

## Особенности течения сверхзвуковых потоков в узких цилиндрических каналах

© А.В. Воронцовский, С.А. Сучков, Л.А. Филимонов

НИИ энергетического машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
Москва, 105005, Россия

*Проведено расчетно-теоретическое исследование особенностей течения сверхзвуковых высокосубальпийных потоков в узких цилиндрических каналах. Математическая модель базируется на решении полной нестационарной системы уравнений Навье — Стокса в осесимметричной постановке. Расчеты выполнены для ламинарного и турбулентного режимов течения с использованием различных моделей турбулентности. Проанализировано влияние геометрических параметров канала на характеристики течения. Рассмотрены особенности распределения числа Маха по радиусу потока в различных сечениях канала. Показано, что в зависимости от условий имеет место торможение различной интенсивности вплоть до формирования в канале зоны дозвукового течения значительной длины.*

**Ключевые слова:** *сверхзвуковой поток, цилиндрический канал, модель турбулентности, число Маха.*

**Введение.** Процессы течения сверхзвуковых потоков в каналах исследуются на протяжении длительного времени, что связано с недостаточной изученностью многих их особенностей, обусловленных, в частности, формированием пограничных слоев и турбулентностью. При течениях сверхзвуковой поток в канале может перейти в дозвуковой, причем этот переход происходит с образованием так называемого псевдоскачка — сложной структуры скачков уплотнения и областей отрывного пристеночного течения [1].

Исследованию торможения сверхзвуковых потоков в каналах и формированию псевдоскачка посвящено значительное число работ, направленных большей частью на изучение этих процессов применительно к современным и перспективным воздушно-реактивным двигателям и аэродинамическим трубам, поскольку именно в сверхзвуковых диффузорах и воздухозаборниках самолетов, а также в газопроводах некоторых типов двигателей наблюдаются течения такого типа. Например, работа [2] посвящена экспериментальному и расчетному исследованию торможения сверхзвуковых потоков в цилиндрических и слаборасширяющихся каналах сравнительно большого диаметра (81 мм) при наличии вязкого взаимодействия. Определены условия образования псевдоскачка в каналах и показана его

связь с обычным отрывом турбулентного пограничного слоя на свободной поверхности. Экспериментально получены профили скорости, давления и других параметров. Разработаны математические модели течения этого вида, основанные как на асимптотических методах, так и на решении полных уравнений Навье — Стокса с использованием различных моделей турбулентности. В [3] рассмотрены нестационарные процессы взаимодействия и отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке, приводящие к возникновению псевдоскачка. Выведены уравнения, описывающие подобное течение, получены численные решения линеаризованной и нелинейной систем уравнений.

Торможение сверхзвуковых потоков в каналах реализуется также во многих технических устройствах, в том числе в ряде технологических установок для сверхзвукового газопламенного напыления покрытий (HVOF), где сверхзвуковой высокоэнтальпийный газовый поток, генерируемый камерой сгорания и соплом Лавалья, поступает в цилиндрический канал (ускорительный насадок) с целью максимально возможного ускорения частиц напыляемого материала. Отметим, что диаметр канала ускорительного насадка в таких установках обычно не превышает 5...10 мм. Поскольку в этом случае толщина пограничного слоя соизмерима с диаметром канала, то рассматриваемые течения относятся к классу течений в узких каналах.

Настоящая статья посвящена расчетно-теоретическому анализу процессов течения сверхзвуковых высокоэнтальпийных потоков в узких цилиндрических каналах ускорительных насадков установок HVOF в условиях торможения потока и формирования псевдоскачка. Ряд особенностей постановки задачи вызван тем, что исследования проводились с целью оптимизации параметров газодинамического тракта применительно к конкретным видам технологических установок HVOF, которые достаточно широко используются в машиностроении (например, в авиа-, двигателе- и турбостроении).

**Описание математической модели.** Для корректного моделирования течения сверхзвукового потока в цилиндрическом канале целесообразно рассматривать движение газа как в самом канале, так и за его пределами, т. е. в свободной струе. Это связано с невозможностью корректного задания граничных условий в выходном сечении канала без учета условий истечения струи. Кроме того, при моделировании процессов в технологических установках HVOF следует учитывать сложный профиль газодинамического тракта и условия теплообмена с его стенками.

Основные требования к математической модели, описывающей сверхзвуковые течения применительно к рассматриваемой задаче, основываются на следующих ее особенностях:

- необходимость вычисления параметров потока как в каналах, так и в свободной струе;
- необходимость учета теплообмена со стенками каналов;
- наличие в потоке зон до-, около- и сверхзвукового течений, приводящих к формированию скачков уплотнения различной формы;
- наличие в потоке зон вдува и рециркуляции;
- сложная форма расчетной области.

Разработанная математическая модель базируется на решении полной нестационарной системы уравнений Навье — Стокса в осесимметричной постановке. При этом газ предполагается идеальным, диффузия описывается законом Фика, химические реакции между компонентами высокотемпературного газового потока отсутствуют, радиационный теплообмен со стенками канала не учитывается.

Система уравнений Навье — Стокса, записанная в векторной форме, имеет вид [4]

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial(A-R)}{\partial x} + \frac{\partial(B-X)}{\partial r} + \frac{F}{r} = S,$$

$$\text{где } \sigma = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \\ \rho Y_1 \\ \vdots \\ \rho Y_{i-1} \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (e+p)u \\ \rho Y_1 u \\ \vdots \\ \rho Y_{i-1} u \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ (e+p)v \\ \rho Y_1 v \\ \vdots \\ \rho Y_{i-1} v \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xr} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xr} + q_x \\ \rho D_1 \frac{\partial Y_1}{\partial x} \\ \vdots \\ \rho D_{i-1} \frac{\partial Y_{i-1}}{\partial x} \end{bmatrix};$$

$$X = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xr} \\ \tau_{rr} \\ u\tau_{xr} + v\tau_{xx} + q_r \\ \rho D_1 \frac{\partial Y_1}{\partial r} \\ \vdots \\ \rho D_{i-1} \frac{\partial Y_{i-1}}{\partial r} \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xr} \\ \rho v^2 - \tau_{rr} + \tau_{\theta\theta} \\ (e+p)v - u\tau_{xr} - v\tau_{xx} - q_r \\ \rho Y_1 v - \rho D_1 \frac{\partial Y_1}{\partial r} \\ \vdots \\ \rho Y_{i-1} v - \rho D_{i-1} \frac{\partial Y_{i-1}}{\partial r} \end{bmatrix}; \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ S_U \\ S_V \\ S_E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right), \quad \tau_{rr} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right),$$

$$\tau_{\theta\theta} = 2\mu \frac{v}{r} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right), \quad \tau_{xr} = \tau_{rx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

