УДК 004.9

А. В. Пролетарский

АЛГОРИТМЫ ГИБКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С БОЛЬШИМ АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ КАЧЕСТВОМ НА УЧАСТКАХ СПУСКА И ПОСАДКИ

Сформулированы принципы определения параметров управляющей функции, обеспечивающей выполнение произвольного числа конечных условий, накладываемых на управляемый полет летательного аппарата на участках спуска и посадки.

E-mail: pav_mipk@mail.ru

Ключевые слова: *система управления, летательный аппарат, закон управления*

В общем случае задача оптимального управления движением летательным аппаратом (ЛА) на участке спуска в атмосфере состоит в нахождении программы управления подъемной силой и углом крена, максимизирующей некоторую функцию конечного состояния при заданных краевых условиях и ограничениях на управление. Решение задачи оптимизации в точной постановке возможно лишь численными методами. В принципе для решения задачи квазиоптимального управления спуском ЛА с аэродинамическим качеством может быть использован метод стыковки асимптотических решений, основанный на приближенном разложении фазовых координат и множителей Лагранжа в двух областях – внешней (кеплеровской) и внутренней (аэродинамической). Эти области характеризуются преобладанием соответственно гравитационных и аэродинамических сил. Разложения получают в аналитически замкнутой форме и стыкуют, а затем строят составное квазиоптимальное решение, пригодное для обеих областей, однако трудно реализуемое на борту ЛА.

Если же сделать допущение о том, что спуск ЛА в атмосфере осуществляется по траектории планирования, то аналитические решения задачи оптимизации управления спуском могут быть получены для частных случаев максимизации боковой и продольной дальностей полета.

При спуске ЛА в атмосфере возникает ряд проблем, связанных с аэродинамическим нагревом его поверхности и действием перегрузок. Следовательно управление ЛА должно выбираться из условия минимального времени полета в атмосфере при ограничении температуры обшивки ЛА некоторым предельно допустимым значением. При этом считается целесообразным осуществлять спуск ЛА с заранее рассчитанной номинальной программой изменения угла атаки на траектории спуска.

Таким образом, точное решение задачи оптимального управления спуском ЛА в атмосфере – сложная проблема вследствие большой трудоемкости получения семейства экстремалей, соответствующих различным значениям условий входа в атмосферу, типам оптимизируемых функционалов и т. д. Решение этой проблемы можно существенно упростить, если использовать квазиоптимальные законы управления, обеспечивающие незначительные погрешности по величине оптимизируемого функционала при относительной простоте их реализации на борту ЛА. С этой целью представим динамическую систему движения ЛА в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{V} = \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{n} F_i + \sum_{j=1}^{k} F_j\right); \quad \dot{r} = \boldsymbol{V}, \qquad (1)$$

где m – масса ЛА; F_i, F_j – возмущающие (неуправляемые) и управляющие силы соответственно; r – радиус-вектор; $\boldsymbol{V}$ – вектор скорости ЛА.

Силы, действующие на ЛА, независимо от природы их возникновения вызывают ускорение объекта, кажущееся значение которого можно измерить акселерометрами. Поскольку ускорение ЛА пропорционально сумме всех действующих сил, различить которые по показаниям акселерометров невозможно, то целесообразно синтез управления спуском ЛА в атмосфере осуществлять на основе его кажущегося ускорения $\dot{w}$, а не на основе управляющих сил, т. е. $u = \dot{w}$, где $\dot{w}$ – продольное кажущееся ускорение ЛА, $\dot{w} = X / m$, X – аэродинамическая сила лобового сопротивления.

Ставя основной задачей разработку простого метода управления движением ЛА на атмосферном участке спуска с орбиты, сузим множество допустимых решений и будем искать управляющую функцию в классе полиномов

$$u = \sum_{i=0}^{n} c_i V^i, \qquad (2)$$

где c_i – параметры управления. При этом ограничения на параметры движения и на управление не накладываются. Аналогичный прием используется при поиске оптимальных управлений методом Ритца.

Поскольку число конечных условий N может быть больше или меньше (равно) числа n управляющих параметров, то для случая $n \le N$ управляющая функция примет вид

$$u = \sum_{i=0}^{n-1} c_i V^i. \tag{3}$$

Интегрируя (3) N раз в пределах от $V = 0$ до $V = V_k$ и приравнивая n фазовых координат их заданным конечным значениям, получим систему из n алгебраических уравнений

$$r_k^{(\nu)} = \sum_{j=\nu}^{N-1} r_0^{(j)} \frac{V_k^{(j-\nu)}}{(j-\nu)!} + \sum_{i=0}^{n-1} c_i \frac{i! V_k^{(i+N-\nu)}}{(i+N-\nu)!}, \tag{4}$$

$$\nu = 0, 1, ..., n-1,$$

из которых можно найти неизвестные параметры управления $c_0, ..., c_{n-1}$.

