

## Неизменность основного допущения моделей переноса теплоты в контактах

© М.В. Мурашов, С.Д. Панин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

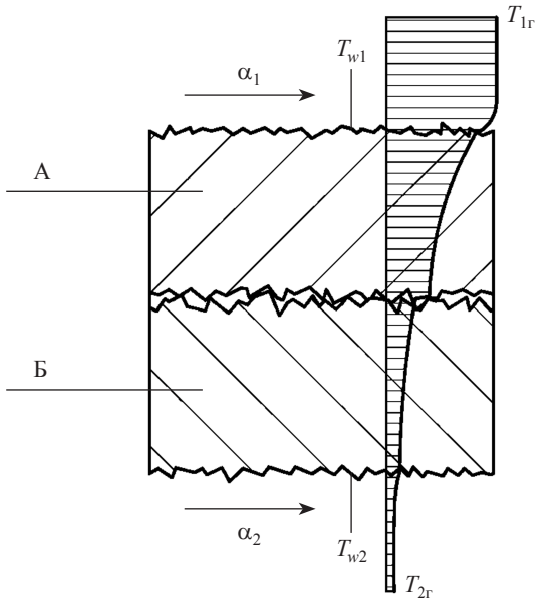
*Номинальная площадь контактирующих поверхностей является основным допущением в моделях переноса теплоты для шероховатых тел. На возникшие при этом вопросы получены результаты численного решения задачи переноса теплоты при контакте газа с шероховатой поверхностью в режиме гидродинамически гладкой шероховатости, а также пространственной задачи теплопроводности при упруго-пластическом контакте двух шероховатых поверхностей под давлением.*

**Ключевые слова:** шероховатость, контакт, метод конечных элементов, теплообмен, упругопластическое деформирование.

**Введение.** В составных конструкциях перенос теплоты проходит через контакты твердых тел и от газа (жидкости) к твердому телу или наоборот. Для границы раздела двух твердых тел характерно наличие шероховатости поверхностей. На перенос теплоты от газа (жидкости) к твердому телу также оказывает влияние шероховатость поверхности тела.

Результаты первых исследований особенностей тепловых контактных задач опубликованы более 100 лет назад. Данные экспериментальных исследований обобщены в работе [1]. Влияние шероховатости на контактные явления сейчас изучают в сформировавшемся к концу прошлого века разделе механики сплошной среды, названным «Микро-механика»: характерный размер явлений находится в диапазоне значений 1...1000 мкм. При этом до сих пор основным допущением в моделях переноса теплоты является использование в расчетах номинальной площади, ограниченной геометрическими размерами соприкасающихся тел. Вероятно, именно по этой причине до сих пор не внесена ясность в тонкости переноса теплоты, особенно для конструкций приборов, при расчете температур которых требуется точность  $\sim 0,1$  К.

Для теплообменных аппаратов выполнено огромное число работ. Например, в [2] по выбору формы элементов теплообменников исследовано влияние различных профилей шероховатости поверхностей трубок на перенос теплоты именно в целях интенсификации теплообмена в аппаратах. Однако отсутствие четких моделей шероховатости поверх-



**Рис. 1.** Схема переноса теплоты через двухслойную конструкцию

ности приводит к использованию эмпирических зависимостей для создания аппаратов.

Сущность возникших проблем в переносе теплоты при контакте шероховатых тел иллюстрирует наиболее простой случай теплопередачи через металлическую конструкцию, состоящую из двух слоев различных материалов (рис. 1).

**Внешняя задача.** Стационарный перенос теплоты конвекцией в единицу времени от газа в слой А определяет классическое соотношение [3]

$$Q = \int_0^F \alpha_1 \cdot \Delta T dF, \quad (1)$$

где  $\alpha_1(F)$  — коэффициент конвективного теплообмена;  $\Delta T(F) = T_{1г} - T_{w1}(F)$  — перепад температуры от значения в ядре потока газа до значения на поверхности тела А;  $F$  — площадь теплообмена. При отсутствии шероховатости поверхности используют номинальное значение площади и значения коэффициентов теплообмена для гладкой стенки. Как быть при наличии шероховатости как на поверхностях слоя А, так и слоя Б (см. рис. 1)? Определить истинную площадь шероховатой поверхности расчетным путем крайне трудно, поэтому обычно наличие шероховатости учитывают только с помощью коэффициента теплообмена, оставляя номинальное (гладкое) значение площади в уравнении (1).