— вязкие напряжения для газового потока;

$$q_x = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \sum_{i=1}^{N_S} D_i h_i \frac{\partial (\rho Y)_i}{\partial x}, \quad q_r = \lambda \frac{\partial T}{\partial r} + \sum_{i=1}^{N_S} D_i h_i \frac{\partial (\rho Y)_i}{\partial r}$$

— тепловые потоки в осевом и радиальном направлениях;

$$e = \frac{p}{k-1} + \rho \frac{u^2 + v^2}{2} \quad \text{— полная энергия единицы массы газа; } x, r \text{ —}$$

осевая и радиальные координаты;  $u, v$  — осевая и радиальная составляющие скорости газа;  $T, p, \rho$  — температура, давление и плотность

газа;  $h_i = H_{fi} + \int_{T_0}^T C_{pi} dT$  — энтальпия  $i$ -го компонента газовой фазы;

$Y_i, H_{fi}$  — массовая концентрация и энтальпия образования  $i$ -го компонента газовой фазы;  $C_p, D, \mu, \lambda$  — теплоемкость и коэффициенты диффузии, эффективной вязкости, теплопроводности газа.

При проведении расчетно-теоретического исследования рассматривались как ламинарный режим течения, так и турбулентный. Для учета влияния турбулентности применялись модели Спаларта — Аллареса [5] и  $k$ - $\epsilon$ -модели (стандартная модель Сполдинга [6], низкорейнольдсовая модель Чена с учетом сжимаемости [7], а также модели Джонса — Лаундера [6] и Лаундера — Шармы — Япа [8, 9]).

Стационарное решение указанной системы уравнений находят методом установления с использованием смешанной явной конечно-разностной схемы второго порядка, аналогичной описанной в [10].

**Результаты расчетно-теоретического исследования.** В рамках расчетно-теоретического исследования изучены особенности течения сверхзвукового высокоэнтальпийного потока при его движении в узком цилиндрическом канале и при истечении в окружающую среду применительно к технологическим установкам HVOF. Поток продуктов сгорания кислорода и керосина, имеющий давление 0,8 МПа и температуру 3000 К, формируется в камере сгорания и поступает в коническое сопло Лавала, где ускоряется до сверхзвуковой скорости. К выходному сечению сопла Лавала присоединен ускорительный насадок, его цилиндрический канал имеет длину  $L$  и внутренний диаметр  $D$ . Сверхзвуковой поток поступает из сопла Лавала в канал ускорительного насадка, где имеет место частичное торможение потока и восстановление давления. Истечение из насадка происходит в

атмосферу (давление 0,1 МПа). Схема расчетной области представлена на рис. 1 (границы показаны штриховой линией).

