

Оценка нелинейной стадии гидродинамических неустойчивостей в мишени инерциального термоядерного синтеза при наличии магнитного поля

© В.В. Кузенов^{1,2}, С.В. Рыжков¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

² Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 119526, Россия

Рассмотрены принципы магнитно-инерциального термоядерного синтеза и лазерно-плазменным методом генерации полей при имплозии замагниченной мишени. Результаты работы открывают возможности создания новых плазменных источников высокой плотности для их применения в материаловедческих экспериментах и для перспективных направлений энергетики. Такие плазменные системы можно использовать для диагностики и испытаний различных материалов. Исследована неустойчивость Рихтмайера — Мешкова в импульсных системах с инерциальным удержанием частиц.

Ключевые слова: гидродинамические неустойчивости, уравнения Навье — Стокса, магнитно-инерциальный термоядерный синтез, ударная волна, магнитное поле.

В данной работе рассматривается магнитно-инерциальный подход, точнее, магнитно-инерциальный термоядерный синтез (МИТС) [1—8] для осуществления термоядерной реакции, который имеет преимущества обеих концепций управляемого термоядерного синтеза (УТС): высокие значения плотности энергии инерциального термоядерного синтеза (ИТС) и тепловая изоляция плазмы магнитным полем, типичная для магнитного термоядерного синтеза (МТС).

Физические явления, связанные с гидродинамическими неустойчивостями и турбулентным перемешиванием, относятся к наиболее сложным проблемам физики лазерного термоядерного синтеза, астрофизики и прикладных научно-технических исследований и часто требуют учета термодинамики неидеальной плазмы (при ИТС) или включения радиационных эффектов (астрофизика). Важное место среди гидродинамических неустойчивостей, которые могут развиваться в процессе ускорения и сжатия разноплотных слоев вещества, принадлежит неустойчивостям Рэля — Тейлора и Рихтмайера — Мешкова. При этом наиболее интересной являются нелинейная стадия этих неустойчивостей и возникающее при этом турбулентное перемешивание материала мишени. В настоящее время также значи-

тельный практический интерес представляет разработка инженерно-технических способов получения распадающихся и долгоживущих энергоемких плазменных образований (ЭПО) [9] различных пространственных конфигураций. Так, для создания рекомбинационного коротковолнового лазера такая пространственная конфигурация должна представлять собой однородную длинную тонкую струю (столб) рекомбинирующей плазмы [10]. Если практический интерес представляют микродвигатели [11, 12] для коррекции орбит спутников или маршевый ракетный двигатель [13], то в качестве рабочего тела двигателя можно также использовать плотную струю плазмы. В случае создания инжектора многозарядных ионов необходимо обеспечить максимально плотную струю ионов высокой зарядности.

Для многих технических приложений при создании плазменных образований типа ЭПО можно использовать струю лазерной плазмы. Такие разряды соответствуют продолжительной и достаточно устойчивой в атмосфере плазменной структуре — импульсной струе плазмы. Они могут обеспечить необходимый ионный состав плазмы. При этом может быть применен известный способ управления радиальным расширением — воздействие на плазменную струю сильного внешнего импульсного магнитного поля (например, магнитного поля с магнитной индукцией $B \approx 1 \dots 10$ Тл [10]).

Постановка задачи. В процессе обжатия замагниченной мишени ударник-толкатель (твердотельный, жидкий или плазменный лайнер) используется для инерциального удержания горячей плазмы и получения за счет сжатия плазмы необходимого выхода энергии. При давлении выше 10^5 МПа реализуется режим физики высоких плотностей энергий. Режимы МИТС (концентрация нейтральных частиц в термоядерной мишени $n \approx 10^{25} \dots 10^{26}$ м⁻³, температура электронов $T \approx 10$ кэВ) соответствуют средним типичным значениям параметров магнитного и инерциального синтеза.

В ИТС при сжатии мишеней лазерного термоядерного синтеза (ЛТС) меньшие скорости имплозии приводят к большему выходу энергии. Однако необходимо магнитное поле в десятки тесл для достижения частоты столкновений ионов и электронов $\omega_{ie}\tau \approx 1$ в горячей зоне, типичной для прямого сжатия инерциальной DT -мишени с плотностью ≈ 30 г/см³ и температурой ≈ 7 кэВ. Такое поле намного больше спонтанного (самогенерируемого) магнитного поля и внешнего поля, генерируемого катушками. Сжатие магнитного потока является одним из вариантов генерации магнитных полей мегагауссного диапазона с соответствующей радиальной компрессией металлического лайнера, разгоняемого взрывчатым веществом или импульсами высокой мощности (рис. 1).

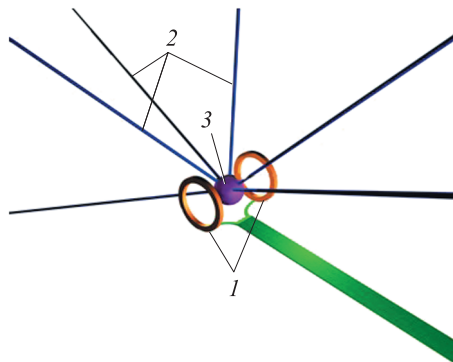


Рис. 1. Схема компрессии замагниченной плазменной мишени мощными лазерными пучками (МИТС с лазерным драйвером):
 1 — магнитные катушки; 2 — лазерные лучи; 3 — мишень

Концепция МИТС включает нагреваемую лазерами плазму внутри соленоида [4], криогенные и стабилизирующие Z-пинчи [14], θ -пинчи и веретенообразные антипробочные геометрии и комбинированные системы [15]. Специфика MTF (Magnetized Target Fusion) заключается в том, что требуется ударник (взрывающийся лайнер) для сжатия и нагрева замагниченной плазмы (мишени), например компактного тора [16], до термоядерных температур. Режимы MTF ($n \approx 10^{25} \dots 10^{26} \text{ м}^{-3}$ и $T \approx 5 \text{ кэВ}$) соответствуют средним типичным значениям параметров МТС и ИТС. Ранее были рассмотрены различные материалы, позволяющие сохранять магнитный поток, для взрывного толкателя (пушера), включая металлический лайнер [17], частично испаряющийся лайнер [18], газообразный [19] или плазменный лайнер [20] и сжимаемые жидкие оболочки [21].

