично-десятичных кодов (ДДК) чисел в двоичный код (ДК) в цифровых устройствах выполняются как программными, так и аппаратными средствами по различным алгоритмам.

Преобразование двоичных целых чисел в ДДК прямого замещения, или в ДДК 8421, в котором десятичные цифры изображаются соответственно тетрадами двоичных чисел, рассмотрены в литературе [1 – 6, 8]. Меньшее внимание уделено преобразованию правильных дробей [5].

Рассмотрим преобразование ДК правильных дробей в ДДК 8421 аппаратными средствами комбинационного типа, допускающими наращивание разрядности чисел.

Алгоритм преобразования двоичного кода правильной дроби

$$A_2 = 0, b_{-1}b_{-2} \dots b_{-l} = b_{-1} \cdot 2^{-1} + b_{-2} \cdot 2^{-2} + \dots + b_{-(l-1)} \cdot 2^{-(l-1)} + b_{-l} \cdot 2^{-l}$$

в двоично-десятичный код следует из ее представления по схеме Горнера [9, 10]:

$$A_2 = \left( \left( \dots \left( (0 + b_{-l}) \cdot 2^{-1} + b_{-(l-1)} \right) \cdot 2^{-1} + \dots + b_{-2} \right) \cdot 2^{-1} + b_{-1} \right) \cdot 2^{-1}, \quad (1)$$

где  $b_i$  – цифры правильной дроби  $A$  в двоичной системе счисления, равные 0 или 1 ( $i = -1, -2, \dots, -l$ ),  $l$  – количество разрядов правильной дроби.

Согласно (1), преобразование сводится к  $l$ -кратному выполнению операций умножения на  $2^{-1}$ , т. е. деления на 2, и сложения. На первом шаге определяется произведение  $0 \cdot 2^{-1} = 0$  и сумма  $0 + b_{-l}$ , на втором шаге – произведение  $(0 + b_{-l}) \cdot 2^{-1}$  и сумма  $(0 + b_{-l}) \cdot 2^{-1} + b_{-(l-1)}$  и т. д.

Повторяя процесс умножения на  $2^{-1}$  и сложения  $l$  раз определяем ДДК правильной дроби. При этом все действия должны выполняться по правилам десятичной арифметики.

Операция умножения на  $2^{-1}$  (т. е. деления на 2) реализуется путем сдвига числа вправо (в сторону младших разрядов) на один двоичный разряд (позицию).

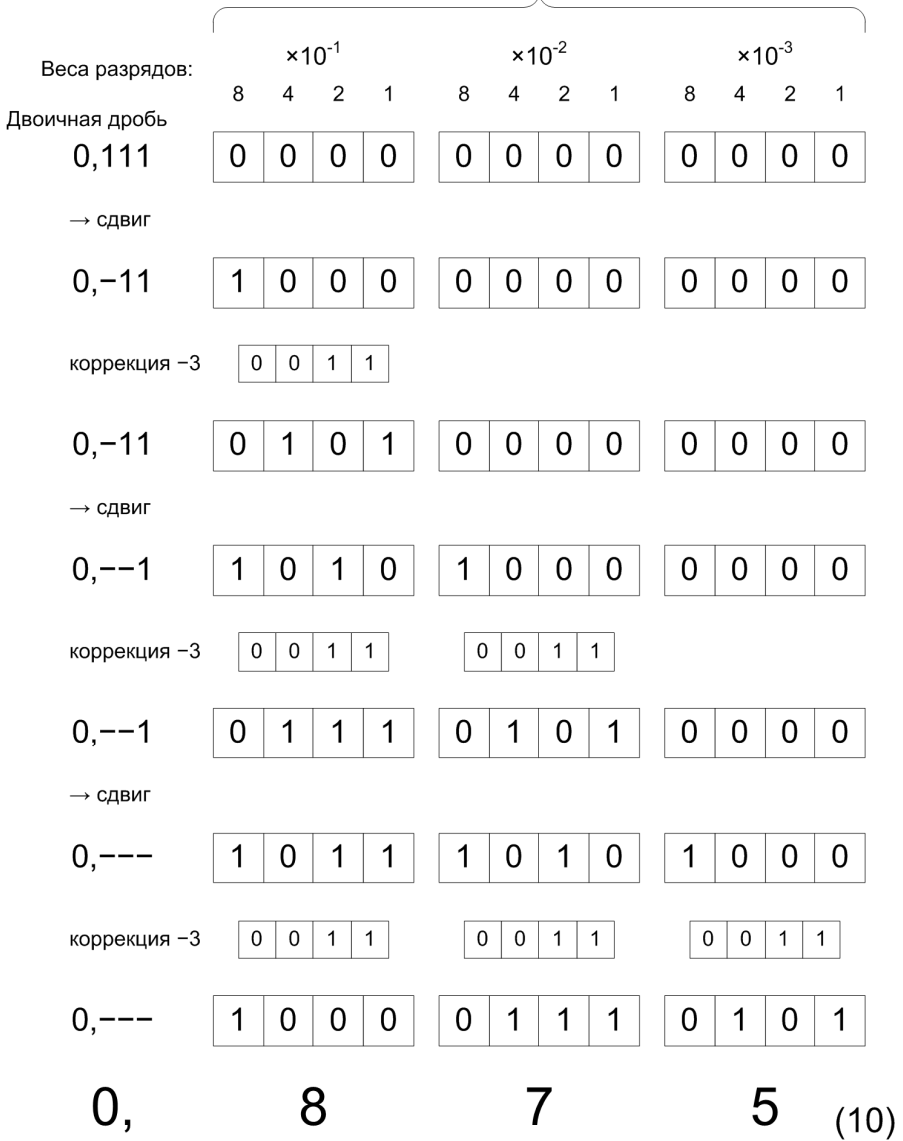
Для выполнения преобразования двоичная дробь начиная с младшего разряда вводится («вдвигается») в двоично-десятичную разрядную сетку со стороны старших разрядов (слева направо), как показано на рис. 1.