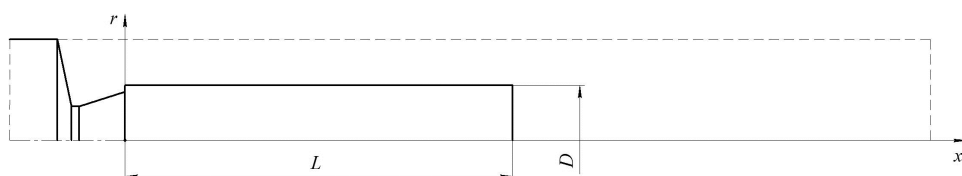


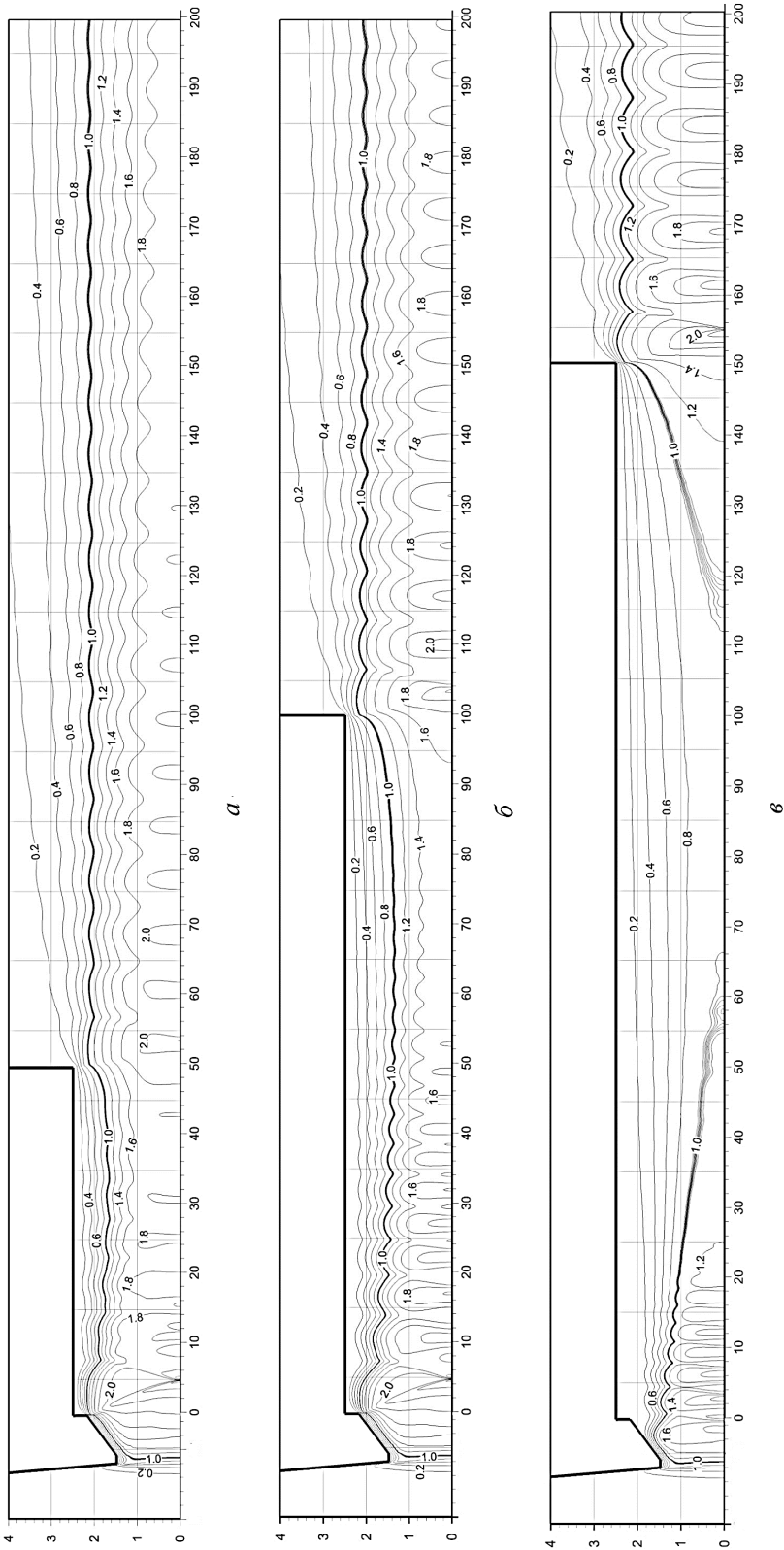
Рис. 1. Схема расчетной области

Расчеты выполнены с использованием равномерной декартовой сетки с наибольшим числом ячеек: 1720 по осевой координате  $x$  и 200 по радиальной координате  $r$  (соответствующие размеры ячейки равны 0,125 и 0,05 мм). Начало координат ( $x = r = 0$ ) соответствует входному сечению цилиндрического канала.

Первая серия расчетов проведена для вариантов газодинамического тракта, отличающихся длиной цилиндрического канала (насадка)  $L$ . Диаметр канала  $D$  принят равным 5 мм. Расчеты выполнены в ламинарной постановке. На рис. 2 и 3 представлены поля статического давления и числа Маха для каналов различной длины ( $L = 50, 100$  и 150 мм). Для всех рассчитанных вариантов характерно течение с торможением сверхзвукового потока на входе в канал (см. рис. 2), в результате чего на начальном участке канала формируется система скачков уплотнения (псевдоскачок).

Структура течения потока в цилиндрическом канале различной длины отчетливо видна на рис. 2 и 3. При длине канала  $L = 50$  мм (рис. 2, а и 3, а) на входном участке формируется сравнительно короткий псевдоскачок — зона протяженностью около 30 мм, в которой образуется несколько скачков уплотнения и происходит торможение потока до  $M = 1,8$  (на оси); при этом статическое давление падает до 0,10...0,12 МПа. Утолщенной линией на рис. 3 показана граница  $M = 1$ , разделяющая течение в канале и в окружающем пространстве на зоны с дозвуковой и сверхзвуковой скоростью. Как видно на рис. 3, а, толщина зоны дозвукового течения в насадке меняется от 0,2 мм (вблизи входного и выходного сечений насадка) до 0,9 мм (в центральной его части). По мере приближения к выходному сечению насадка скорость потока возрастает, и, поскольку его статическое давление достаточно велико, поток истекает в атмосферу со сверхзвуковой скоростью, формируя при этом затопленную струю значительной длины со скачками уплотнений, интенсивность которых падает по мере удаления от среза насадка. Наибольшая скорость струи составляет  $M \approx 2$ . Отметим, что на расстоянии 150 мм от среза насадка струя практически не размывается: как видно на рис. 3, а,





**Рис. 3.** Поля числа Маха при различных значениях длины канала  $L$ , мм:  
*a* —  $L = 50$ ; *б* —  $L = 100$ ; *в* —  $L = 150$

диаметр зоны сверхзвукового течения остается постоянным и равным примерно 4 мм. Это, на наш взгляд, связано с тем, что рассматриваемые расчеты проведены в ламинарной постановке и, следовательно, не учитываются процессы турбулентного смешения с окружающим газом и диссипации энергии струи.

При увеличении длины канала до  $L = 100$  мм (рис. 2, б и 3, б) протяженность входной зоны, содержащей скачки уплотнения, т. е. длина псевдоскачка, возрастает примерно до 50 мм. Вследствие более высоких потерь (по сравнению с  $L = 50$  мм) скорость потока уменьшается до  $M \approx 1,4$ , а статическое давление увеличивается и составляет в среднем 0,2 МПа. Толщина зоны дозвукового течения в насадке изменяется от 0,2 мм до 1,3 мм. Отметим, что в рассматриваемом случае в канале насадка возникает зона бескачкового течения ( $x = 55 \dots 90$  мм), практически отсутствующая при  $L = 50$  мм; длина этой зоны составляет около трети длины канала.

Увеличение длины насадка до  $L = 150$  мм (рис. 2, в и 3, в) приводит к качественным изменениям условий течения в канале, что связано с резким увеличением газодинамических потерь при движении газа по тракту. Эти изменения состоят в следующем. При  $x = 60 \dots 115$  мм в канале образуется зона дозвукового течения, причем длина этой зоны также составляет около трети длины насадка. В пределах указанной зоны скорость потока на оси составляет  $M = 0,8 \dots 0,9$ , а статическое давление находится в диапазоне 0,30...0,36 МПа. Кроме того, в отличие от предыдущих случаев, при движении в сопле Лавая имеет место течение с отрывом потока от стенок, что приводит к уменьшению длины псевдоскачка примерно до 20 мм и к увеличению толщины зоны дозвукового течения потока вблизи входа в насадок. Важно отметить, что, несмотря на торможение потока ( $M < 1$ ), при  $x > 115$  мм наблюдается увеличение его скорости до сверхзвуковой, что обусловлено значительным избыточным статическим давлением потока. В связи с этим истечение из насадка в атмосферу по-прежнему остается сверхкритическим. При этом наблюдается некоторое увеличение диаметра сверхзвуковой зоны истекающей струи по сравнению с предыдущими случаями.

Таким образом, в зависимости от длины канала (и, следовательно, в зависимости от потерь энергии при движении газа) торможение сверхзвукового потока на входе в канал приводит к различным результатам. Увеличение длины канала вызывает существенное изменение радиального размера зоны дозвукового течения: при  $L = 50$  мм наибольшая толщина пристеночной дозвуковой области составляет 0,9 мм, а при  $L = 100$  мм эта толщина увеличивается до 1,3 мм; причем в обоих случаях течение центральной части потока остается сверхзвуковым. При  $L = 150$  мм наблюдается качественное измене-



ние газодинамической картины, вызванное увеличением толщины пограничных слоев и их смыканием: дозвуковая зона течения охватывает всё поперечное сечение насадка, занимая при этом примерно треть его длины.