Здесь представлены результаты теоретического анализа совершенно нового подхода, который обеспечивает эффективное сжатие магнитного потока мощными лазерами. Поле сжимается абляционным давлением при воздействии на капсулу ИТС лазерными пучками (лазерный драйвер) [22]. Этот подход был предложен в 1980-х годах [23] как путь достижения рекордных полей сжатия, но эксперименты с лазерами не были проведены. Главные преимущества данной концепции заключаются в высокой скорости имплозии (100 км/с) и в том, что горячая плазма — хороший проводник, который удерживает «вмороженное» (затравочное) начальное магнитное поле с минимальной диффузией. Такой подход может быть использован для замагничивания плазмы высоких плотностей энергии во многих приложениях, начиная с УТС и заканчивая лабораторной астрофизикой.

Особенностями физической постановки задачи являются наличие начального затравочного поля (наложенного внешнего импульсного

магнитного поля) и сжатие магнитного потока лазерными пучками (лазерный драйвер) или плазменными струями (плазменный лайнер). При этом пучки или струи вводятся с периферии рабочей камеры и сжимают помещенный в ее центр замагниченный плазмоид до состояния термоядерного воспламенения. Вмороженное в мишень магнитное поле сжимается вместе с плазмой, благодаря чему достигается тепловая изоляция плазмы магнитным полем от окружающей среды. Подобное исследование для мощных лазерных пучков выполнено впервые.

Математическая постановка. Одним из перспективных способов создания термоядерной плазмы является использование лазеров, излучение которых применяются для нагрева и сверхвысокого сжатия термоядерных мишеней. В этом случае внешние пространственные области термоядерной мишени под действием мощного лазерного излучения испаряются и разлетаются в окружающую среду с огромными скоростями, что обеспечивает реактивное давление и сжатие внутренних слоев лазерной мишени. Расширение внешних слоев лазерной мишени сопровождается ускорением контактной границы (границы между мишенью и окружающей средой), на которой в соответствии с начальными условиями (слоистые мишени) плотность может испытывать скачок. Это может быть причиной гидродинамических неустойчивостей типа Рэля — Тейлора или (при наличии импульсных ускорений) Рихтмайера — Мешкова, которые сопровождаются турбулентным перемешиванием инертного вещества и горючего, что осложняет достижение оптимальных параметров термоядерного горения.

Для изучения этой проблемы были сформулированы постановки задач [24] по исследованию развития одно- и многомодовых возмущений контактной границы (контактная поверхность возмущена по синусоидальному закону), которая представляет собой тонкую пленку, разделяющую два газа (например, криптон и ксенон с разными плотностями). В результате исследований было выяснено, что на переходной стадии развития гидродинамических неустойчивостей типа Рихтмайера — Мешкова наблюдались системы «грибообразных» структур [24], которые можно интерпретировать как систему импульсных плазменных струй с тороидальным вихрем за головной частью каждой импульсной струи. Таким образом, для ЛТС актуальны поиски способов подавления гидродинамических неустойчивостей типа Рихтмайера — Мешкова.

Напомним, что неустойчивость Рихтмайера — Мешкова возникает между двумя контактирующими сплошными средами различной плотности, когда поверхность раздела испытывает ускорение, напри-

мер при прохождении ударной волны. Развитие неустойчивости начинается с возмущения малой амплитуды и может проходить через четыре стадии: линейную («регулярный» режим), нелинейную, переходную и турбулентного перемешивания («нерегулярный» режим, который сопровождается смешиванием веществ). При регулярном режиме развития неустойчивости скорость роста возмущения пропорциональна волновому числу $k = 2\pi/\lambda$ [25, 26]. Далее наступает нерегулярный режим, характерный тем, что форма возмущения контактной поверхности уже отличается от синусоидальной и состоит из системы импульсных струй «тяжелого» газа (плазмы), которые вдуваются в затопленное «легким» ($\rho_1 > \rho_2$) газом (плазмой) пространство. Эта система струй затем приобретает вид «грибообразных» структур и соответствует переходу (за счет смешивания струй) к стадии турбулентного перемешивания [24].

Возникает вопрос, можно ли ослабить развитие неустойчивости Рихтмайера — Мешкова для случая $\rho_1 > \rho_2$ (тяжелый газ плотностью ρ_1 вдувается в легкий газ плотностью ρ_2) под некоторым внешним воздействием, например при наложении внешнего магнитного поля. Для предварительного ответа на этот вопрос в данной работе предлагается смоделировать нерегулярный режим развития неустойчивости Рихтмайера — Мешкова в виде отдельной струи (импульсной струи капиллярного разряда) или системы импульсных струй плазмы вещества плотностью $\rho_1 > \rho_2$, которые истекают в затопленное пространство плотностью ρ_2 при наличии воздействия на них внешнего магнитного поля.

Единичная импульсная струя создается капиллярным разрядом, который может входить в систему разрядов. Конструктивно он представляет собой межэлектродную диэлектрическую вставку в виде цилиндра с осевым щелевым отверстием, которое является рабочим каналом капиллярного разряда, а также электродов и корпуса. Электроды выполнены в виде плоских стальных пластин, одна из которых закрывает с одной стороны канал капиллярного разряда. Первоначальное испарение и последующий пробой плазмообразующего вещества осуществлялись с помощью электровзрыва внутри капилляра металлических проводников. В качестве плазмообразующих веществ использовали алюминий, медь или свинец.

Далее приведены некоторые результаты численного моделирования влияния внешнего магнитного поля на плазодинамические процессы в струе, которая истекает в окружающую неподвижную среду (воздух при атмосферном давлении). При выполнении расчетов газодинамические параметры плазменной струи, истекающей из канала

капиллярного разряда в затопленное пространство, определяли на основе приближенной математической модели, в которой принималось, что вся электрическая энергия, запасенная в емкостном накопителе, переходит в тепловую энергию плазмы, которая истекает со звуковой скоростью через срез капиллярного разряда.