При сдвиге вправо в разрядах двоично-десятичной разрядной сетки цифра с весом 8 приобретает вес 4, цифра с весом 4 – вес 2, цифра с весом 2 – вес 1, т. е. происходит деление числа в тетраде на 2.

Когда какая-либо единица при сдвиге переходит из одной тетрады в другую, возникает ошибка. Действительно, в случае двоичной дроби эта единица имеет разрядное значение, равное десяти единицам того разряда, в который она вдвигается. При делении на 2 она должна приобрести вес 5, а приобретает в данном двоичном разряде вес 8. Следовательно, для коррекции с целью получения правильного результата необходимо вычитать  $3_{10} = 0011_2$  из тех тетрад, в которые при сдвиге поступили единицы. Введение в старший двоичный разряд старшей тетрады очередной двоичной цифры двоичной дроби эквивалентно сложению этого очередного разряда двоичной дроби с дробью в двоично-десятичной разрядной сетке, умноженной на  $2^{-1}$ . Полученная таким образом двоично-десятичная дробь будет эквивалентна исходной двоичной дроби. На рис. 1 приведен пример преобразования двоичной дроби  $0,111_2$  в двоично-десятичную:

$$0,111_2 = 0,875_{2-10}$$

## Двоично-десятичная разрядная сетка



**Рис. 1.** Пример преобразования двоичной дроби в двоично-десятичную

Элементарный преобразователь одной двоично-десятичной тетрады должен выполнять функцию

$$Y = \begin{cases} X, & \text{если } 0 \leq X \leq 4; \\ X - 3, & \text{если } 8 \leq X \leq 12, \end{cases} \quad (2)$$

где  $X = (x_4x_3x_2x_1)$ ,  $Y = (y_4y_3y_2y_1)$  – числа на входах и выходах элементарного преобразователя;  $x_4$ ,  $y_4$  – старшие разряды.

Элементарный преобразователь (рис. 2) имеет четыре входа с весами 5, 4, 2, 1 и четыре выхода с весами 8, 4, 2, 1. Числа 5, 6, 7, 13, 14, 15 не могут появиться на входах преобразователя.

Многоразрядный двоичный код дроби можно преобразовать в каскадной комбинационной схеме. Каждый каскад выполняет операции умножения на  $2^{-1}$ , сложения и коррекции. Умножение на  $2^{-1}$  выполняется не сдвигом дроби вправо на один двоичный разряд, а смещением влево на один двоичный разряд двоично-десятичной разрядной сетки данного каскада относительно разрядной сетки предыдущего каскада. Число каскадов преобразователя равно разрядности двоичной дроби. Количество элементарных преобразователей в каскаде равно его номеру. Нумерация каскадов начинается с 1. На рис. 3 показана схема преобразователя 5-разрядной двоичной дроби в двоично-десятичную на элементарных преобразователях. В качестве примера рассмотрено преобразование двоичной дроби  $0,11111_2$ .