Распределения статического давления, скорости и числа Маха на оси канала для рассмотренных расчетных вариантов представлены на рис. 4, 5 и 6 соответственно. Как видно, по мере удлинения канала средний уровень статического давления увеличивается, а средние значения скорости потока и числа Маха в канале уменьшаются, что обусловлено возрастанием потерь при увеличении длины насадка. Так, средняя скорость потока, истекающего из канала в окружающую среду, составляет  $U \approx 1\,800$  м/с при  $L = 50$  мм и  $U \approx 1\,300$  м/с при  $L = 150$  мм (см. рис. 5). В случае максимального торможения потока (при длине канала 150 мм) статическое давление имеет ярко выраженный максимум, соответствующий  $p = 0,4$  МПа (кривая 3 на рис. 4), при этом практически отсутствуют характерные для более коротких каналов колебания давления, вызванные формированием псевдоскачка на входе в канал. На рис. 6 (кривая 3) отчетливо видно, как изменяется число Маха на оси канала длиной 150 мм при переходе скорости потока от сверхзвуковой к дозвуковой (при  $x/D = 12$ ), а затем (при  $x/D = 24$ ) от дозвуковой к сверхзвуковой. Отметим, что

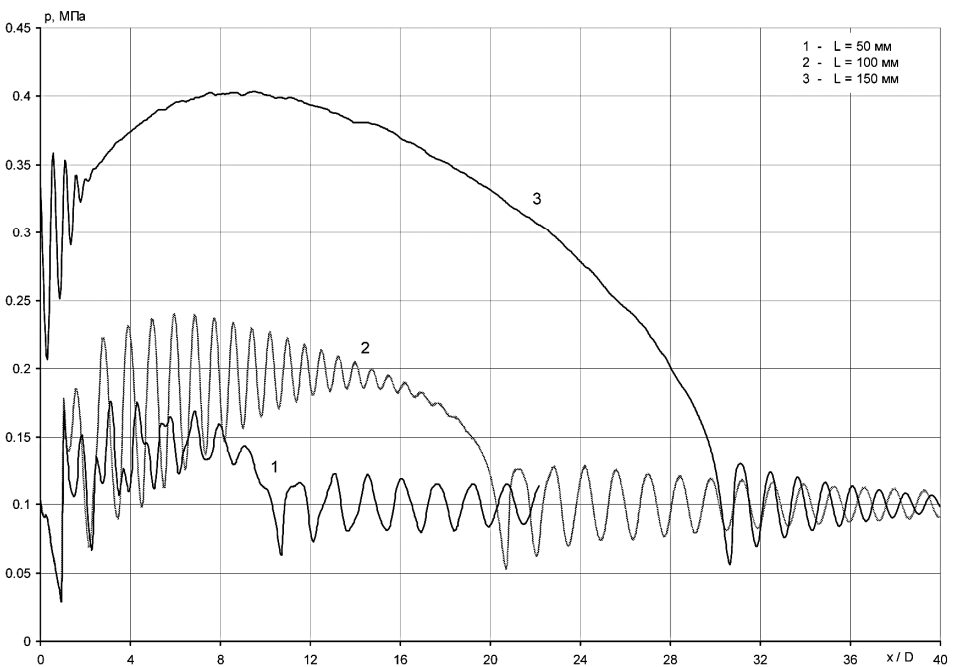


Рис. 4. Распределение статического давления на оси потока при различных значениях длины канала

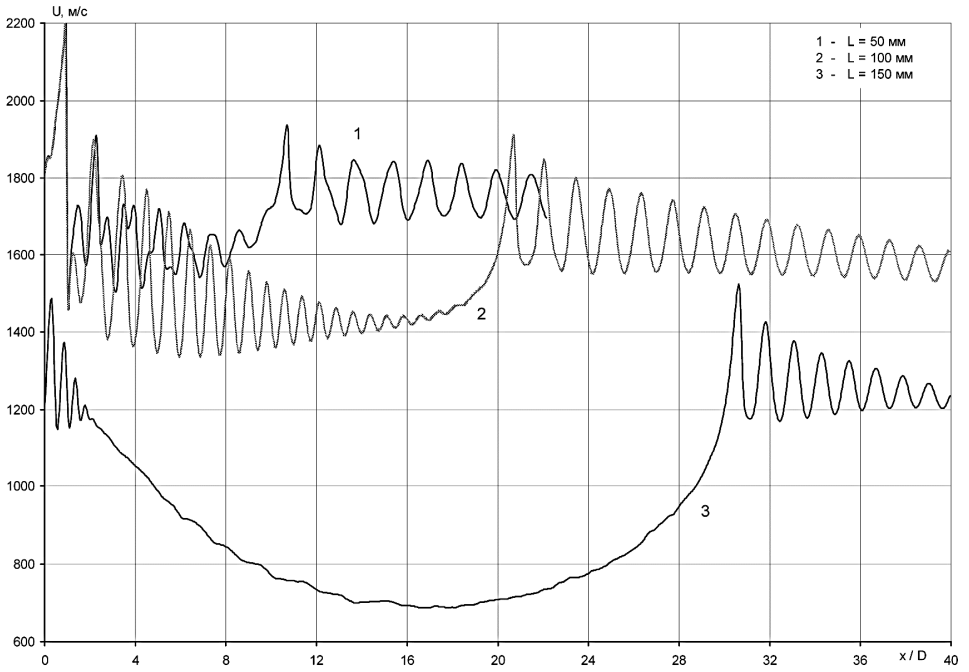


Рис. 5. Распределение скорости на оси потока при различных значениях длины канала