Математическая модель процессов, возникающих при воздействии внешнего магнитного поля на импульсную струю плазмы капиллярного разряда, основана на многокомпонентных однотемпературных радиационно-магнитных уравнениях Рейнольдса. Для получения безразмерного вида отнесем все переменные, входящие в систему уравнений, к их характерным значениям, а пространственные $\bar{\xi}$, $\bar{\eta}$ и временную \bar{t} переменные — соответственно к характерному размеру L_* и характерному времени t_* . При решении этой системы уравнений конечно-разностным методом вводится произвольная криволинейная система координат.

Тогда система радиационно-магнитных уравнений Рейнольдса в безразмерных переменных примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho v_{\xi})}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho v_{\eta})}{\partial \eta} &= -\alpha \frac{\rho u}{r}; \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho u v_{\xi})}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho u v_{\eta})}{\partial \eta} &= \\ = -\xi_r \frac{\partial p}{\partial \xi} - \eta_r \frac{\partial p}{\partial \eta} - \alpha \frac{\rho u^2}{r} + \frac{S_r}{\text{Re}} + \frac{L_*}{c} [\vec{j} \times \vec{B}]; \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho v v_{\xi})}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho v v_{\eta})}{\partial \eta} &= \\ = -\xi_z \frac{\partial p}{\partial \xi} - \eta_z \frac{\partial p}{\partial \eta} - \alpha \frac{\rho u v}{r} + \frac{S_z}{\text{Re}} + \frac{L_*}{c} [\vec{j} \times \vec{B}]_z; \\ \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho e v_{\xi} + J \sum q_{i\xi})}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho e v_{\eta} + J \sum q_{i\eta})}{\partial \eta} &= \\ = -\frac{p}{J} \left[\frac{\partial (J v_{\xi})}{\partial \xi} + \frac{\partial (J v_{\eta})}{\partial \eta} \right] - \alpha \frac{\rho u}{r} - \alpha \frac{\rho e u}{r} + \frac{S_e}{\text{Re}} + \frac{L_*}{V_*} (\vec{j} \cdot \vec{E}); \\ S_e &= \mu_{\Sigma} D + \frac{\gamma}{\text{Pr}} \text{div} (\lambda_{\Sigma} \text{grad } T). \end{aligned}$$

Здесь ρ, p, T — плотность, давление и температура плазмы; $J = \partial(r, z)/\partial(\xi, \eta)$ — якобиан перехода от цилиндрической системы

координат r - z к криволинейной системе координат ξ - η ; $v_\xi = \xi_r u + \xi_z v$, $v_\eta = \eta_r u + \eta_z v$ — контравариантные компоненты вектора скорости \vec{v} в криволинейной системе координат ξ - η ; $u(r, z, t)$, $v(r, z, t)$ — проекции вектора скорости $\vec{v}(r, z, t)$ на оси координат r и z ; e — удельная внутренняя энергии плазмы; α — параметр, учитывающий характер течения ($\alpha = 0$ соответствует плоскому, $\alpha = 1$ — осесимметричному случаю течения); $\sum_i q_{i\xi}$, $\sum_i q_{i\eta}$ — проекции вектора плотности полного потока лучистой энергии \vec{q} на оси криволинейной системы координат ξ - η ; \vec{j} — вектор плотности тока; \vec{B} , \vec{E} — векторы напряженностей магнитного и электрического полей; D — диссипативная функция; μ_Σ , λ_Σ , γ — вязкость, теплопроводность и показатель адиабаты плазмы.

Величины S_r , S_z математически описывают силы, возникающие в потоке газа за счет наличия в нем сил вязкого трения. Переменная S_e представляет собой сумму работ сил вязкого трения $\mu_\Sigma D$ процессов переноса теплоты механизмом теплопроводности $\text{div}(\lambda_\Sigma \nabla T)$.

Число Рейнольдса $\text{Re} = \frac{L_* \rho_* v_*}{\mu_*}$, число Прандтля $\text{Pr} = \frac{\mu_* c_{p*}}{\lambda_*}$, где c_{p*} — удельная теплоемкость плазмы при постоянном давлении.

Все эти величины определяются с помощью дополнительных выражений:

$$S_r = \frac{1}{J} \frac{\partial (J(\xi_r \sigma_{rr} + \xi_z \sigma_{rz}))}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J(\eta_r \sigma_{rr} + \eta_z \sigma_{rz}))}{\partial \eta} + \frac{2\mu_\Sigma \left(\xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - 2\alpha \mu_\Sigma \frac{u}{r}}{r};$$

$$S_z = \frac{1}{J} \frac{\partial (J(\xi_r \sigma_{zr} + \xi_z \sigma_{zz}))}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J(\eta_r \sigma_{zr} + \eta_z \sigma_{zz}))}{\partial \eta} + \alpha \frac{\sigma_{rz}}{r};$$

$$\text{div}(\lambda_\Sigma \nabla T) = \frac{1}{J} \frac{\partial (\lambda_\Sigma J(\xi_r^2 + \xi_z^2) T_\xi + \lambda_\Sigma J(\xi_r \eta_r + \xi_z \eta_z) T_\eta)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (\lambda_\Sigma J(\eta_r \xi_r + \eta_z \xi_z) T_\xi + \lambda_\Sigma J(\eta_r^2 + \eta_z^2) T_\eta)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\lambda_\Sigma}{r} \left(\xi_r \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial T}{\partial \eta} \right);$$

$$D = 2 \left[(e_{rr})^2 + (e_{zz})^2 + (e_{\varphi\varphi})^2 \right] + (e_{rz})^2 - \frac{2}{3} (\operatorname{div} \vec{v})^2;$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial (Jv_\xi)}{\partial \xi} + \frac{\partial (Jv_\eta)}{\partial \eta} \right] + \alpha \frac{u}{r};$$

$$e_{rr} = \xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta}; \quad e_{zz} = \xi_z \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v}{\partial \eta}; \quad e_{\varphi\varphi} = \alpha \frac{u}{r};$$

$$e_{rz} = \left(\xi_z \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \left(\xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right);$$

$$\sigma_{rr} = \mu_\Sigma \left[\frac{4}{3} \left(\xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - \frac{2}{3} \left(\xi_z \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) - \alpha \frac{2u}{3r} \right];$$

$$\sigma_{zz} = \mu_\Sigma \left[\frac{4}{3} \left(\xi_z \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) - \frac{2}{3} \left(\xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - \alpha \frac{2u}{3r} \right];$$

$$\sigma_{rz} = \mu_\Sigma \left[\left(\xi_z \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \left(\xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right].$$

Для определения пространственно-временного положения контактной границы используется метод фиктивной примеси. Для этого в систему уравнений, приведенных выше, вводится дополнительное уравнение ($\rho_g \in [0, 1]$):

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \vec{v} \nabla \rho_g = 0.$$

Турбулентные вязкость μ_Σ и теплопроводность λ_Σ рассчитывают с привлечением гипотезы Буссинеска, в соответствии с которой эффективная вязкость газового потока определяется по формуле $\mu_\Sigma = \mu_m + \mu_t$, где μ_m — динамическая вязкость, учитывающая атомно-молекулярные столкновительные процессы; μ_t — турбулентная вязкость, для определения которой используется q - ω -модель Кокли.

