УДК 536.24

Уравнение изменения массы фазы в аккумуляторе теплоты фазового перехода

© Н.А. Россихин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Для проточного аккумулятора теплоты фазового перехода предложено понятие удельной (на единицу длины) массы теплоаккумулирующего материала и выведено уравнение изменения фазового состава в процессе зарядки или разрядки. С его помощью в рамках одномерной квазистационарной модели могут быть рассчитаны массы жидкой и твердой фаз в процессе фазового перехода в условиях заданной тепловой нагрузки, определяемой временным графиком изменения температуры на входе.

Ключевые слова: *аккумулятор теплоты, зарядка, разрядка, фазовый переход, жидкая фаза, твердая фаза.*

Аккумуляторы теплоты фазового перехода (АФП) в настоящее время находят все более широкое применение. Особенно они эффективны в гелиоустановках, поскольку позволяют использовать теплоту низкопотенциальных источников, обеспечивающих небольшие температурные напоры.

Пример применения АФП капсульного типа в вентиляционно-отопительной системе, использующей солнечную энергию, накопленную в период инсоляции, для ночного отопления можно найти в [1]. В этой системе воздух, поступающий в здание извне, проходит через солнечный коллектор, и в период поступления солнечной энергии нагревается, в результате чего осуществляется зарядка аккумулятора. Его разрядка происходит при отсутствии инсоляции, когда температура воздуха на входе в АФП меньше температуры фазового перехода теплоаккумулирующего материала (ТАМ). При этом ТАМ подобран таким образом, чтобы воздух на выходе из АФП обеспечивал комфортные условия — температура его фазового перехода равна 20 °С.

В [1] приведена формула распределения температурного поля на участке АФП, основанная на допущении о стационарности потоков теплоты от теплоносителя к ТАМ. Ее можно применить на длине АФП по ходу теплоносителя от поперечного сечения на входе до любого другого:

$$T(x,\tau) = T_{\text{ф}} - \left[T_{\text{ф}} - T_{\text{вх}}(\tau)\right]\exp\left(-\frac{A(x)}{c_p \rho V R}\right). \qquad (1)$$

Здесь $T(x, \tau)$ — средняя по поперечному сечению температура теплоносителя в АФП (см. рисунок); x — координата на оси, направленной вдоль потока теплоносителя; $T_ф$ — температура фазового перехода ТАМ; $T_{вх}(\tau)$ — температура теплоносителя на входе в АФП ($T(0, \tau) = T_{вх}(\tau)$); $A(x)$ — общая площадь внешней поверхности капсул в АФП от входа до поперечного сечения с координатой x; c_p — изобарная массовая теплоемкость теплоносителя, Дж/(кг·K); ρ — плотность теплоносителя, кг/м^3; V — объемный расход теплоносителя, м^3/с; R — термическое сопротивление между потоком теплоносителя и поверхностью фазового перехода ТАМ по потоку теплоты, отнесенному к площади внешней поверхности капсул $A(x)$, м^2·K/Вт. Оно определяется соотношением

$$\frac{Q}{A(x)} = \frac{T(x, \tau) - T_ф}{R},$$

где Q — тепловой поток от теплоносителя к поверхности фазового перехода.

Для сферических капсул диаметром D

$$A(x) = 6A_с\,(1 - \varepsilon)x/D, \tag{2}$$

где $A_с$ — площадь поперечного сечения проточной части АФП; ε — пористость при заполнении пространства АФП сферическими капсулами.

Из (2) видно, что при неизменных значениях площади поперечного сечения $A_с$, пористости ε и диаметров шаров D величина $A(x)$ пропорциональна x, т. е. $A(x) = bx$, где b — постоянная величина. Формула (1) выведена при условии постоянства параметров b, $c_р$, ρ, R, $T_{вх}$. Для этого случая $b = A' = \text{const}$, где A' — производная функции $A(x)$.