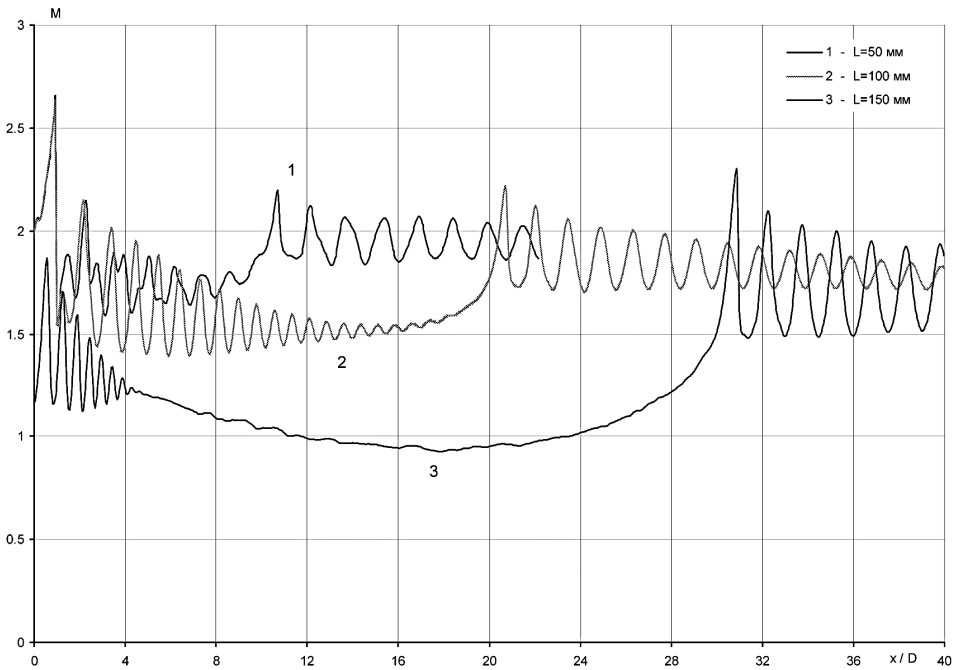


Рис. 6. Распределение числа Маха на оси потока при различных значениях длины канала

как более низкие значения числа Маха на входе в канал длиной 150 мм, так и быстрое затухание колебаний давления вызваны отрывом потока и его торможением при течении в сопле Лавала (см. рис. 2, в и 3, в).

На рис. 7–9 представлены радиальные профили числа Маха в различных поперечных сечениях канала (при различных значениях координаты  $x$ ), рассчитанные для  $L = 50, 100$  и  $150$  мм и позволяющие проследить трансформацию профилей скорости при движении сверхзвукового потока в канале. Как видно на рис. 7, при  $L = 50$  мм профили скорости на протяжении всей длины канала имеют характерный для турбулентного течения вид, соответствующий логарифмическому распределению. Более низкие значения числа Маха на оси (например, при  $x/L = 0,2$ ) вызваны влиянием скачков уплотнения. Отметим, что при движении потока вдоль канала толщина пограничного слоя увеличивается: при  $x/L = 0,6 \dots 0,8$  пограничный слой занимает практически 70 % радиуса канала (от  $r/R = 0,3$  до  $r/R = 1$ ), что соответствует почти 90 % площади поперечного сечения канала. При длине канала  $L = 100$  мм (см. рис. 8) наблюдается как логарифмическое (в начале и в середине канала), так и параболическое (при  $x/L > 0,8$ ) радиальное распределение числа Маха.

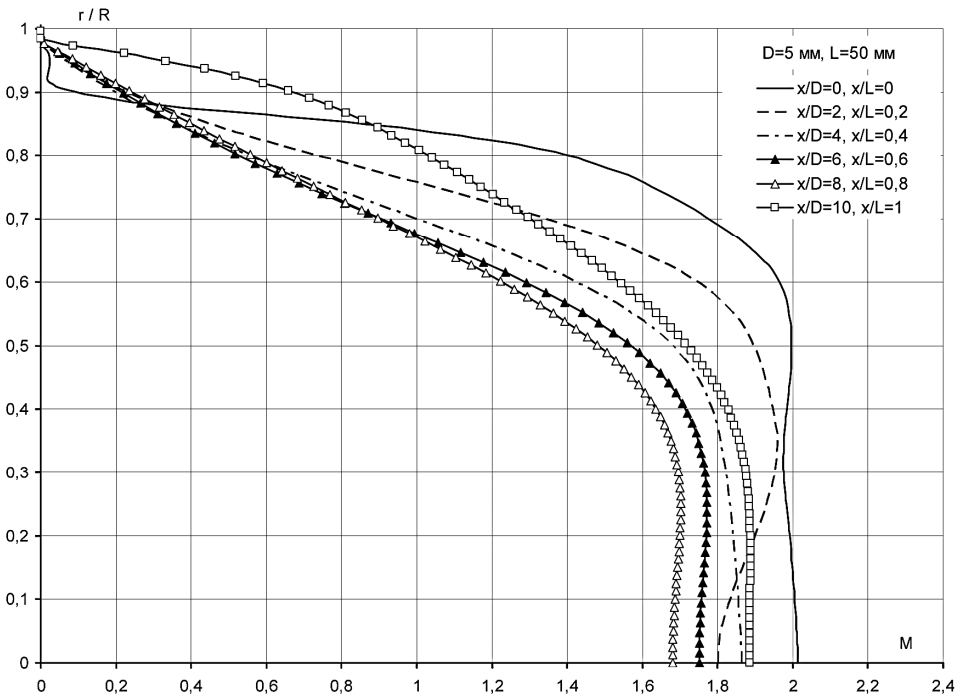


Рис. 7. Распределение числа Маха по радиусу потока в различных сечениях канала ( $L = 50$  мм)

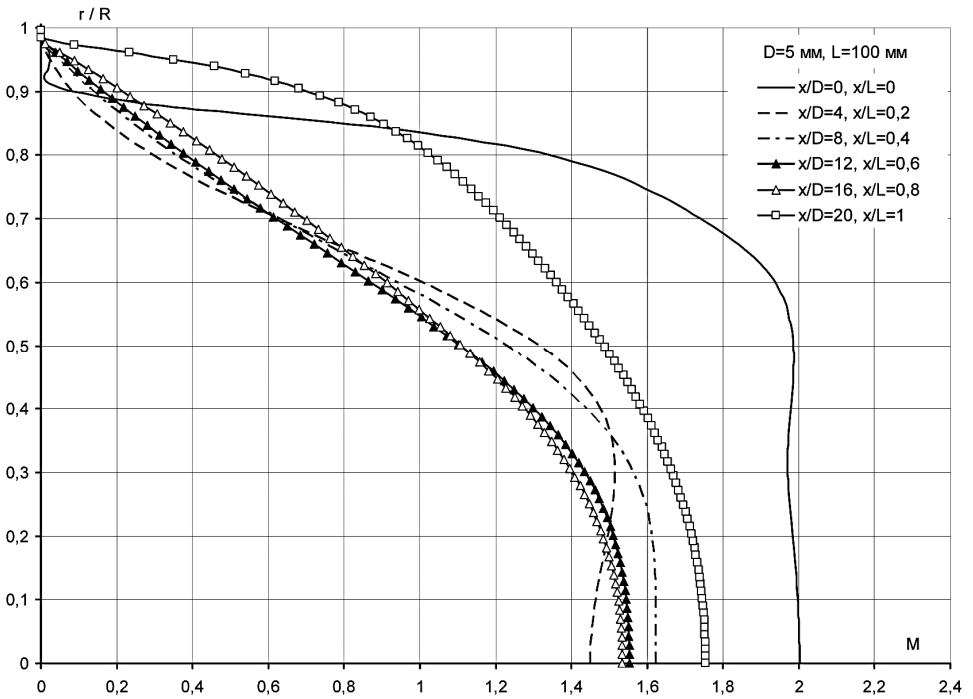


Рис. 8. Распределение числа Маха по радиусу потока в различных сечениях канала ( $L = 100$  мм)