Используя предположение о том, что молекулярное число Прандтля $\operatorname{Pr} = 0,72$ и турбулентное число Прандтля $\operatorname{Pr}_t = \frac{\mu_t c_p}{\lambda_t} = 0,9$, можно найти соответствующее значение теплопроводности

$\lambda_t = c_p \left(\frac{\mu_m}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right)$. Уравнения q - ω -модели Кокли в криволинейной системе координат ξ - η можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho q}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho v_\xi q)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho v_\eta q)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\rho q u}{r} = \\ = S_q + \frac{\rho q}{2\omega} \left(C_\mu f D - \frac{2}{3} \omega \operatorname{div} \vec{v} - \omega^2 \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho v_\xi \omega)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho v_\eta \omega)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\rho \omega u}{r} = \\ = S_\omega + \rho \left[C_1 \left(C_\mu D - \frac{2}{3} \omega \operatorname{div} \vec{v} \right) - C_2 \omega^2 \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_q = \frac{1}{J} \frac{\partial (\mu_{\Sigma q} J (\xi_r^2 + \xi_z^2) q_\xi + \mu_{\Sigma q} J (\xi_r \eta_r + \xi_z \eta_z) q_\eta)}{\partial \xi} + \\ + \frac{1}{J} \frac{\partial (\mu_{\Sigma q} J (\eta_r \xi_r + \eta_z \xi_z) q_\xi + \mu_{\Sigma q} J (\eta_r^2 + \eta_z^2) q_\eta)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\mu_{\Sigma q}}{r} \left(\xi_r \frac{\partial q}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial q}{\partial \eta} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_\omega = \frac{1}{J} \frac{\partial (\mu_{\Sigma \omega} J (\xi_r^2 + \xi_z^2) \omega_\xi + \mu_{\Sigma \omega} J (\xi_r \eta_r + \xi_z \eta_z) \omega_\eta)}{\partial \xi} + \\ + \frac{1}{J} \frac{\partial (\mu_{\Sigma \omega} J (\eta_r \xi_r + \eta_z \xi_z) \omega_\xi + \mu_{\Sigma \omega} J (\eta_r^2 + \eta_z^2) \omega_\eta)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\mu_{\Sigma \omega}}{r} \left(\xi_r \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right); \end{aligned}$$

$$\mu_{\Sigma q} = \mu_m + \mu_t; \quad \mu_{\Sigma \omega} = \mu_m + 1,3\mu_t; \quad \mu_t = C_\mu f(n) \rho \frac{q^2}{\omega};$$

$$C_1 = 0,045 + 0,405 f(n); \quad C_2 = 0,92; \quad C_\mu = 0,09;$$

$$f(n) = 1 - \exp \left(-0,0065 \frac{\rho q n}{\mu_m} \right).$$

Здесь q — псевдоскорость; ω — псевдозавихренность; $f(n)$ — пристеночная функция, вводимая для того, чтобы модель правильно описывала параметры течения в ламинарном подслое; n — расстояние по нормали от рассматриваемой точки к ближайшей поверхности.

Плазмодинамические процессы, протекающие в факеле капиллярного разряда, рассматриваются в предположении, что электромагнитное поле имеет осевую симметрию и одну компоненту B_φ :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial B_\Phi}{\partial t} = & - \left(\xi_r \frac{\partial u B_\Phi}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u B_\Phi}{\partial \eta} \right)_z - \left(\xi_z \frac{\partial v B_\Phi}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v B_\Phi}{\partial \eta} \right)_r + \\
 & + \frac{c^2 t_*}{4\pi L_*^2} \xi_z \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\sigma} \left(\xi_z \frac{\partial B_\Phi}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial B_\Phi}{\partial \eta} \right)_r \right) + \\
 & + \frac{c^2 t_*}{4\pi L_*^2} \eta_z \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{\sigma} \left(\xi_z \frac{\partial B_\Phi}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial B_\Phi}{\partial \eta} \right)_r \right) + \\
 & + \frac{c^2 t_*}{4\pi L_*^2} \xi_r \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\sigma} \left[\left(\xi_r \frac{\partial B_\Phi}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial B_\Phi}{\partial \eta} \right)_z + \frac{B_\Phi}{r} \right] \right) + \\
 & + \frac{c^2 t_*}{4\pi L_*^2} \eta_r \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{\sigma} \left[\left(\xi_r \frac{\partial B_\Phi}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial B_\Phi}{\partial \eta} \right)_z + \frac{B_\Phi}{r} \right] \right) - \frac{t_*}{B_* L_*^2} \frac{ck}{en_e} [\nabla n_e \times \nabla T].
 \end{aligned}$$

Для расчета радиационных полей используется уравнение переноса излучения, представленное в виде системы уравнений диффузионного многогруппового приближения:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{J} \frac{\partial (Jq_{i\xi})}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (Jq_{i\eta})}{\partial \eta} + \chi_i c U_i = 4\chi_i \sigma_i T^4; \\
 \frac{c}{3} \frac{\partial U_i}{\partial \xi} + \chi_i q_{i\xi} = 0; \quad \frac{c}{3} \frac{\partial U_i}{\partial \eta} + \chi_i q_{i\eta} = 0,
 \end{aligned}$$

где $U_i(y, z, t)$ — плотность лучистой энергии в i -й спектральной группе; χ_i — спектральный коэффициент поглощения. Расчет входящих в данную систему уравнений термодинамических $e(T, \rho)$, $p(T, \rho)$ и оптических $\chi_i(T, \rho)$ параметров рабочих сред проводился в рамках приближения локального термодинамического равновесия с применением компьютерной системы ASTEROID, разработанной С.Т. Суржиковым [27, 28].