В 1920-е годы Г. Шлихтинг представил шероховатость в виде модели наиболее плотной упаковки с единственным параметром — эквивалентной высотой бугорков шероховатости  $k_s$  [4].

Режим проявления шероховатости в смысле интенсификации переноса теплоты определяется числом Рейнольдса

$$\text{Re}_+ = \frac{u_\tau k_s}{\nu},$$

где  $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  — скорость трения;  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  — кинематическая вязкость газа;  $\rho$  — плотность газа.

При  $\text{Re}_+ > 70$  наступает режим полного проявления шероховатости; известен ряд эмпирических зависимостей для вычисления коэффициентов интенсификации конвективного теплообмена из-за действия шероховатости. При  $\text{Re}_+ < 5$ , когда бугорки не выступают за пределы ламинарного подслоя, считают, что поток теплоты в тело от газа такой же, как и на гладкой поверхности, т. е.  $\alpha_1$  не зависит от шероховатости. Однако площадь теплообмена увеличилась от  $F_{\text{гл}}$  до  $F_{\text{ш}}$ , а в традиционной зависимости (1) это явление не учитывает. Тогда при  $\alpha_1 = \text{const}$  интенсификация теплового потока определяют как

$$\frac{Q_{\text{ш}}}{Q_{\text{гл}}} = \frac{F_{\text{ш}} \Delta T_{\text{ш}}}{F_{\text{гл}} \Delta T_{\text{гл}}}.$$

Задача рассматривается в стационарной двумерной постановке с идеальным контактом между деталями (см. рис. 1). Решение получено для двух вариантов: когда обе внешние поверхности гладкие и когда одна из поверхностей шероховатая. Изотропный материал при  $\lambda = 5 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$  занимает квадратную область  $4 \times 4 \text{ мм}$ . Верхняя поверхность материала негладкая и нагревается конвективным тепловым потоком при  $\alpha_1 = 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $T_{1r} = 500 \text{ К}$ . Теплота отводится от нижней поверхности при  $\alpha_2 = 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $T_{2r} = 300 \text{ К}$ . Поскольку площадь нижней стенки не изменяется, то при определении  $Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}}$  для простоты вместо  $\Delta T_{\text{ш}}$  использован перепад температур  $\Delta T_{\text{нижн}}$ , который определяли как разность температур охлаждающего газа и нижней гладкой стенки. Для шероховатости в виде прямоугольных выступов при  $l_1 = l_2 = h = 50 \text{ мкм}$  площадь увеличивается в  $F_{\text{ш}}/F_{\text{гл}} = 2$  раза по сравнению с гладкой поверхностью, а теплоты через тело проходит в  $Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}} = 1,32$  раза больше. Несоответствие изменения уровня  $Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}}$  и  $F_{\text{ш}}/F_{\text{гл}}$  объясняется значительным повышением температуры материала так, что  $\Delta T_{\text{ш}}/\Delta T_{\text{гл}} = 0,66$ , где температура  $T_w$  в  $\Delta T_{\text{ш}}$  подсчитана как среднеинтегральная температура по шероховатой поверхности. Изменение  $\Delta T_{\text{ш}}$  и  $Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}}$  зависит от значений  $\lambda$

материала твердого тела. Результаты расчета  $Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}}$  для прямоугольных выступов при соотношении  $F_{\text{ш}}/F_{\text{гл}} = 2$  приведены ниже:

**Влияние значения  $\lambda$  на увеличение теплового потока**

$\lambda$ , Вт/(м·К)	0,01	0,5	5	400
$Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}}$	1,02	1,26	1,32	1,33

При уменьшении коэффициента теплопроводности отношение  $Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}}$  приближается к единице, а при увеличении — к некоторому значению  $Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}} < 2$ , характерному для данного значения  $F_{\text{ш}}/F_{\text{гл}}$ .

Распределение температур в теле и бугорках шероховатости показано на рис. 2 и 3, а влияние  $F_{\text{ш}}/F_{\text{гл}}$  на увеличение теплового потока — в таблице.