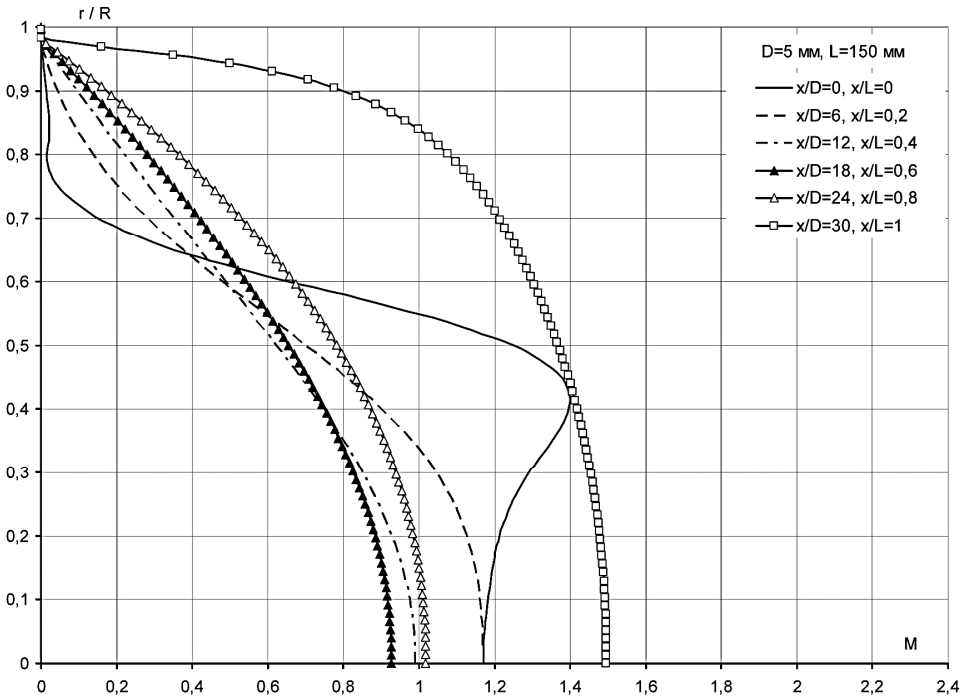


Рис. 9. Распределение числа Маха по радиусу потока в различных сечениях канала ( $L = 150$  мм)

При увеличении длины канала до 150 мм (см. рис. 9) отчетливо видна трансформация радиального поля скорости при торможении потока до дозвуковой скорости: профиль числа Маха, имеющий при  $x/L = 0$  сложную форму из-за наличия скачков уплотнения в ядре потока, достаточно быстро (уже при  $x/L \geq 0,4$ ) принимает параболический вид. Отметим, что толщина пограничного слоя, которая во входном сечении соответствует соотношению  $r/R \approx 0,5$ , быстро увеличивается при движении потока по каналу, и при  $x/L \approx 0,4$  происходит, как отмечалось выше, смыкание пограничных слоев.

Наиболее характерные радиальные профили числа Маха в сечении  $x/L = 0,8$  для каналов различной длины представлены на рис. 10.

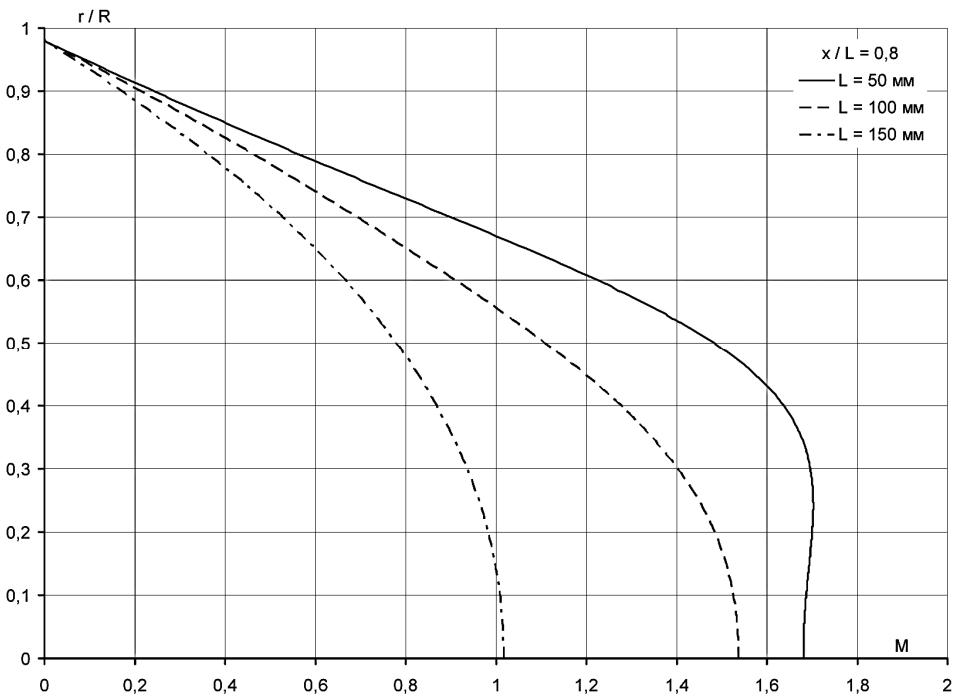


Рис. 10. Распределение числа Маха по радиусу потока в сечении  $x/L = 0,8$  при различных длинах канала

В целях выявления влияния размеров канала на особенности течения были проведены дополнительные расчеты для каналов других диаметров (3 и 10 мм) при постоянном отношении  $L/D = 10$ . Число узлов расчетной сетки не менялось. Результаты расчетов показали, что как увеличение, так и уменьшение диаметра и длины канала в рассматриваемом диапазоне не приводят к существенному изменению характеристики течения в канале (т. е. основное влияние на степень роста пограничного слоя оказывает не диаметр канала, а соотношение диаметра и длины).