Особенностью численного метода, используемого в работе, является гидродинамическая стадия численного решения. На данной стадии применяется метод предиктор-корректор. Такой подход применяется, в частности, для повышения порядка аппроксимации численного решения по времени до $O(\Delta t^4)$ путем использования последовательности сеток по временной переменной t и экстраполяцию по пределу, предложенную Ричардсоном.

При этом стадия предиктора основана на квазимонотонном методе высокого порядка точности и характеристической форме уравнений Эйлера, в которой неизвестные величины записаны в квазиинва-

риантах Римана. Эта форма уравнений Эйлера предложена В.М. Головизниным [29]. Конечно-разностный метод, используемый для расчета газодинамической части системы уравнений на стадии корректора, основан на модификации метода Годунова и пространственном расщеплении уравнений Навье — Стокса, записанных в произвольной криволинейной системе координат.

При аппроксимации конвективной составляющей векторов потоков на границах расчетной ячейки применялась процедура расчета распада разрыва, разработанная Годуновым с использованием реконструкции сеточной функции (внутри расчетной ячейки), которая была взята из работы [1]. Данная модификация метода Годунова позволяет повысить порядок аппроксимации конечно-разностной схемы до 7-го.

«Вязкая» часть системы уравнений Навье — Стокса рассчитывалась также явным образом с использованием реконструкции сеточной функции. При решении уравнений переноса излучения применен модифицированный попеременно-треугольный метод с использованием трехслойной итерационной схемы, в которой итерационный «временной» шаг находят с помощью метода сопряженных направлений. Решение уравнения магнитной индукции определялось полунявным методом расщепления по физическим процессам. Уравнения q - ω -модели Кокли решались с привлечением метода Розенброка, позволяющего преодолеть «жесткость» данной системы уравнений. Вычислительный код использует многоблочную многосеточную технологию расчетов на неортогональных структурированных сетках.

Результаты численного моделирования. Конкретные расчеты проведены для одиночной импульсной плазменной струи (плазмообразующее вещество — алюминий), которая втекает в цилиндрическую камеру, в начальный момент времени заполненную воздухом при нормальных условиях. Эта цилиндрическая камера плоской стороной, противоположной струе втекающей плазмы, сопряжена с выходом из расчетной области.

Значение полной внутренней энергии (за все время истечения), выносимой плазмой импульсной струи в окружающее пространство, составляло 2,7 кДж, диаметр струи равен 10 мм. Время наступления максимума значений термодинамических параметров истекающей струи $t_{\max} = 25$ мкс. На рис. 2 представлены зависимости от времени t продольной скорости v и температуры T для одиночной импульсной плазменной струи.

Зависимости, показанные на рис. 2 и сформулированные в функциональном виде, используются в качестве краевых условий при математическом моделировании истекающей импульсной струи плазмы. Расчетная область при проведении двумерных расчетов в системе координат r - z была представлена в виде прямоугольника.

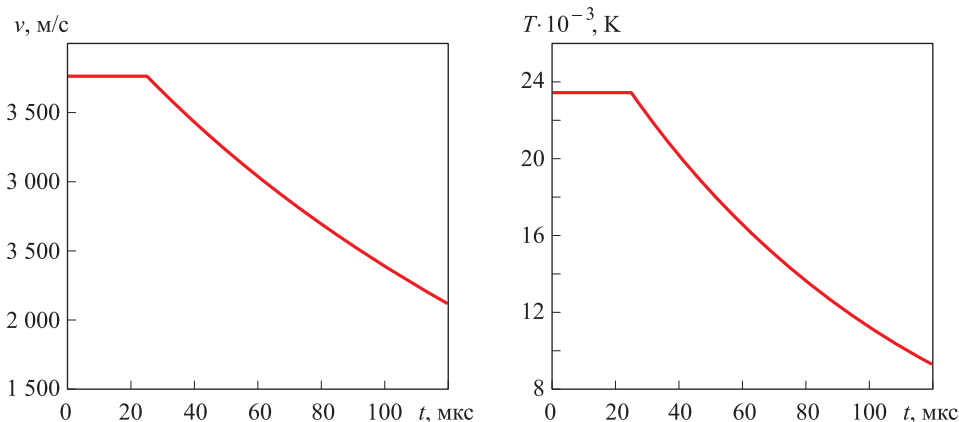


Рис. 2. Зависимости скорости v и температуры T истекающей плазмы на срезе для отдельного варианта струи от времени t

В случае прямоугольной расчетной области в нижней части рисунка на плоской поверхности располагается вход одиночной импульсной струи в затопленное пространство. Через эту плоскую поверхность поток плазмообразующих веществ втекает в расчетную зону.

Сверху прямоугольная расчетная область ограничена также плоской поверхностью (на рис. 2 прямой линией), на которой задаются невозмущающие «мягкие» условия на выходящий из расчетной области поток: $\frac{\partial^2 \vec{f}}{\partial x_n^2} = 0$, где $\vec{f} = \{\rho, u, v, e\}$; x_n — координата, нормальная к граничной поверхности.

С правой стороны область интегрирования ограничивается осью симметрии, на которой задаются соответствующие условия симметрии.

На рис. 3–5 приведены двумерные пространственные распределения температуры T , которые позволяют оценить влияние внешнего магнитного поля на структурные элементы одиночной плазменной струи.

На рис. 3, *a* видна структура течения одиночного факела струи (при отсутствии воздействия внешнего магнитного поля, т. е. при $B = 0$) [30, 31], состоящая из группы боковых висячих ударных волн (УВ) и центрального диска Маха, пересекающего ось симметрии.

Особенностью структуры струи является течение плазмы в области тройной конфигурации УВ. Здесь за центральным диском Маха (в последующие моменты времени) образуется вихревой след (торидальный вихрь). Этот след вызван тем, что скоростной напор в потоке, претерпевшем двухступенчатое сжатие, во много раз больше скоростного напора за центральным скачком [31].