В [1] перечислены допущения, позволяющие прийти к уравнению (1), выражающему изменение средней по поперечному сечению АФП температуры теплоносителя вдоль оси x:

• рассматривается одномерный теплообмен в потоке теплоносителя ($T(x, y, z, \tau) = T(x, \tau)$);

• тепловой поток через поверхность шара является однородным;

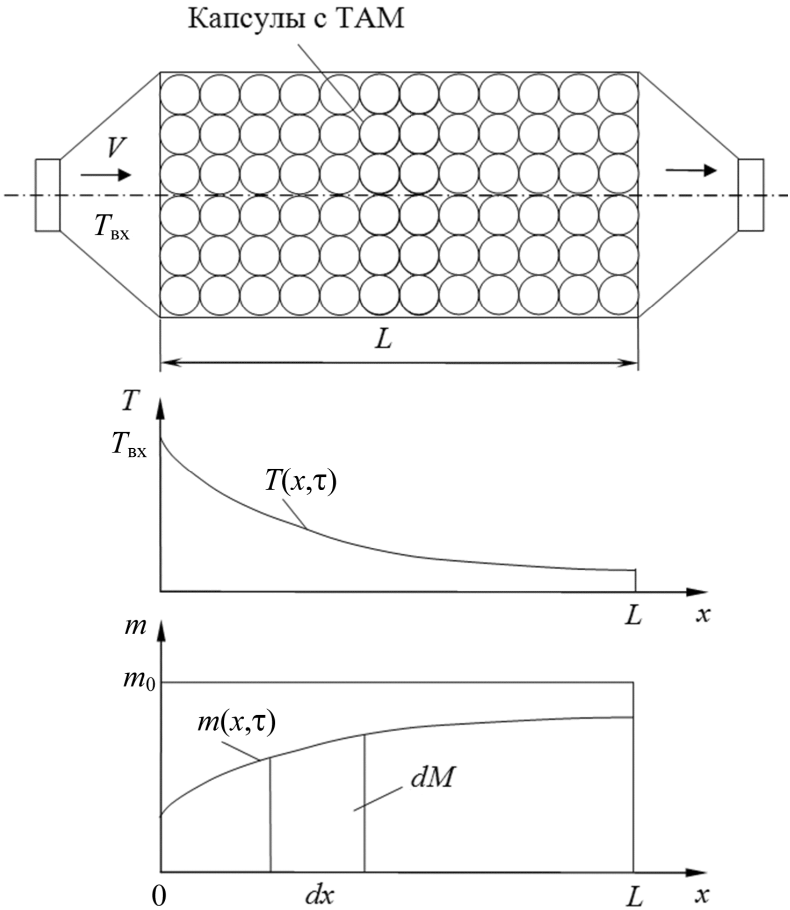
• плавление и затвердевание происходят при одинаковой постоянной температуре ТАМ;

• изменение теплофизических свойств не учитывается;

• все капсулы одинаково заполнены ТАМ.

В то же время уравнение (1) пригодно, когда температура $T_{вх}(\tau)$ и термическое сопротивление $R(x, \tau)$ являются медленно изменяющимися функциями и в каждый момент времени температурные поля в

АФП близки к стационарным. В этом заключается квазистационарный поход к решению задач стефановского типа, разработанный для задачи промерзания грунта [2] и в дальнейшем применявшийся для решения других подобных задач. В случае очень быстрого изменения температуры на входе эта зависимость оказывается непригодной и требуется использование нестационарной модели теплообмена.



Распределение температуры теплоносителя и удельной массы расплавившегося ТАМ в проточном АФП в процессе зарядки

Общее термическое сопротивление

$$R = R_{\text{т}} + R_{\text{об}} + R_{\text{ТАМ}},$$

где $R_{\text{т}} = 1/\alpha$ — термическое сопротивление между потоком теплоносителя и поверхностью капсул, α — коэффициент теплоотдачи; $R_{\text{об}}$ — термическое сопротивление оболочки капсулы; $R_{\text{ТАМ}}$ — термическое сопротивление между внутренней поверхностью капсулы и поверхностью фазового перехода в ТАМ.

Коэффициент α определяется с использованием известных критериальных зависимостей. Наличие временной зависимости $R_{\text{ТАМ}}(x, \tau)$ связано с тем, что в капсулах с ТАМ происходит фазовый переход. В то же время $R_{\text{об}} = \text{const}$, и также можно считать, что $R_{\text{т}} = \text{const}$.

При плавлении ТАМ термическое сопротивление $R_{\text{ТАМ}}(x, \tau) \approx \approx \text{const}$, что связано с наличием конвективной составляющей теплопереноса в жидкой прослойке между оболочкой капсулы и поверхностью фазового перехода. При этом осуществляется контактное плавление — твердая часть тонет и ее нижняя часть находится в непосредственной близости к внутренней поверхности оболочки.