Вторая серия расчетов проведена для газодинамического тракта диаметром 5 мм и длиной 50 мм в предположении, что течение является турбулентным. Параметры газового потока на входе в канал не менялись, однако длина расчетной области была уменьшена до 110 мм при сохранении размеров ячеек. Расчеты проведены с использованием модели турбулентности Спаларта — Аллмареса, стандартной  $k$ - $\epsilon$ -модели и ее модификаций (Чен, Джонс — Лаундер и Лаундер — Шарма — Яп).

На рис. 11 и 12 представлены сравнительные распределения статического давления и скорости газа для ламинарного и турбулентного потоков. Видно, что модель турбулентности Спаларта — Аллмареса дает результаты, достаточно близкие к модели ламинарного течения. Отметим, что распределения давления, полученные для ламинарного течения, имеют более сложную форму, чем для турбулентного течения (например, при  $x/D = 2 \dots 4$  распределение давления имеет несколько максимумов, что соответствует, на наш взгляд, формированию дополнительных скачков за диском Маха при торможении сверхзвукового потока). Усложненная форма распределения давления объясняется тем, что при расчетах по модели ламинарного течения вязкость потока равна молекулярной вязкости газа и поэтому ниже, чем при использовании моделей турбулентности. При меньшей вязкости потока тонкие структуры газодинамических течений, такие,

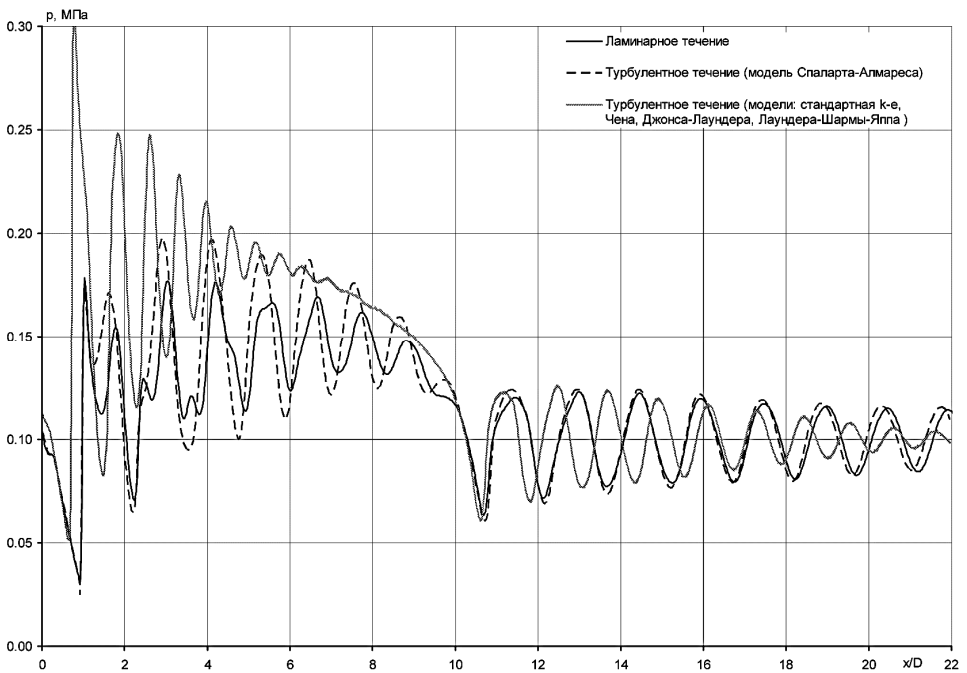
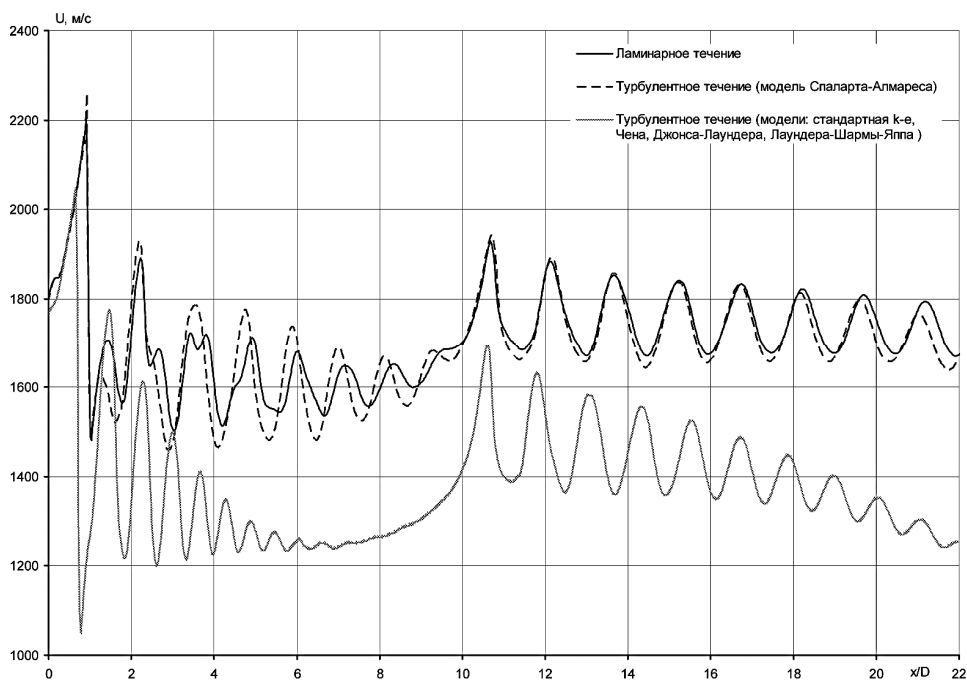


Рис. 11. Распределение статического давления на оси потока для различных моделей течения ( $L = 50$  мм)

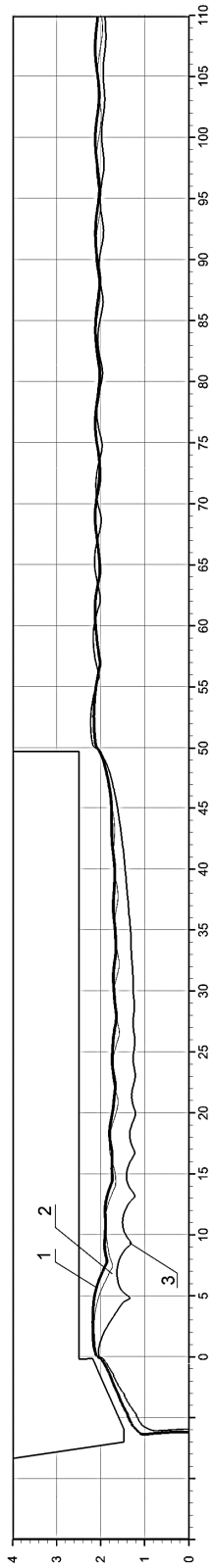


**Рис. 12.** Распределение статического давления на оси потока для различных моделей течения ( $L = 50$  мм)

как, например, упомянутые дополнительные скачки за диском Маха, могут быть выявлены более отчетливо.

