

## Определение подачи зубчатых гидромашин

© Б.П. Борисов

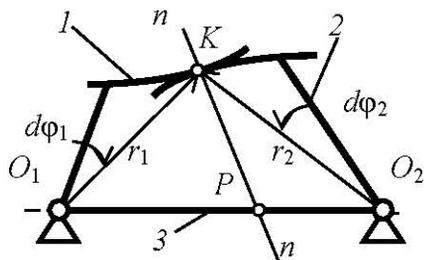
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Рассмотрены зубчатые гидромашины, состоящие из двух вращающихся колес произвольной формы с внешним и внутренним зацеплением, а также с любым профилем зубьев. Предложено при выводе формул для определения мгновенной идеальной подачи таких машин в отличие от традиционного способа, при котором вычисляется объем рабочих камер, находить лишь его изменение — дифференциал объема камеры. Получены в более общем виде окончательные результирующие формулы, в которых фигурируют величины, известные из общей теории зубчатых зацеплений. Приведены примеры, которые иллюстрируют применение предлагаемых формул.*

**Ключевые слова:** зубчатые гидромашины, зацепление, рабочая камера, идеальная подача, неравномерность подачи, рабочий объем.

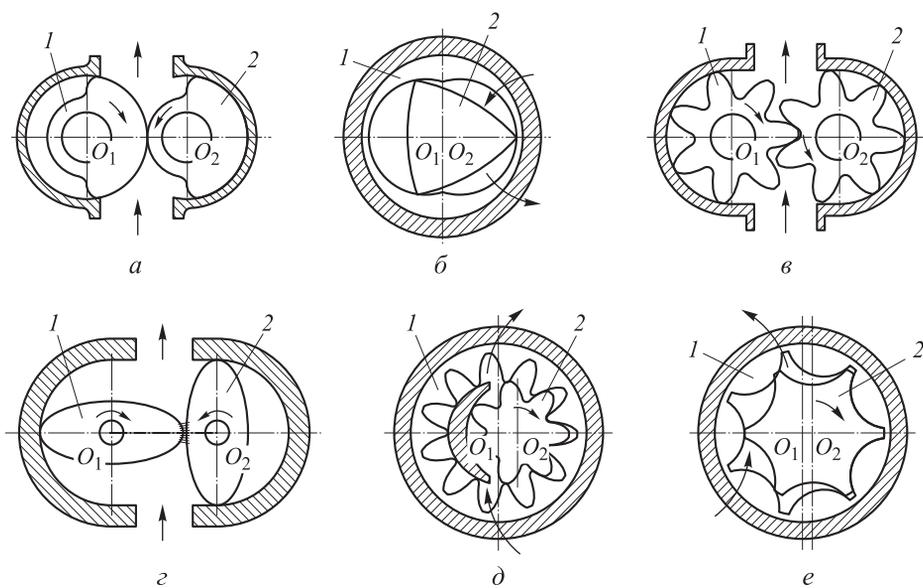
К зубчатым гидромашинам относят объемные машины, у которых жидкость перемещается в плоскости, перпендикулярной оси вращения рабочих органов. Для таких машин характерны простота конструкции, малые габариты, возможность работать на жидкостях с повышенной вязкостью, в том числе с твердыми включениями. В основе всех рассматриваемых зубчатых гидромашин лежит плоский трехзвенный механизм (рис. 1). В общем случае, с учетом принципа обращенного движения этот механизм может быть представлен двумя вращающимися звеньями (зубчатые колеса 1 и 2) и неподвижным звеном (стойка 3). Эти звенья образуют между собой две низшие вращательные и одну высшую кинематическую пары. В зубчатых гидромашинах могут применяться только такие зубчатые звенья, которые в точке зацепления  $K$  образуют сплошную линию контакта, герметично разделяющую одну полость машины от другой.

Классифицировать зубчатые гидромашины можно по виду зацепления (машины с внешним или с внутренним зацеплением) и по



**Рис. 1.** Кинематическая схема плоского трехзвенного механизма зубчатых гидромашин: 1, 2 — зубчатые колеса; 3 — стойка

возможности передачи крутящего момента с одного колеса на другое (рис. 2). Если зубчатая пара может обеспечить как герметичное разделение полостей машины, так и передачу крутящего момента с одного колеса на другое, то эти гидромашины называют *шестеренными*, а колеса — шестернями. Если зубчатая пара обеспечивает только герметичное разделение полостей машины, но не может передавать крутящий момент с одного колеса на другое, то гидромашины называют *колово-ратными*. В этом случае для синхронизации вращения зубчатых (рабочих) колес используется «внешний» шестеренный механизм. Кроме того, гидромашины с внешним зацеплением подразделяют на машины с круглыми и некруглыми колесами, а гидромашины с внутренним зацеплением — на машины с разделительным (серпообразным) элементом или без него. Последний вариант реализуется для колес с разницей в один зуб, когда все зубья одновременно находятся в зацеплении. Гидромашины с вращающимися внешней и внутренней шестернями называют героторными, а с неподвижным наружным колесом — планетарными или орбитальными. Внутреннее колесо в орбитальных гидромашинах совершает сложное движение — вращается относительно своего центра  $O_2$ , который, в свою очередь, вращается относительно неподвижной в пространстве оси зубчатого колеса с центром  $O_1$  (звено 3 становится подвижным и обычно называется водилом).