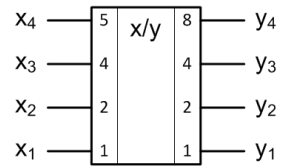


Рис. 2. Элементарный преобразователь одного двоично-десятичного разряда

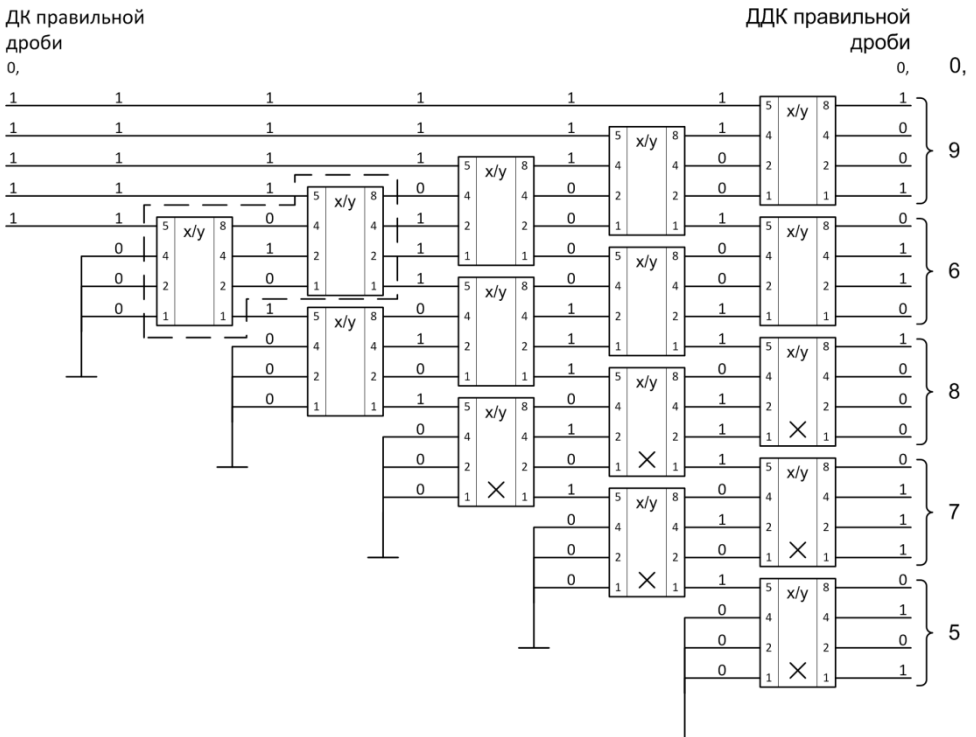
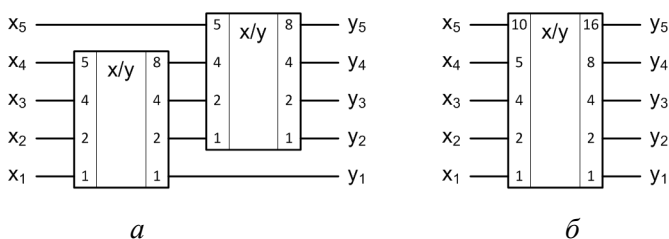


Рис. 3. Преобразователь ДК правильных дробей в ДДК на основе 4-входовых элементов

Преобразование ДК правильной дроби в ДДК выполняется точно, однако количество десятичных разрядов оказывается избыточным для изображения дроби с заданной точностью, определяемой разрядностью входной дроби. На рис. 3 знаком «×» отмечены элементы, которые можно исключить. При этом погрешность преобразования не превысит половины единицы младшего разряда двоичной дроби.

Для уменьшения числа каскадов преобразователя можно объединить попарно (или в более крупные группы) элементарные преобразователи, расположенные в соседних каскадах. На рис. 3 штриховым контуром выделен пример такого объединения пары элементарных преобразователей. Условное графическое обозначение (УГО) преобразователя с пятью входами и пятью выходами, заменяющего два элементарных преобразователя с четырьмя входами и четырьмя выходами (рис. 4, а), показано на рис. 4, б.