Проведен расчет для шероховатости с прямоугольными бугорками, уменьшенными до  $l_1 = l_2 = h = 5$  мкм, при этом  $F_{\text{ш}}/F_{\text{гл}} = 2$ . Получено, что как и для больших бугорков, отношение  $Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}} = 1,32$ , т. е. увеличение теплового потока не зависит от размера выступов. На поверхности бугорков шероховатости существуют неровности, называемые микрошероховатостью. Для того чтобы их учесть, можно использовать модель фрактальной поверхности: проводится построение дополнительных выступов на уже имеющихся (рис. 4). Однако в работах, посвященных исследованию фракталов, доказывается, что площадь такой фрактальной поверхности равна бесконечности (снежинка Коха) [5]. Тогда не ясно, когда следует остановиться в построении все более мелких дополнительных выступов?

Проведен также расчет для случая, когда обе поверхности (верхняя в теле А и нижняя в теле Б) содержат одинаковые по размеру неров-

*Таблица*

**Увеличение теплового потока в зависимости от изменения площади при  $\lambda = 5$  Вт/(м·К)**

Форма выступов	$F_{\text{ш}}/F_{\text{гл}}$	$Q_{\text{ш}}/Q_{\text{гл}}$	$T_{w1\text{max}}$ , К	$T_{w2}$ , К	$\Delta T_{\text{нижн}}$ , К
Гладкая	1	1	402	398	98
Прямоугольная	$\sqrt{2}$	1,17	418,9	414,3	114,3
	2	1,32	434,8	429,6	129,6
	4	1,58	461,1	454,6	154,6
Треугольная	$\sqrt{2}$	1,17	419,1	414,5	114,5

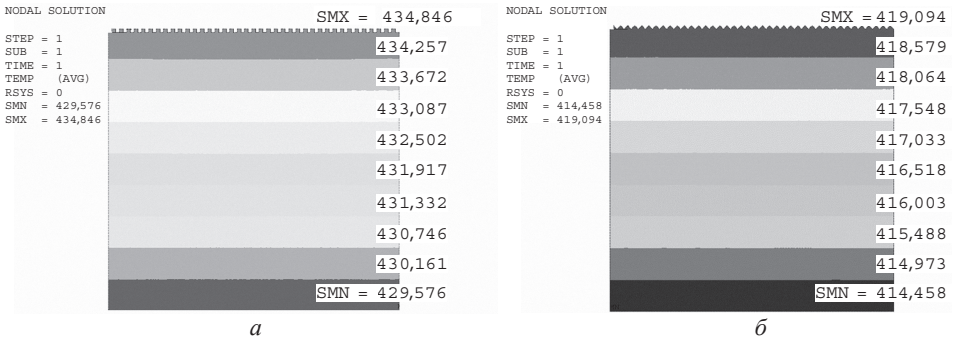


Рис. 2. Распределение температур в теле с шероховатой поверхностью при прямоугольной (а) и треугольной (б) формах выступов

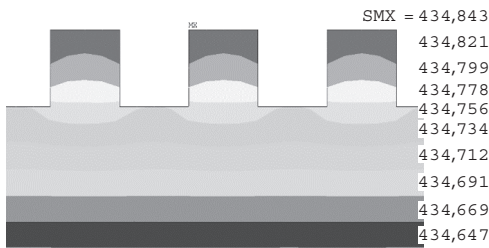


Рис. 3. Распределение температур в бугорках шероховатой поверхности

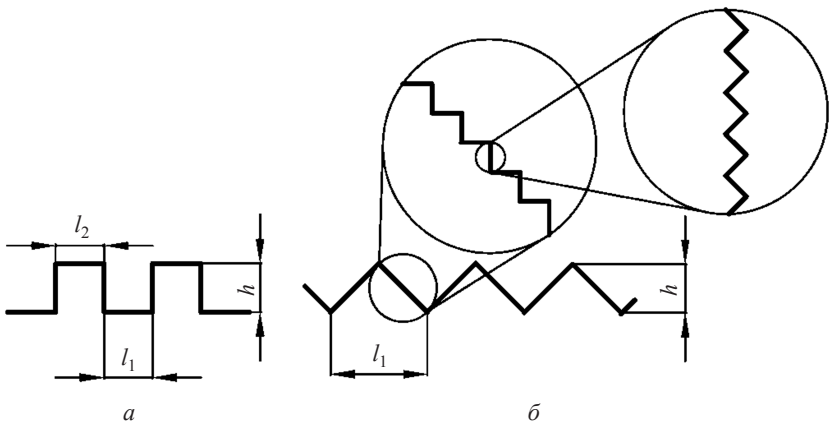


Рис. 4. Форма выступов на поверхности (для задачи о роли площади контакта): а — прямоугольная; б — треугольная

ности: изменение теплового потока не наблюдается, отношение  $Q_{ш}/Q_{пл} = 1$ . Однако часто поверхности деталей имеют различную шероховатость, и каждая по-своему интенсифицирует подвод или отвод теплоты. Возникает вопрос об интенсификации теплового потока в таком случае.