**Рис. 2.** Зубчатые гидромашины без передачи крутящего момента с внешним (а) и внутренним (б) зацеплением, с передачей крутящего момента с круглыми (в) и некруглыми (г) колесами, с разделительным элементом (д) и без него (е):

1, 2 — зубчатые колеса

Подача объемных гидромашин и ее неравномерность зависят от многих факторов, поэтому при получении расчетных зависимостей необходимо указать те ограничения (модель), которые использовались. В простейшем варианте рассматривается идеализированный процесс, не учитывающий утечки жидкости (абсолютно герметичная машина) и ее сжимаемость без нарушения сплошности. Мгновенную и среднюю подачу, определенную при таких ограничениях, назовем идеальной<sup>1</sup>. В рамках принятой модели мгновенная подача любой объемной гидромашин находится как производная объема  $V_{отд}$ , который в данный момент времени сообщен с отдающей полостью (для насоса это полость нагнетания), по времени. Объем  $V_{отд}$  ограничен сечением, проведенным по выходному патрубку (штуцеру), а также поверхностями деталей корпуса и поверхностями деталей, образующих рабочие камеры:

$$V_{отд} = V_{кан} + \sum V_{р.к},$$

где  $V_{кан}$  — объем каналов, находящихся в гидромашине (постоянная составляющая);  $\sum V_{р.к}$  — суммы объемов рабочих камер (переменная составляющая). Тогда мгновенная подача составляет

$$Q_{мгн} = \frac{dV_{отд}}{dt} = \omega \frac{d(V_{кан} + \sum V_{р.к})}{d\varphi} = \omega \frac{d \sum V_{р.к}}{d\varphi} = \omega \sum \frac{dV_{р.к}}{d\varphi}, \quad (1)$$

где  $\varphi$  и  $\omega$  — угол поворота и угловая скорость вала гидромашин.

Последние два выражения в (1) тождественны с позиции математики, а положение знака суммы отражает лишь порядок действий при вычислении подачи. Если знак суммы вынесен из-под знака дифференциала, то сначала определяется изменение объема одной рабочей камеры, а затем суммированием — подача всей гидромашин. Если знак суммы находится под знаком дифференциала, то вычисляется изменение объема всех рабочих камер, соединенных с отдающей полостью, а следовательно, подача всей гидромашин.

В определенной степени выбор того или иного варианта зависит от конструктивных особенностей элементов, образующих рабочие камеры. В зубчатых гидромашин рабочие камеры формируются боковыми поверхностями зубьев совместно с деталями корпуса. Необходимо отметить, что одна боковая поверхность зуба является границей одной

<sup>1</sup> В технической литературе часто такую подачу называют теоретической. Это в определенной степени принижает смысл слова «теоретический». Ведь теоретическим путем можно учесть утечки и сжимаемость жидкости. Поэтому правильнее указывать модель, при которой получены те или иные результаты [1].

рабочей камеры, а другая боковая поверхность того же зуба — границей соседней камеры. Перемещение этого зуба обуславливает одинаковое изменение объема как одной, так и другой рабочей камеры, но с разными знаками. Такая же картина имеет место в пластинчатых и винтовых гидромашинах. Для таких гидромашин проще получить окончательный результат, если сразу определять изменение объема всех рабочих камер (знак суммы остается под знаком дифференциала).

В поршневых гидромашинах элементом, вызывающим изменение объема рабочей камеры, является поршень, поверхность которого принадлежит только этой камере. Тогда результирующая подача находится суммированием подач каждой отдельной камеры (знак суммы вынесен из-под знака дифференциала), что не представляет особых трудностей. По такому же принципу может быть определена подача зубчатых и пластинчатых гидромашин [2—4]. Однако это приводит к сравнительно трудоемкой операции, связанной с вычислением площади фигуры, которая ограничена криволинейными контурами поверхностей зубьев и имеет частный характер, обусловленный рассматриваемым типом кривых.