В процессе затвердевания можно считать $R_{\text{ТАМ}}(\tau) \approx \text{const}$, когда используются капсулы небольшого размера или рассматривается начало процесса и толщина затвердевшей корки ТАМ невелика.

При выводе уравнения (1) не учитывается теплота, идущая на изменение температуры в фазах ТАМ, доля которой заметна в начале процесса зарядки или разрядки, когда осуществляется начальный прогрев или охлаждение ТАМ. Однако по сравнению с теплотой, затрачиваемой на фазовый переход, она значительно меньше.

Для полного описания процесса в АФП уравнение (1) следует дополнить соотношением для определения массы ТАМ, изменившего в процессе фазовое состояние — расплавившегося или затвердевшего в зависимости от режима работы аккумулятора.

Рассмотрим изменение параметров в АФП на участке dx (см. рисунок). Поток теплоты через поверхность капсул в АФП в слое толщиной dx определяется соотношением

$$dQ = \frac{\left|T(x,\tau) - T_{\text{ф}}\right|}{R} A' dx. \tag{3}$$

Использование модуля позволяет объединить в одной формуле режимы зарядки и разрядки.

Вследствие подвода (отвода) теплоты $dQ\,d\tau$ осуществляется фазовый переход:

$$dQ\,d\tau = -Q_{\text{ф}} dM. \tag{4}$$

Здесь dM — уменьшение массы фазы ТАМ за время $d\tau$; $Q_{\text{ф}}$ — теплота фазового перехода. В соотношении (4) считаем $dQ > 0$. Знак минус в формуле означает, что количество твердой или жидкой фазы (соответственно при зарядке или разрядке) уменьшается, процесс начинается со стороны оболочки капсулы с ТАМ.

Из (3) и (4) следует

$$\frac{\left|T(x,\tau) - T_{\text{ф}}\right|}{R} A' dx\, d\tau = -Q_{\text{ф}} dM.$$

Отсюда получается дифференциальное соотношение для расчета изменения удельной (на единицу длины) массы фазы ТАМ:

$$\frac{dm}{d\tau} = -\frac{\left|T(x,\tau) - T_{\text{ф}}\right|}{Q_{\text{ф}} R} A', \tag{5}$$

где $m(x,\tau) = \dfrac{dM}{dx}$ — удельная (по длине АФП) масса оставшейся после фазового перехода части ТАМ.

Подстановка (1) в (5) дает

$$\frac{dm}{d\tau} = -\frac{\left|T_{\text{вх}}(\tau) - T_{\text{ф}}\right| \exp\left(-\dfrac{A'x}{c_p \rho V R}\right)}{Q_{\text{ф}} R} A'. \tag{6}$$

Необходимо отметить, что $T_{\text{вх}}(\tau)$ — известная зависимость температуры от времени, а термическое сопротивление R зависит от перемещающейся во времени поверхности фазового перехода, положение которой определяется условиями теплообмена в АФП. В соответствии с этим происходит убыль количества фазы $M_{\text{к}}(x, \tau)$, жидкой или твердой, прилегающей к поверхности оболочки капсулы. Здесь $M_{\text{к}}(x, \tau)$ — масса фазы в одной капсуле. Соответственно получается однозначное соответствие между термическим сопротивлением $R_{\text{ТАМ}}$ и $M_{\text{к}}$, а именно $R_{\text{ТАМ}} = R_{\text{ТАМ}}(M_{\text{к}})$.

Можно совершить переход к зависимости $R_{\text{ТАМ}}$ от m. Для этого рассмотрим массу фазы M в объеме $A_{\text{c}}\,dx$ (см. рисунок):

$$dM = M_{\text{к}} dn = M_{\text{к}} n' dx, \tag{7}$$

где dn — число капсул в объеме $A_{\text{c}}\,dx$; $n' = \dfrac{dn}{dx}$ — число капсул, приходящееся на единицу длины АФП.