**Рис. 4. Преобразователь с пятью входами и пятью выходами:**

а – объединение двух элементарных преобразователей; б – УГО преобразователя с пятью входами и пятью выходами

Преобразователь с пятью входами и пятью выходами выполняет преобразование в соответствии со следующим соотношением:

$$Y = \begin{cases} X, & \text{если } 0 \leq X \leq 4; \\ X - 3, & \text{если } 8 \leq X \leq 12; \\ X - 6, & \text{если } 16 \leq X \leq 20; \\ X - 9, & \text{если } 24 \leq X \leq 28. \end{cases} \quad (3)$$

В сериях интегральных схем (ИС) транзисторно-транзисторной логики (ТТЛ) имеются ИС SN54184, SN74184 [3] фирмы Texas Instruments и К155ПР6 [1, 2, 5] (отечественной серии К155), которые в справочных данных представлены как преобразователи ДДК целых чисел в ДК.

Целое число  $A$  в ДДК 8421 записывается в виде

$$A_{2-10} = a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0, \quad (4)$$

где  $a_i$  – цифры разрядов десятичного числа, изображаемые соответствующими двоичным тетрадами ( $i = 0, 1, \dots, n-2, n-1$ );  $n$  – число разрядов целого числа  $A$ .

В двоичной системе счисления это число (4) имеет изображение

$$A_2 = b_{k-1} \cdot 2^{k-1} + b_{k-2} \cdot 2^{k-2} + \dots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot k^0, \quad (5)$$

где  $b_i$  – цифры разрядов двоичного числа, равные 0 или 1, ( $i = 0, 1, \dots, k-2, k-1$ );  $k$  – количество разрядов числа  $A$  в двоичной системе счисления.

Алгоритм преобразования ДДК целого числа в двоичную систему счисления следует из записи выражения (5) по схеме Горнера:

$$A_2 = \left( \dots \left( b_{k-1} \cdot 2^1 + b_{k-2} \right) \cdot 2^1 + \dots + b_1 \right) \cdot 2^1 + b_0. \quad (6)$$

Согласно (6) преобразование целого числа из ДДК в ДК можно выполнить путем последовательного деления на 2. При этом на каждом шаге остаток от деления будет давать очередную цифру двоичного числа. Деление на 2 эквивалентно сдвигу двоичного числа на один разряд вправо. Однако при сдвиге двоично-десятичного числа младший бит каждой тетрады вводится в старший разряд соседней младшей тетрады. Поскольку вес старшего бита тетрады равен 8, а младшего бита старшей тетрады – 10, то при сдвиге требуется коррекция на число  $8 - \frac{10}{2} = 3$ . Коррекция необходима только в том случае, если при сдвиге единица переходит из одной тетрады в другую. Преобразование одной тетрады двоично-десятичного числа выполняется по следующему соотношению:

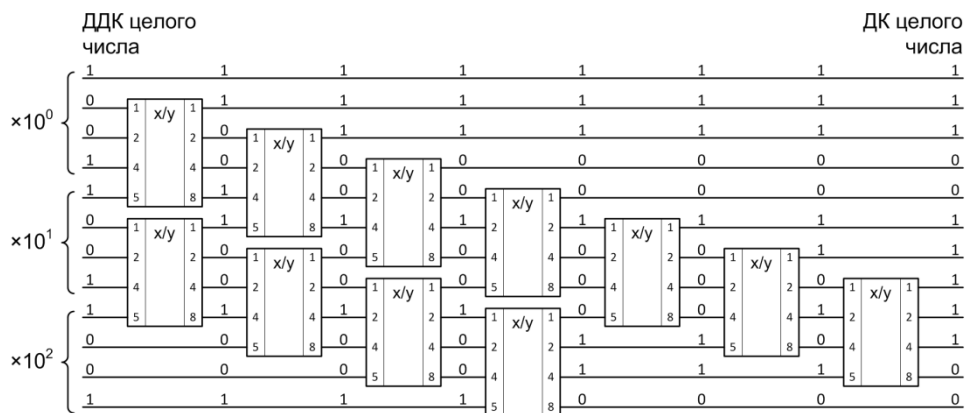
$$Y = \begin{cases} X, & \text{если } 0 \leq X \leq 4; \\ X - 3, & \text{если } 8 \leq X \leq 12. \end{cases} \quad (7)$$

Элементарный преобразователь, осуществляющий преобразование (7), представляет собой схему с четырьмя входами с весами 5, 4, 2, 1 и четырьмя выходами с весами 8, 4, 2, 1. Из формул (2) и (7) следует, что преобразование правильных дробей из ДК в ДДК и целых чисел из ДДК в ДК можно выполнять с помощью одного типа элементарных преобразователей.