Результаты, полученные с использованием других моделей турбулентности, практически не отличаются друг от друга, хотя налицо существенные различия между этими результатами и результатами расчета по ламинарной модели и модели Спаларта — Алмареса. К этим различиям следует отнести, в частности, сравнительно быстрое затухание колебаний давления и скорости как в канале (при  $x/D = 7 \dots 10$ ), так и при движении сверхзвуковой струи в атмосфере (при  $x/D > 10$ ), вызванное более высоким уровнем турбулентного перемешивания и диссипации энергии при расчетах по  $k-\epsilon$ -модели и ее модификациям.

Влияние используемой в расчетах модели турбулентности на форму линии  $M = 1$  видно на рис. 13. Модель турбулентности Спаларта — Алмареса дает результаты, достаточно близкие к модели ламинарного течения. Турбулентное течение, рассчитанное с использованием различных модификаций  $k-\epsilon$ -модели (кривая 3), характеризуется заметно большей толщиной дозвукового пристеночного слоя. Это, по нашим оценкам, должно привести к уменьшению длины канала, при которой происходит смыкание пограничных слоев и формирование дозвуковой области течения в канале. Кроме того, при использо-



**Рис. 13.** Форма линии  $M = 1$  для различных моделей течения ( $L = 50$  мм):

1 — ламинарное течение; 2 — турбулентное течение (модель Спаларта — Аллмараса); 3 — турбулентное течение ( $k-\varepsilon$ -модель и ее модификации)



вании  $k$ - $\epsilon$ -модели наблюдается смещение первого диска Маха ближе к входному сечению канала (при  $x = 5$  мм по сравнению с  $x = 7 \dots 8$  мм для ламинарного течения и модели Спаларта — Аллмареса), что происходит, на наш взгляд, вследствие более интенсивного турбулентного перемешивания во входной зоне канала.

**Выводы.** Проведено расчетно-теоретическое исследование особенностей течения сверхзвуковых высокоэнтальпийных потоков в узких цилиндрических каналах диаметром 5 мм и длиной 50, 100 и 150 мм при ламинарном и турбулентном режимах течения. Показано, что в зависимости от длины канала имеет место торможение различной интенсивности вплоть до формирования зоны дозвукового течения значительной длины. Проанализированы особенности трансформации профилей скоростей потока по длине канала. Продемонстрировано незначительное отличие результатов, полученных в рассматриваемых условиях для ламинарного течения и течения с использованием модели турбулентности Спаларта — Аллмареса. Показано, что  $k$ - $\epsilon$ -модель турбулентности и ее различные модификации дают близкие результаты.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Neuman E.P., Lustwerk F. Supersonic Diffusers for Wind Tunnels. *J. Appl. Mech.*, 1949, vol. 16, no. 2, pp.195–202.
- [2] Гуськов О.В., Копченков В.И., Липатов И.И., Острась В.Н., Старухин В.П. *Процессы торможения сверхзвуковых течений в каналах*. Москва, Физматлит, 2008, 168 с.
- [3] Липатов И.И. Процессы торможения сверхзвуковых течений в каналах. *Известия Саратовского университета. Сер. Математика. Механика. Информатика*, 2008, т. 8. вып. 3, с. 49–56.
- [4] Hoffman K., Chiang S. *Computational Fluid Dynamics*. 2000, vol. 1, 486 p.; vol. 2, 469 p.; vol. 3, 175 p.
- [5] Spalart P.R. and Allmaras S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *Recherche Aerospaciale*, no. 1, 1994, pp. 5–21.
- [6] Белов И.А., Исаев С.А. *Моделирование турбулентных течений*. Санкт-Петербург, Балт. гос. техн. ун-т, 2001, 108 с.
- [7] Chien K.-Y. Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model. *AIAA J.*, vol. 20, no. 1, 1982, pp. 33–38.
- [8] Patel V., Rodi W. and Scheuerer G. Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows: A review. *AIAA J.*, 23 (1985), pp. 1308–1319.
- [9] Yap C.R. *Turbulent heat and momentum transfer in recirculation and impinging flows*. PhD thesis. Dept. of Mech. Eng., Faculty of Technology, Univ. of Manchester, 1987.
- [10] Breuss M. Dietrich D. Fuzzy numerical schemes for hyperbolic differential equations. B. Mertsching, M. Hund, Z. Aziz (Eds.) *Advances in Artificial Intelligence. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 5803, 419–426, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

А.В. Воронцовский, С.А. Сучков, Л.А. Филимонов. Особенности течения сверхзвуковых потоков в узких цилиндрических каналах. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 4.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/695.html>

**Воронцовский Андрей Владимирович** родился в 1946 г.; окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1970 г.; д-р техн. наук, проф., заслуженный деятель науки РФ; заведующий отделом НИИ энергетического машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана; автор более 100 научных работ; область научных интересов — тепло- и массообмен в двухфазных потоках. e-mail voron@bmstu.ru

**Сучков Сергей Алимович** родился в 1967 г.; окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1990 г.; младший научный сотрудник НИИ энергетического машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана; автор более 20 научных работ; научные интересы — математическое моделирование процессов тепло- и массообмена в двухфазных потоках. e-mail ss@el.bmstu.ru

**Филимонов Лев Александрович** родился в 1962 г.; окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1987 г.; научный сотрудник НИИ энергетического машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана; автор более 20 научных работ; научные интересы — математическое моделирование процессов тепло- и массообмена в двухфазных потоках. e-mail voron@bmstu.ru