Полученные результаты при  $\alpha_1 = \text{const}$  говорят о том, что влияние шероховатости поверхности на передачу теплоты значительно, и не может быть учтено только с помощью применения коэффициента шероховатости  $F_{\text{ш}}/F_{\text{пл}}$ : требуется провести численные расчеты для определения температурного поля и величины  $\Delta T_{\text{ш}}$ . При этом влияет коэффициент теплопроводности материала твердого тела зависит от уровня интенсификации теплообмена существенно. Все реальные поверхности являются шероховатыми. В этой связи возникает вопрос о степени достоверности значений температурных полей и тепловых потоков, рассчитанных при допущении гладкости стенок. Поэтому в задаче контактной теплопроводности существует необходимость учитывать влияние на теплообмен шероховатости как наружных, так и контактирующих поверхностей (см. рис. 1).

**Внутренняя задача.** В отличие от внешней задачи при контакте двух твердых шероховатых тел следует решать задачу деформирования модельных шероховатых поверхностей под действием внешнего давления. Полученная форма тел переносится как исходная в задачу теплопроводности.

Рассмотрим два прямоугольных тела А и Б размерами  $90 \times 90 \times 1125$  мкм, неидеальным контактом и плоскими внешними поверхностями (см. рис. 1). Высота тел 1125 мкм выбрана на основе предварительных вычислений так, чтобы перемещения и температуры на верхней и нижней поверхностях были распределены достаточно равномерно. Газ в зазорах неидеального контакта отсутствует. Нижняя поверхность тела Б закреплена и не деформируется. На тело А сверху действует давление  $P$ . Материал тел — сталь с характеристиками:  $E = 210$  ГПа;  $\mu = 0,3$ ;  $\lambda = 83$  Вт/(м · К). Материал кинематически упрочняющийся, диаграмма пластического деформирования аппроксимирована билинейно, предел текучести  $\sigma_T = 240$  МПа при касательном модуле  $E_t = 10$  ГПа.

Для изучения свойств поверхности в отрыве от реальной геометрии можно представить шероховатость как фрактальную функцию [6]. В рамках реальных задач на данный момент это не представляется возможным ввиду ограничения на практике описать поверхности стандартизованными усредняющими параметрами (обычно  $Ra$ ). Кроме того, свойство фракталов — самоподобие, как правило, не проявляется на главных составляющих неровностей — волнистости, шероховатости и микрошероховатости из-за различия природы формирующих их процессов [7].

В данной работе контактирующие поверхности сформированы следующим образом. На ровную поверхность наносится сетка узлов, которые сдвигаются по нормали к поверхности на величину  $0 \dots 5$  мкм

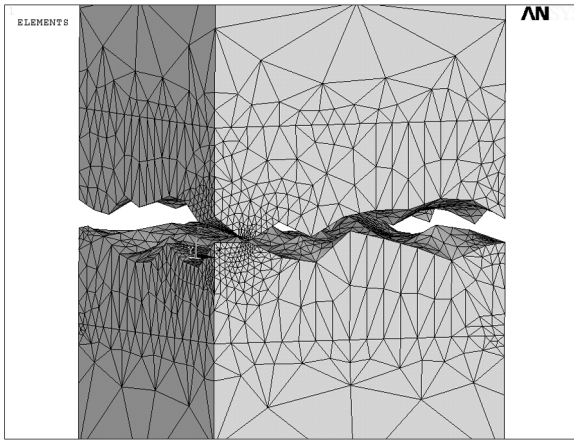
в соответствии с фрактальной функцией Вейерштрасса—Мандельброта [8], создавая модель шероховатой поверхности с  $R_{\max} = 5$  мкм.