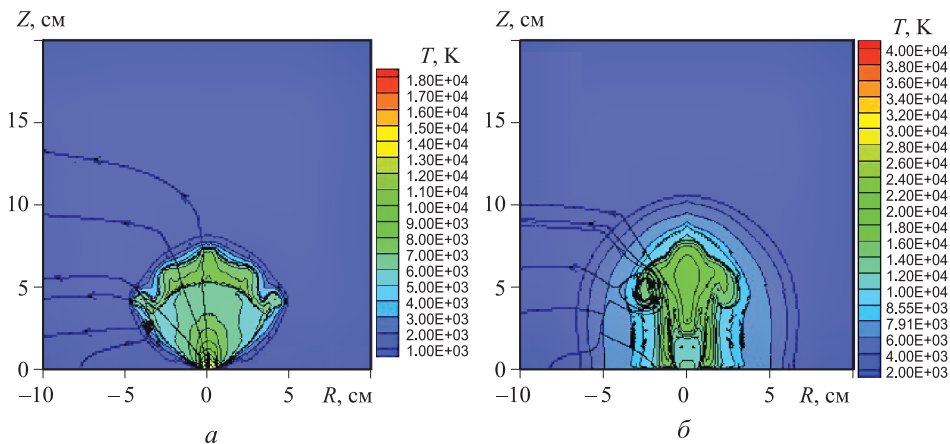


Рис. 3. Пространственное распределение температуры T в импульсной струе плазмы без внешнего магнитного поля в момент времени $t = 49,3$ мкс (а) и при наличии внешнего магнитного поля $B = 1,58$ Тл в момент времени $t = 46,6$ мкс (б)

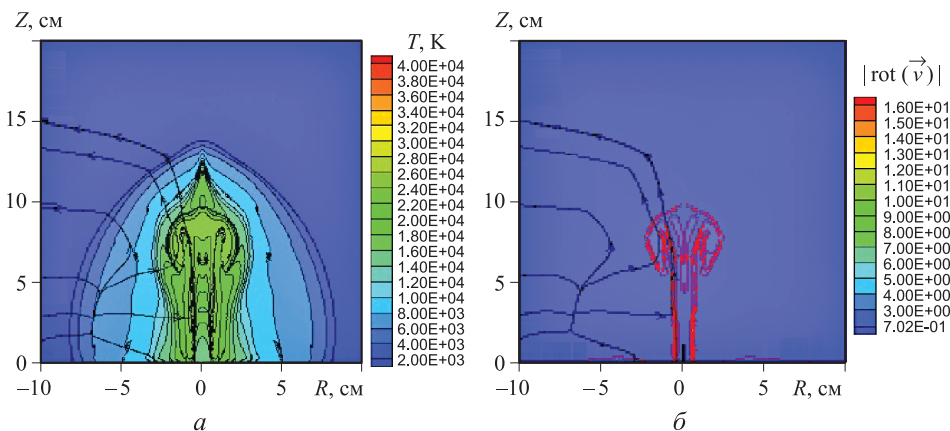


Рис. 4. Пространственное распределение температуры T (а) и функции завихренности $|\text{rot}(\vec{v})|$ в импульсной струе плазмы при наличии внешнего магнитного поля $B = 2,5$ Тл в момент времени $t = 46,9$ мкс (б)

На рис. 3, б и 4, б приведены распределения температуры T в плазменном факеле при наложении на струю внешнего магнитного поля. В первую очередь воздействие магнитного поля \vec{B} затрагивает высокотемпературную (близкую к оси) часть одиночной струи плазмы и вихревой след (тороидальный вихрь) в области тройной конфигурации УВ.

Так, в частности, из рис. 4, а, соответствующего пространственному распределению температуры T и значению магнитного давления $p_{\text{магн}} = 2,5$ МПа, следует, что тороидальный вихрь не возникает, а продольный размер струи и максимальное значение температуры T

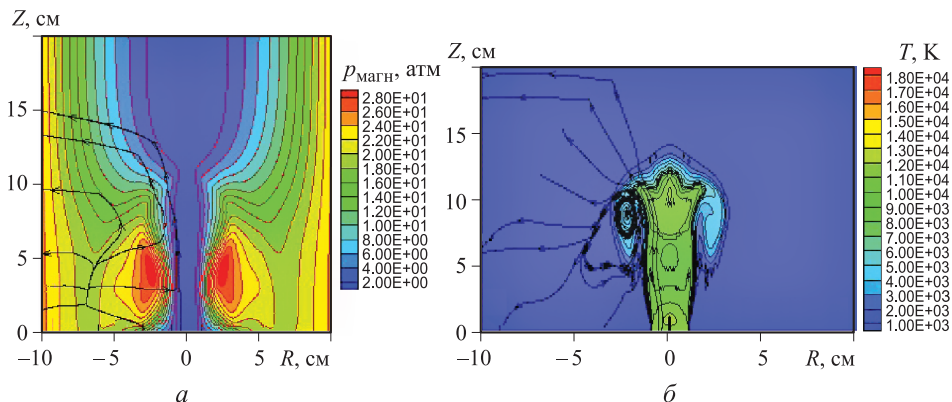


Рис. 5. Пространственное распределение магнитного давления $p_{\text{магн}}$ в импульсной струе плазмы при наличии внешнего магнитного поля в момент времени $t = 46,9$ мкс (*а*) и температуры T в импульсной струе плазмы без внешнего магнитного поля в момент времени $t = 62,9$ мкс при давлении в затопленном пространстве $p_{\infty} = 2,5$ МПа (*б*)

приблизительно в 2 раза превышают размер струи и температуру без воздействия внешнего магнитного поля (см. рис. 3, *а*).

При этом из распределения на рис. 4, *б* функции завихренности $|\text{rot}(\vec{v})|$ следует, что на границе струя — окружающая среда созданы необходимые условия для возникновения вихря. Продольный размер струи и максимальное значение температуры T приблизительно вдвое превышают размер струи и температуру без воздействия внешнего магнитного поля (см. рис. 3, *а*).