Если $n > N$, то структура управления также ищется в виде (3). При этом, изменяя ν в пределах от 0 до N–1, из системы (4) можно получить первые N алгебраических уравнений, накладывающих конечные условия на управляющую функцию и ее производные:

$$u_k^{(i)} = \sum_{j=i}^{n-1} \frac{j!}{(j-1)!} c_j V_k^{(j-1)}, \ i = 0, 1, ..., n-N-1. \tag{5}$$

Найти известными методами аналитические выражения для искомых параметров c_i управляющей функции, входящих в уравнения (4) и (5), не представляется возможным. Однако если рассмотреть динамические свойства управляющего объекта (1), охваченного обратной связью (2), то можно найти рекуррентно соотношение между параметрами управления c_{i-1} и c_i в виде

$$c_i = i^{-1} dc_{i-1} / dV, \ i = 1, 2, ..., n-1. \tag{6}$$

Использование этого соотношения позволяет получить достаточно простые рекуррентные формулы для вычисления параметров $c_0, ..., c_{n-1}$:

$$\begin{aligned} c_0 &= \sum_{\nu=0}^{N-1} \frac{d_\nu^{[\theta]}}{V_k^{N-\nu}} r_0^{(\nu)} + \sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{h_\nu^{[0]}}{V_k^{N-\nu}} r_k^{(\nu)}; \\ c_i &= \sum_{\nu=0}^{N-1} \frac{1}{i V_k^{N-\nu+i}} [d_{\nu-1}^{[i-1]} + d_\nu^{[i-1]} (N+i-\nu-1) + \\ &+ d_{N-1}^{[i-1]} d_\nu^{[0]}] r_0^{[\nu]} + \sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{1}{i V_k^{N-\nu+1}} [h_\nu^{[i-1]} (N+i-\nu-1) + \\ &+ d_{N-1}^{[i-1]} h_\nu^{[0]}] r_k^{(\nu)}, \ i = 1, 2, ..., n-1. \end{aligned} \tag{7}$$

Верхние индексы коэффициентов $d_\nu^{[i-1]}, h_\nu^{[i-1]}, d_\nu^{[0]}, h_\nu^{[0]}$ означают, что при вычислении очередного c_i значения этих коэффициентов берутся от предыдущего c_{i-1} и от c_0 для одних и тех же значений нижних индексов. При этом считаем, что коэффициенты с отрицательными индексами равны нулю: $d_{-1} = h_{-1} = 0$. Исходные значения коэффициентов $d_\nu^{[0]}$ *и* $h_\nu^{[0]}$ для c_0 вычисляют по формулам:

$$d_\nu^{[0]} = -\frac{N!(N+n-\nu-1)!}{(n-1)!(N-\nu)!\,\nu!}, \quad \nu = 0,1,\ldots,N-1;$$
$$h_\nu^{[0]} = (-1)^\nu \frac{(N+n-\nu-1)!}{(n-\nu-1)!\,\nu!}, \quad \nu = 0,1,\ldots,n-1. \tag{8}$$

Соотношения (7) позволяют определить неизвестные параметры управляющей функции (2), обеспечивающей выполнение произвольного числа конечных условий, накладываемых на управляемый ЛА, без учета ограничений на параметры его движения и на управление. Поскольку при этом не требуется обеспечить, например, минимум какого-либо функционала, то изложенная выше задача имеет чисто терминальную постановку. В то же время можно утверждать, что при числе конечных условий, равном порядку системы, полученная управляющая функция (2) является оптимальной по критерию

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{V_k} u^2 dV. \tag{9}$$

Это подтверждается результатами работ, в которых такая же управляющая функция получена из условия минимума функционала (9).

Таким образом, в работе сформулированы некоторые принципы гибкого управления полетом ЛА с большим аэродинамическим качеством.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пролетарский А. В. Интеллектуализированная система управления перспективными ракетами космического назначения // Автоматизация и современные технологии. – 2011. – № 6. – С. 30–33.
2. Пролетарский А. В. Методы решения задачи идентификации моделей движения центра масс ракет космического назначения // Электронное научно-техническое издание «Образование и наука». – 2012. – № 3. – Рег. 77-30569/345425. http://technomag.edu.ru/doc/345425.html
3. Proletarsky A., Neusipin K. Selection of Measured Signals in the Navigation Measuring Complex // Journal of Measuriment Science and Instrunentation. – Dec. 2011. – Vol. 2. – No. 4. – P. 346–348.

4. P r o l e t a r s k y A., N e u s i p i n K. Research Filtering Algoritm With Delay Effect For Measurment system // Science&Military. – 2011. – Vol. 6. – P. 47–53.
5. П р о л е т а р с к и й А. В. Состав комплексных исследований по разработке интеллектуализированной системы управления перспективных средств выведения космических аппаратов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. Спец. выпуск. «Информационные технологии и компьютерные системы». – 2011. – С. 88–98.

Статья поступила в редакцию 14.05.2012