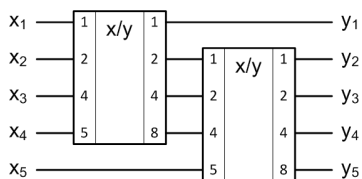
Преобразование многоразрядного двоично-десятичного числа осуществляется в каскадной схеме. В каждом каскаде выполняется операция деления на 2 и коррекция. Вместо сдвига числа вправо сдвигается влево на один двоичный разряд двоично-десятичная раз-

рядная сетка данного каскада относительно разрядной сетки предыдущего каскада. Если в каком-либо каскаде на элементарный преобразователь старшей тетрады поступают числа в пределах  $0 \leq X \leq 4$ , то такие преобразователи исключаются из схемы преобразователя, поскольку они не изменяют выходного числа.

На рис. 5 приведена схема преобразования ДДК целых чисел в ДК на элементарных 4-входных преобразователях (см. рис. 2). В качестве примера показано преобразование двоично-десятичного числа  $1001\ 1001\ 1001_{2-10}$  в двоичное.



**Рис. 5. Схема преобразователя ДДК целого числа в ДК с использованием элементарных преобразователей**



**Рис. 6. Два объединенных элементарных преобразователя**

Интегральные схемы SN54184, SN74184, K155ПР6 выполняют преобразование в соответствии с функцией (3). Каждая ИС содержит два элементарных преобразователя (рис. 6), имеет пять входов и пять выходов и вход разрешения, (на рис. 6 не показан).

УГО двух объединенных элементарных преобразователей соответствует рис. 4, б. На рис. 7 представлена схема преобразователя целых чисел на 5-ходовых преобразователях типа K155ПР6.

На рис. 8 показана схема преобразователя правильной пятиразрядной двоичной дроби в ДДК с использованием 5-входных преобразователей типа K155ПР6. Схема, изображенная на рис. 8, построена на основе схемы, показанной на рис. 3, путем замены каждой пары элементарных преобразователей, расположенных в соседних каскадах.

Для преобразования ДК правильной дроби с заданной точностью некоторые преобразователи могут быть исключены из схемы. Исключаемые преобразователи можно определить эмпирическим путем.

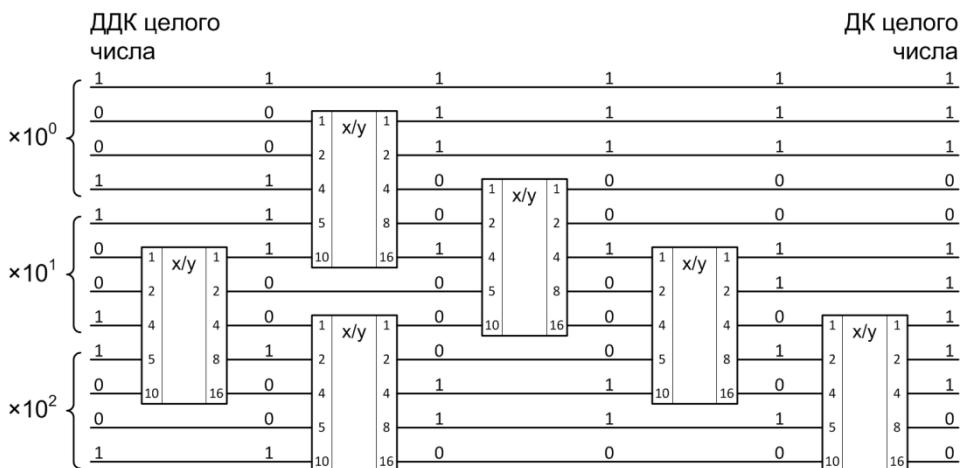


Рис. 7. Схема преобразователя ДДК целого числа в ДК на 5-входовых преобразователях