Известно [31], что характерные режимы истечения струй в газовую среду принято описывать с помощью степени нерасчетности $n = p_{\text{вх}}/p_{\infty}$ ($p_{\text{вх}}$ — давление на входе струи в затопленное пространство). При $n < 1$ струя является перерасширенной, а при $n > 1$ — недорасширенной. Эта сложная структура течения струи в затопленном пространстве связана с появлением характерных продольных $Z/r_{\text{вх}} \approx M_a \sqrt{\gamma_{\text{вх}} n}$ и поперечных $R/r_{\text{вх}} \approx \sqrt{n/(\gamma_{\text{вх}} - 1)}$ пространственных масштабов ($r_{\text{вх}}$, $\gamma_{\text{вх}}$ — радиус и показатель адиабаты в канале капилляра).

При наложении внешнего магнитного поля $B = 2,5$ Тл или $p_{\text{магн}} = 2,5$ МПа на струю плазмы степень нерасчетности уменьшится до значения $n = p_{\text{вх}}/(p_{\infty} + p_{\text{маг}}) \approx 5,4$, что должно сопровождаться изменением продольных $Z/r_{\text{вх}}$ и поперечных $R/r_{\text{вх}}$ размеров струи приблизительно в 5 раз.

Однако, как видно из рис. 4, а, магнитное давление $p_{\text{магн}}$ не оказывает заметного воздействия на область боковых висячих УВ, непосредственно за которыми газ не сильно нагрет ($T \approx (3...5) \cdot 10^3$ К). В то же время в периферийной зоне (см. рис. 3, б), примыкающей к оси струи ($T > 10^4$ К), возникает возвратное течение плазмы (радиальная скорость $u(r, z, t) \approx -1300$ м/с), направленное в сторону оси импульсной струи. При этом градиент газодинамического давления $\nabla p > 0$ направлен в противоположную сторону, т. е. от оси факела.

Наиболее заметное влияние магнитное давление (см. рис. 4, а) оказывает на нагретую осевую часть струи ($T > 2 \cdot 10^3$ К), которая в этом случае ограничена по радиальной координате размером $R \leq 1$ см. В этой пространственной зоне число Маха близко к единице ($M \approx 1$), а газодинамическое давление находится на уровне $p \approx 10$ МПа.

Для того чтобы оценить уровень влияния повышенного внешнего газодинамического давления $p_{\infty} = 2,5$ МПа ($n = p_{\text{вх}}/p_{\infty} \approx 5,6$), на рис. 4, б показано распределение температуры в факеле струи без внешнего магнитного поля. Отметим, что при данном значении p_{∞} в области смещения струи и окружающей газовой среды формируются (в отличие от случая наличия внешнего магнитного поля $B = 2,5$ Тл) тороидальная долгоживущая вихревая структура, а максимальное значение температуры в струе находится на уровне $T_{\text{max}} \approx 18 \cdot 10^3$ К, число Маха $M \approx 1,0...2,4$, давление $p \approx 1$ МПа [32–39].

Выводы. Разработана математическая модель импульсной плазменной струи, истекающей в затопленное пространство. Модель основана на уравнениях радиационной плазмодинамики, записанных в произвольных криволинейных координатах. Численно исследованы и изложены результаты анализа простых (уединенных) двумерных возмущений и составленных из них структур, которые соответствуют «нерегулярному режиму» развития неустойчивости Рихтмайера — Мешкова. Описан процесс роста, циркуляции возмущения от времени, характер воздействия на них внешнего магнитного поля и предложены упрощенные качественные модели для их объяснения. Проведены расчеты всех основных газодинамических и излучательных параметров одиночной импульсной струи.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН и программ фундаментальных исследований отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кузенов В.В., Рыжков С.В. *Математическая модель взаимодействия лазерных пучков высокой энергии импульса с плазменной мишенью, находящейся в затравочном магнитном поле*. ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН. Препринт. Москва, 2010, № 942. 57 с.
- [2] Ryzhkov S.V. The behavior of a magnetized plasma under the action of laser with high pulse energy. *Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration*, 2010, no. 4, pp. 105–110.
- [3] Gotchev O.V., Chang P.Y., Knauer J.P., Meyerhofer D.D., Polomarov O., Frenje J., Li C.K., Manuel M.J.-E., Petrasso R.D., Rygg J.R., Seguin F.H., and Betti R. Laser-driven magnetic-flux compression in high-energy-density plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, vol. 103, 215004 p.
- [4] Рыжков С.В., Симонов М.М. Численное моделирование отдельных тепловых параметров магнитно-инерциальной плазмы. *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*, 2011, т. 11. URL: http://chemphys.edu.ru/media/files/2011-02-01-023_Ryzhkov_Simonov.pdf.
- [5] Костюков И.Ю., Рыжков С.В. Магнитно-инерциальный термоядерный синтез с лазерным обжатием замагниченной сферической мишени. *Прикладная физика*, 2011, № 1, с. 65–72.
- [6] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Developing the Numerical Model for Studying Laser-Compression of Magnetized Plasmas. *Acta Technica*, 2011, vol. 56, pp. 454–467.
- [7] Chirkov A.Yu., Ryzhkov S.V. The Plasma Jet/Laser Driven Compression of Compact Plasmoids to Fusion Conditions. *Journal of Fusion Energy*, 2012, vol. 31, issue 1, pp. 7–12.
- [7] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Numerical Modeling of Magnetized Plasma Compressed by the Laser Beams and Plasma Jets. *Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics*, 2013, no 1 (83), pp. 12–14.
- [8] Ryzhkov S.V., Chirkov A.Yu., Ivanov A.A. Analysis of the Compression and Heating of Magnetized Plasma Targets for Magneto-inertial Fusion. *Fusion Science and Technology*, 2013, vol. 63, no 1T, pp. 135–138.
- [9] Жаринов М.Н., Камруков А.С., Кожевников И.В., Козлов Н.П., Росляков И.А. *ЖТФ*, 2008, т. 78, вып. 5, с. 38.
- [10] Дякин В.М., Пикуз Т.А., Скобелев И.Ю. и др. *Квантовая электроника*, 1994, т. 21, № 12, с. 1186.
- [11] Любченко Ф.Н., Феденев А.В., Чумаков А.Н., Босак Н.А., Тарасенко В.Ф., Панченко А.Н. *Сб. науч. тр. VIII Междунар. симп. по радиационной плазмодинамике*. Москва, 2009, с. 262.
- [12] Кузенов В.В. *Сб. тр. XXXIV Академических чтений по космонавтике «Королёвские чтения»*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010, с. 198.
- [13] Рыжков С.В. *Тепловые процессы в технике*, 2009, № 9, с. 397–400.
- [14] Алиханов С.Г., Бахтин В.П., Глушков И.С. и др. *Сб. докл. Всесоюз. конф. по инженерным проблемам термоядерных реакторов*. Ленинград, НИИЭФА, 1977, т. 2, с. 77.
- [15] Тэрки П.Дж. *Прикладная механика и техническая физика*, 1975, т. 4, с. 32.
- [16] Еськов А.Г., Козлов Н.П., Куртмуллаев Р.Х., Семенов В.Н., Хвесюк В.И. и др. *Письма в ЖТФ*, 1983, т. 9, № 1, с. 38.
- [17] Богомолов Г.Д., Великович А.Л., Либерман М.А. *Письма в ЖТФ*, 1983, т. 9, № 12, с. 748.
- [18] Артюгина И.М., Желтов В.А., Комин А.В. и др. *ВАНТ. Сер.: Термоядерный синтез*, 1979, вып. 1(3), с. 62.