На верхней поверхности тела А теплообмен проходит при  $\alpha_1 = 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $T_{1г} = 330 \text{ К}$ , а на нижней поверхности тела Б при  $\alpha_2 = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  и  $T_{2г} = 273 \text{ К}$ . В области фактического касания тепловой контакт считался идеальным. Из полученного расчетом температурного поля можно вычислить термическую проводимость контакта:

$$\alpha = \frac{q}{\Delta T_{\delta}} = \frac{\alpha_1(T_{1г} - T_{w1})}{T_1 - T_2}.$$

Величины  $T_1$  и  $T_2$  определены как средние значения по верхнему и нижнему сечениям на расстоянии  $\delta$  от линии раздела контактирующих поверхностей. Для того чтобы ограничить область, в которой температурное поле существенно трехмерно, принято  $\delta = 25$  мкм.

Нелинейная контактная задача решена в программном комплексе конечно-элементного анализа ANSYS (рис. 5). Большое значение для устойчивости геометрических расчетов имеет перевод размерности всех величин из метров в миллиметры.



**Рис. 5.** Пространственная конечно-элементная модель участка шероховатой поверхности

Результаты вычисления фактической площади контакта для различных значений давления приведены ниже:

$P$ , МПа	2	10	30	60	120
Доля площади фактического контакта в номинальной площади, %	0,04	0,18	0,69	1,63	2,98

Форма пятен контакта при  $P = 120$  МПа и распределения напряжений и температур при  $P = 10$  МПа показаны на рис. 6–8. При  $P = 10$  МПа получено  $\alpha = 26\,600$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

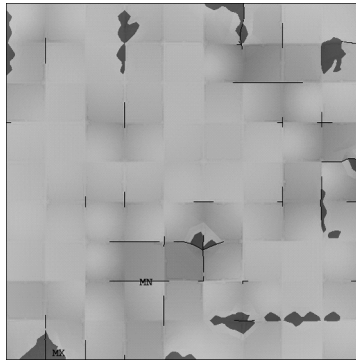


Рис. 6. Форма и размеры пятен контакта при  $P = 120$  МПа

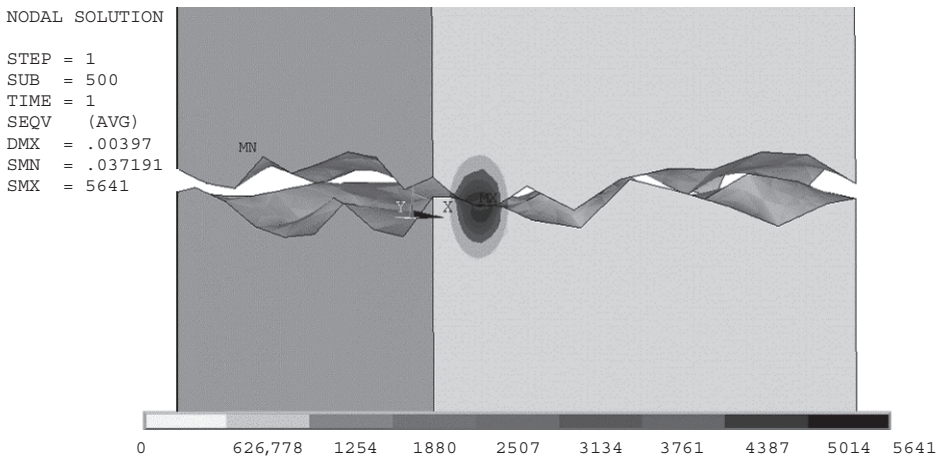
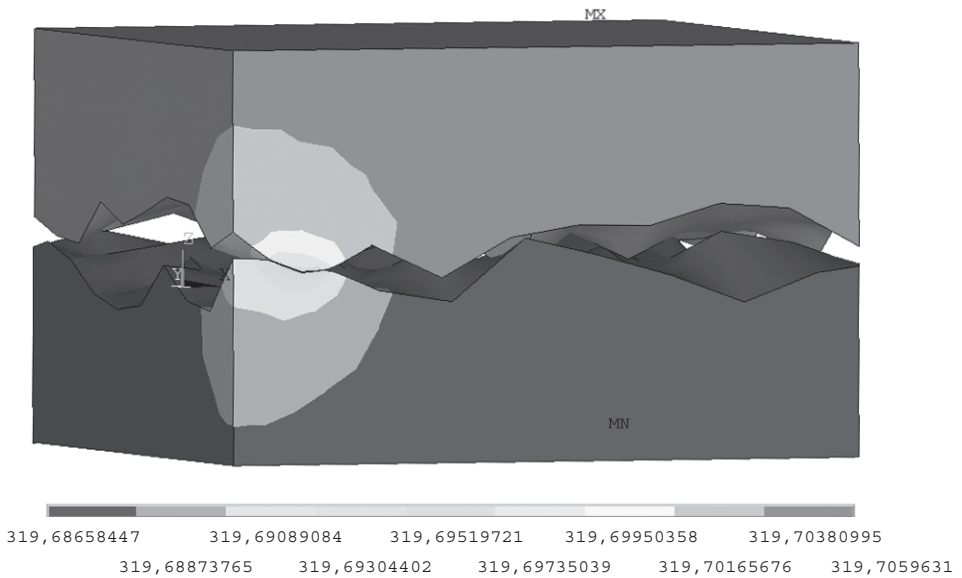