Из (7) следует

$$M_{\text{к}} = \frac{m}{n'},$$

и можно записать, что $R_{\text{ТАМ}}(m/n')$. Поскольку площадь A_{c} постоянна и пористость по объему АФП не изменяется (считаем, что капсулы одинаковые и одинаково уложены), то $n' = \text{const}$, так что общее термическое сопротивление зависит только от удельной массы фазы ТАМ:

$$R(m) = R_{\text{c}} + R_{\text{об}} + R_{\text{ТАМ}}(m/n').$$

Считаем, что $R_с + R_{об}$ = const. Поэтому в наиболее общем виде решение уравнения (6) может быть получено, если учесть изменение термического сопротивления в процессе, т. е. используя зависимость $R(m(x, \tau))$. Применим метод разделения переменных к уравнению (6):

$$\int_{m_0}^{m} R(m)\exp\left(\frac{A'x}{c_p \rho V R(m)}\right) dm = -\frac{A'}{Q_ф}\int_0^{\tau} \left|T_{вх}(\tau) - T_ф\right| d\tau. \qquad (8)$$

Отсюда с использованием конкретного выражения $R(m)$ можно получить зависимость $m(x, \tau)$.

Выведем зависимость термического сопротивления от удельной массы m при режиме разрядки АФП для капсул сферической формы. В этом случае на внутренней стороне оболочки капсулы образуется корка, толщина которой увеличивается с течением времени. Следует иметь в виду, что из-за неравномерности условий нагрева ее толщина может сильно изменяться по поверхности оболочки, но для вывода необходимых соотношений будем считать это изменение не слишком значительным и использовать ее среднюю толщину, определяемую диаметром $D_ф$.

Сначала определим связь между m и $D_ф$, которая получается из геометрических соображений. Отношение объема незатвердевшей фазы ТАМ к его объему внутри капсулы

$$\frac{V_ф}{V_к} = \frac{D_ф^3}{D^3}.$$

Для слоя АФП объемом $A_с dx$ это отношение записывается как

$$\frac{dV_{ф\,АФП}}{(1-\varepsilon)A_с\, dx} = \frac{D_ф^3}{D^3},$$

где $dV_{ф\,АФП}$ — объем жидкой фазы.

С использованием этого выражения запишем

$$m = \frac{dM}{dx} = \rho_L \frac{dV_{ф\,АФП}}{dx} = (1-\varepsilon)\rho_L A_с \frac{D_ф^3}{D^3},$$

или

$$m = (1-\varepsilon)\rho_L A_с D_ф^3 / D^3.$$

Здесь ρ_L — плотность жидкой фазы ТАМ, обычно в применяемых фазопереходных веществах она меньше, чем у твердой. Для простоты при выводе последней формулы не учитывалась толщина оболочки капсулы, что при необходимости нетрудно сделать. Отсюда получим

$$D_{\text{ф}} = \left[\frac{m}{(1-\varepsilon)\rho_L A_{\text{c}}} \right]^{1/3} D. \tag{9}$$

Известно, что для сферического слоя материала термическое сопротивление

$$R_{\text{ТАМ}} = \frac{D^2}{4\lambda_S} \left(\frac{1}{D_{\text{ф}}} - \frac{1}{D} \right),$$

где λ_S — теплопроводность твердой фазы.

Подстановка $D_{\text{ф}}$ из (9) приводит к формуле для определения термического сопротивления ТАМ в капсулах:

$$R_{\text{ТАМ}} = \frac{D}{4\lambda_S} \left\{ \left[\frac{m}{(1-\varepsilon)\rho_L A_{\text{c}}} \right]^{1/3} - 1 \right\},$$

а общее термическое сопротивление оказывается равным

$$R(m) = R_{\text{c}} + R_{\text{об}} + \frac{D}{4\lambda_S} \left\{ \left[\frac{m}{(1-\varepsilon)\rho_L A_{\text{c}}} \right]^{1/3} - 1 \right\}.$$

При использовании этого соотношения в уравнении (8) получается довольно громоздкое выражение, которое более целесообразно решать, используя приближенный метод.

Наиболее простым допущением является условие постоянства R. В этом случае уравнение (8) можно проинтегрировать и получить удобную формулу для определения удельной массы фазы:

$$m(x,\tau) = m_0 - \frac{A'}{Q_{\text{ф}} R} \exp\left(-\frac{A' x}{c_p \rho V R} \right) \left| \int_0^{\tau} T_{\text{вх}}(\tau)\, d\tau - T_{\text{ф}} \tau \right|. \tag{10}$$

Здесь m_0 — удельная масса ТАМ, т. е. масса, приходящаяся на единицу длины, в начальный момент процесса зарядки или разрядки, а именно при $\tau = 0$. Ее можно рассчитать по формуле

$$m_0 = m(x, 0) = \frac{M}{L} = \rho_L A_{\text{c}} (1-\varepsilon). \tag{11}$$

Считается, что в расплавленном состоянии ТАМ занимает всю капсулу. Толщина оболочки при выводе формулы (11) не учитывалась. Также предполагается, что в начале процесса в АФП ТАМ находится полностью в жидком или твердом состоянии.