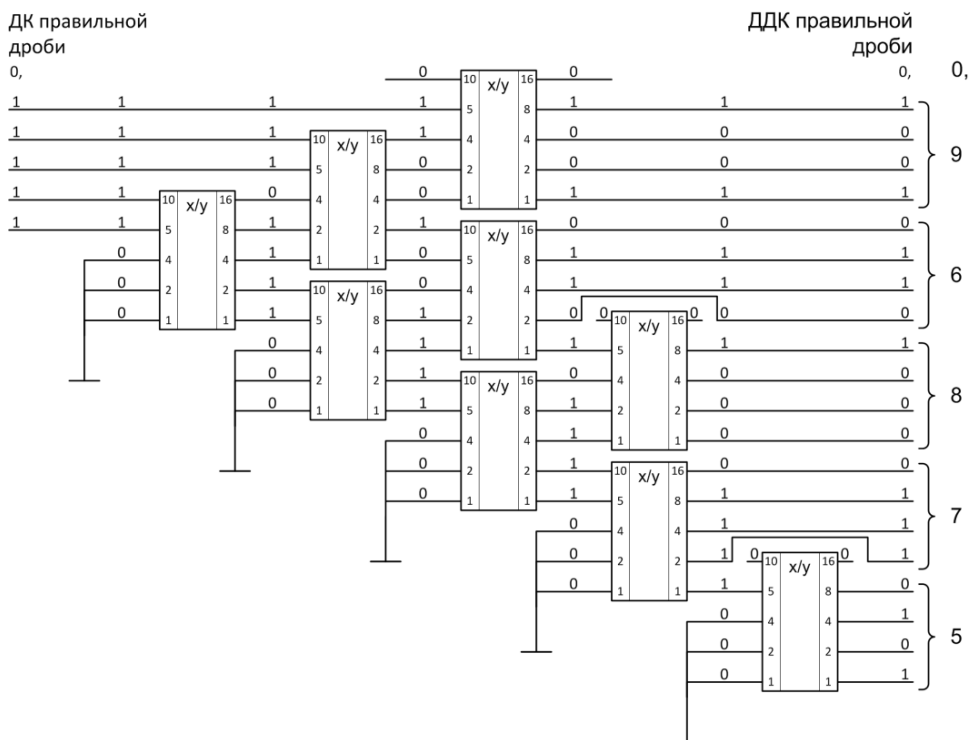


Рис. 8. Схема преобразователя ДК правильных дробей в ДДК на основе 5-входовых преобразователей К155ПР6

Таким образом, предложены алгоритм построения схемы преобразования ДК правильных дробей в ДДК и применение для данного преобразования ИС SN54184, SN74184, К155ПР6. Поэтому следует дополнить область применения этих ИС и называть их преобразователями ДДК целых чисел в ДК и ДК правильных дробей в ДДК.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проектирование импульсных и цифровых устройств радиотехнических систем / Под. ред. Ю. М. Казаринова. – М.: Высшая школа, 1985. – 319 с.
2. Применение интегральных микросхем в электронной вычислительной технике: Справочник / Под. ред. Б.Н. Файзулаева, Б.В. Тарабрина. – М.: Радио и связь, 1987. – 384 с.
3. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника: Справочное руководство; Пер. с нем. – М.: Мир, 1983. – 512 с.
4. Вычислительные устройства на микросхемах: Справочник / В.И. Корнейчук, В.П. Тарасенко, Ю.Н. Мишинский. – Киев: Техника, 1986. – 264 с.
5. Пухальский Г. И., Новосельцева Т. Я. Проектирование дискретных устройств на интегральных микросхемах: Справочник. – М.: Радио и связь, 1990. – 304 с.
6. Алексенко А. Г. Основы микросхемотехники. Элементы морфологии микроэлектронной аппаратуры. – М.: Сов. радио, 1977. – 408 с.
7. Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. – 576 с.
8. Designing with TTL integrated circuits. Ed. by R. L. Morris, J. R. Miller, New York, McGraw-Hill, Books Co, 1971.
9. Савельев А. Я. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. – М.: Высшая школа, 1980. – 255 с.
10. Дроздов Е. А., Комарницкий В. А., Пятибратов А. П. Электронные вычислительные машины единой системы. – М.: Машиностроение, 1981. – 648 с.

Статья поступила в редакцию 14.05.2012