- [19] Велихов Е.П., Веденов А.А., Богданец А.Д. и др. *ЖТФ*, 1973, т. 43, № 2, с. 429.
- [20] Thio Y.C.F., Panarella E., Kirkpatrick R.C., Knapp C.E., Wysocki F., Parks P., Schmidt G. *Current Trends in International Fusion Research: Proc. of the Second Symposium*, 1999, 113 p.
- [21] Turchi P.J., Cooper A.L., Ford R. et al. *Physical Review Letters*, 1976, vol. 36, p. 1546.
- [22] Gotchev O.V., Jang N.W., Knauer J.P., Barbero M.D., Betti R., Li C.K., Pet-rasso R.D. *J. of Fusion Energy*, 2008, vol. 27, p. 25.
- [23] Liberman M.A., Velikovich A.L. *Plasma Phys.*, 1984, vol. 31, no 3, p. 381.
- [24] Лебо И.Г., Тишкин В.Ф. *Исследование гидродинамической неустойчи-вости в задачах лазерного термоядерного синтеза методами матема-тического моделирования*. Москва, Физматлит, 2006, 304 с.
- [25] Richtmyer R.D. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1960, vol. 13, p. 297.
- [26] Мешков Е.Е. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1969, № 5, с. 151.
- [27] Surzhikov S.T. Proceedings of the 1st Int. Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry, 8–10 October 2003, Lisbon, Portugal. ESA-533, December 2003, p. 111.
- [28] Суржигов С.Т. *Тепловое излучение газов и плазмы*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004, 544 с.
- [29] Головизнин В.М. *Математическое моделирование*, 2006. т. 18, № 11, с. 14.
- [30] Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. Ижевск, Ин-т компьютер. исслед., 2003, 335 с.
- [31] Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. *Газодинамика процессов истечения*. Новоси-бирск: Наука, 1984, 235 с.
- [32] Кузенов В.В. Математическое моделирование основных плазмодинами-ческих характеристик в лазерном факеле вблизи алюминиевой мишени. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2009, № 4 (77), с. 45–77.
- [33] Кузенов В.В., Филипский М.В. Численное моделирование отдельных теплофизических параметров лазерной плазмы. *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2010, т. 9.
URL: <http://chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-021.pdf>.
- [34] Кузенов В.В., Филипский М.В. Расчет переноса излучения в приповерх-ностных лазерных факелах. *Физико-химическая кинетика в газовой ди-намике*. 2008, т. 7. URL: <http://chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-038.pdf>.
- [35] Кузенов В.В. Использование регулярных адаптивных сеток для анализа импульсных сверхзвуковых течений. *Физико-химическая кинетика в га-зовой динамике*, 2008, т. 7. www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-016.pdf
- [36] Кузенов В.В. Построение регулярных адаптивных сеток в простран-ственных областях с криволинейными границами. *Вестник МГТУ. Сер. Машиностроение*, 2008, № 1(77), с. 3–11.
- [37] Kuzenov V.V., Surzhikov S.T., Petrusev A.S. Radiation Gas Dynamics of Alu-minium Laser Plume in Air. *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Ex-hibit, 9–12 January 2008, Reno, Nevada, AIAA 2008-1108*.
- [38] Kuzenov V.V., Surzhikov S.T., Capitelli M., Colonna G. Numerical Analysis on Near-Surface Laser Plasma in Gases and Vacuum. *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 9–12 January 2006, Reno, Nevada, AIAA 2006-1174*.
- [39] Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Evaluation of hydrodynamic instabilities in iner-tial confinement fusion target in a magnetic field. *Problems of Atomic Science and Technology. Ser.: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration*, 2013, no. 4 (86), pp. 103–107.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Кузенов В.В., Рыжков С.В. Оценка нелинейной стадии гидродинамических неустойчивостей в мишени инерциального термоядерного синтеза при наличии магнитного поля. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 5.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/crigen/729.html>

Кузенов Виктор Витальевич родился в 1956 г., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова в 1983 г. Канд. техн. наук, старший научный сотрудник лаборатории «Радиационная газовая динамика» ИПМех РАН, доцент кафедры «Теплофизика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 120 публикаций в области теплофизики и радиационной газовой динамики. e-mail: vik.kuzenov@gmail.com

Рыжков Сергей Витальевич родился в 1974 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1997 г. и аспирантуру МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2001 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Теплофизика», ученый секретарь Ученого совета Научно-учебного комплекса «Энергомашиностроение», координатор платформы сотрудничества столичных технических университетов Центральной и Восточной Европы (СЕЕМУТ). Лауреат премии РАО «ЕЭС России» и Российской академии наук «Новая генерация» в области энергетики и смежных наук, лауреат премии и медали РАН для молодых ученых в области физико-технических проблем энергетики. Специалист в области физики высокотемпературной плазмы и управляемого термоядерного синтеза. Автор более 100 научных работ в области теплофизики, физики плазмы, радиационной газовой динамики и ядерной энергетики. e-mail: ryzhkov@power.bmstu.ru