Рис. 7. Распределения напряжений при  $P = 10$  МПа

**Результаты исследований.** В результате численных исследований проблем контактной проводимости теплоты по одноуровневой одно-масштабной модели шероховатости установлено:

- существенное влияние шероховатости и микрошероховатости поверхностей на температурные поля и тепловые потоки в твердых телах;
- возникновение сомнений о достоверности тепловых расчетов при допущении о гладкости поверхностей;
- необходимость проведения численных расчетов температурного поля в твердом теле при определении интенсификации теплообмена;





**Рис. 8.** Распределение температур при  $P = 10$  МПа. Выделена область существенного влияния пространственного распределения температур ( $\delta = 25$  мкм)

- влияние коэффициента теплопроводности материала твердого тела на интенсификацию теплообмена;
- фактическая площадь плотного контакта (квазиидеального контакта) двух тел под давлением, которая составляет доли процента от номинальной даже при учете пластического поведения материала бугорков шероховатости при сжатии.

**Заключение.** Отсутствие модели шероховатой поверхности сдерживает развитие теоретических моделей и понимание контактных процессов, оставляя основное допущение о номинальной площади поверхности и ограничивая инженерные и исследовательские методы традиционным получением из эмпирических данных согласующих коэффициентов (коэффициент теплоотдачи, контактная тепловая проводимость).

Выходом может стать развитие фрактальных моделей шероховатости и применение конечно-элементных пакетов программ для расчета по пространственным моделям процессов в контактах.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шлыков Ю.П., Ганин Е.А., Царевский С.Н. *Контактное термическое сопротивление*. Москва, Энергия, 1977, 328 с.
- [2] Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Копп И.З., Мякочин А.С. *Эффективные поверхности теплообмена*. Москва, Энергоатомиздат, 1998, 408 с.
- [3] Исаев С.И., Кожин И.А., Кофанов В.И. *Теория теплообмена*. Леонтьев А.И., ред. Москва, Высш. Шк., 1979, 495 с.
- [4] Шлихтинг Г. *Теория пограничного слоя*. Москва, Наука, 1974, 712 с.
- [5] Кроновер Р. *Фракталы и хаос в динамических системах*. Москва, Техносфера, 2006, 488 с.
- [6] Komvopoulos K., Gong Z.-Q. Stress Analysis of a Layered Elastic Solid in Contact with a Rough Surface Exhibiting Fractal Behavior. *International Journal of Solids and Structures*. 2007, vol. 44, pp. 2109–2129.
- [7] Whitehouse D.J. *Surfaces and Their Measurement*. Oxford: Butterworth Heinemann, 2002, 432 p.
- [8] Berry M.V., Luis Z.V. On the Weierstrass-Mandelbrot Fractal Function. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1980, vol. 370, pp. 459–484.

Статья поступила в редакцию 25.03.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

М.В. Мурашов, С.Д. Панин. Неизменность основного допущения моделей переноса теплоты в контактах. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 3. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/732.html>

**Мурашов Михаил Владимирович**, канд. техн. наук, доцент Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Область деятельности и научные интересы: исследование вопросов теплопроводности и контактной проводимости с использованием метода конечных элементов. e-mail: [murashov@bmstu.ru](mailto:murashov@bmstu.ru)

**Панин Сергей Дмитриевич**, д-р техн. наук, профессор Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Область деятельности и научные интересы: исследование вопросов теплообмена, моделирование систем и распознавание образов. e-mail: [panin@bmstu.ru](mailto:panin@bmstu.ru)