Вся масса фазы, в которой на момент времени τ фазовый переход не произошел,

$$M(\tau) = \int_0^L m(x, \tau)\, dx.$$

После интегрирования получим

$$M(\tau) = M_0 - \frac{c_p \rho V}{Q_ф}\left[1 - \exp\left(-\frac{A(L)}{c_p \rho V R}\right)\right]\left|\int_0^\tau T_{вх}(\tau)\, d\tau - T_ф \tau\right|. \qquad (12)$$

Здесь $M_0 = m_0 L$ — общая масса ТАМ.

Для расчета затрат теплоты на фазовый переход можно воспользоваться следующими соотношениями:

$$Q_l(x, \tau) = Q_ф\left[m_0 - m(x, \tau)\right].$$

При этом $Q_l(x, \tau) = \dfrac{dQ}{dx}$ — теплота фазового перехода в АФП, приходящаяся на единицу его длины.

Теплота, участвующая в фазовом переходе,

$$Q(\tau) = \int_0^L Q_l(x, \tau)\, dx = Q_ф\left[M_0 - M(\tau)\right].$$

Соотношения (10), (12) можно переписать в виде

$$m(x, \tau) = m_0 - \frac{A'}{Q_ф R}\exp\left(-\frac{A' x}{c_p \rho V R}\right)\left|T_{вх.ср}(\tau) - T_ф\right|\tau; \qquad (13)$$

$$M(\tau) = M_0 - \frac{c_p \rho V}{Q_ф}\left[1 - \exp\left(-\frac{A(L)}{c_p \rho V R}\right)\right]\left|T_{вх.ср}(\tau) - T_ф\right|\tau,$$

где $T_{вх.ср}$ — средняя температура теплоносителя на входе в АФП:

$$T_{вх.ср}(\tau) = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau T_{вх}(\tau)\, d\tau.$$

При $T_{вх}$ = const температура $T_{вх.ср}$ равна его температуре на входе: $T_{вх.ср} = T_{вх}$.

Условие постоянства температуры воздуха на входе в АФП достаточно хорошо соответствует ночному периоду разрядки. Также можно с известной степенью точности в среднем по времени всего процесса аппроксимировать существенно меняющуюся температуру ее средним значением за интересующий период.

Формулы (10), (13) для определения удельной массы ТАМ и полной массы в АФП вещества, в котором не осуществился фазовый переход, и уравнение (1), позволяющее вычислить среднюю температуру теплоносителя в произвольном сечении проточного АФП, в том числе на выходе из него, полностью описывают процессы зарядки и разрядки АФП и позволяют рассчитать его характеристики.

Таким образом, выведен ряд аналитических зависимостей, дающих возможность проводить расчет параметров АФП, изменяющихся в процессе его зарядки или разрядки. С их помощью можно вычислить массу ТАМ, расплавившегося при зарядке или затвердевшего при разрядке, и, соответственно количество теплоты, передаваемой в процессе теплообмена на разных участках АФП. В рамках одномерной модели могут быть определены масса, ее изменение по длине АФП, а также затрачиваемая на фазовый переход теплота.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Arkar C. Enhanced Solar Assisted System Using Sphere Encapsulated PCM Thermal Heat Storage. *IEA, ECES IA Annex 17, Advanced Thermal Energy Storage Techniques-Feasibility Studies and Demonstration Projects*. 2nd Workshop, Ljubljana, 2002.

[2] Лейбензон Л.С. *Руководство по нефтепромысловой механике*. Москва; Ленинград, ОНТИ НКТП СССР, 1934.

Статья поступила в редакцию 21.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Россихин Н.А. Уравнение изменения массы фазы в аккумуляторе теплоты фазового перехода. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 5.

URL: http://engjournal.ru/catalog/machin/criogen/726.html

Россихин Николай Алексеевич родился в 1952 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1976 г., МГУ им. М.В. Ломоносова в 1981 г. Старший преподаватель кафедры «Теплофизика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 14 научных работ в области математического моделирования процессов в системах с фазовыми переходами. e-mail: ross1n@rambler.ru