Характер изменения объема рабочих камер в зубчатых гидромашинах определяется относительным движением рабочих органов (зубчатых колес) и не зависит от их абсолютного движения, хотя последнее обстоятельство связано с выбором того или иного устройства для подсоединения рабочих камер к полостям гидромашин. Таким образом, любое из звеньев рассматриваемого механизма можно принять за неподвижное, так как относительное движение рабочих органов от этого не изменится. Как было отмечено, неподвижным принято звено 3, а звенья 1 и 2 — зубчатые колеса (см. рис. 1, 2), вращающиеся относительно неподвижных в пространстве центров  $O_1$  и  $O_2$ .

Проанализировав работу зубчатых гидромашин с позиции образования рабочих камер и изменения их объема, отметим следующие общие моменты.

1. Рабочие камеры образуются подвижными цилиндрическими поверхностями зубьев колес 1 и 2 и неподвижными стенками корпуса (в том числе и торцевыми крышками).

2. Изменение объема рабочих камер происходит только за счет вращательного перемещения цилиндрических поверхностей роторов.

3. Герметичное разделение полостей в зубчатых гидромашинах может осуществляться:

а) касанием выступов зубьев с цилиндрическими поверхностями расточек корпуса и одной сплошной линией контакта в точке зацепления профилей;

б) двумя сплошными линиями контакта в двух точках зацепления, что возможно при касании зубчатых колес более чем в одной точке, другими словами, при наличии в механизме пассивных связей, причем связи могут быть постоянными и периодически возникающими.

За выделенными указанными способами полостями оставим название «камера», хотя в общем случае эти полости могут включать в себя несколько рабочих камер, т. е. сумма объемов  $\sum V_{р.к.}$ . В целях сокращения далее камеры, образуемые согласно пункту 3а (с одной линией контакта), будем называть камерами первого типа, а камеры, формируемые по пункту 3б (с двумя линиями контакта), — камерами второго типа.

В качестве иллюстрации этих положений на рис. 3 схематично изображены элементы зубчатой гидромашины с внешним зацеплением без конкретизации их геометрической формы и вида профиля зубьев, что лишний раз подчеркивает общий характер получаемого результата. Герметичность камеры I обеспечивается сплошной линией контакта в точке зацепления  $K_1$  и касанием выступов зубьев диаметрами  $a_1$  и  $a_2$  с поверхностями расточек корпуса радиусами  $R_{a1}$  и  $R_{a2}$  — камера первого типа. Герметичность камеры II обеспечивается двумя линиями контакта в точках зацепления  $K_1$  и  $K_2$  — камера второго типа.

Изменение (уменьшение) объема камер как первого ( $dV_I$ ), так и второго ( $dV_{II}$ ) типов обусловлено перемещением цилиндрических поверхностей, которые принадлежат колесам 1 и 2 при их повороте на углы  $d\varphi_1$  и  $d\varphi_2$ . Для камеры первого типа эти поверхности ограничены радиусами  $R_{a1}$ ,  $r_{11}$  первого колеса и  $R_{a2}$ ,  $r_{12}$  второго колеса, для камеры второго типа — радиусами  $r_{11}$ ,  $r_{21}$  первого колеса и  $r_{12}$ ,  $r_{22}$  второго колеса:

$$\begin{aligned} dV_I &= (1/2)B \left[ (R_{a1}^2 - r_{11}^2)d\varphi_1 + (R_{a2}^2 - r_{12}^2)d\varphi_2 \right]; \\ dV_{II} &= (1/2)B \left[ (r_{11}^2 - r_{21}^2)d\varphi_1 + (r_{12}^2 - r_{22}^2)d\varphi_2 \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $B$  — ширина зубчатых колес.

Выразим переменные величины, входящие в (2), через параметры, характеризующие любую зубчатую передачу (см. рис. 1): межцентровое расстояние  $A = O_1O_2 = O_1P + O_2P$ , передаточное отношение  $i$  и удаленность точки зацепления  $K$  от полюса  $P$  — расстояние  $KP = u$ .

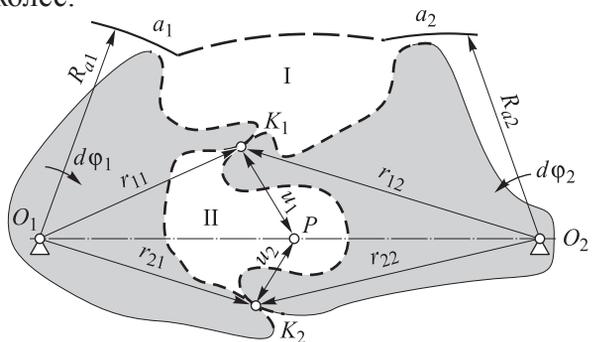


Рис. 3. Схема образования камер в зубчатых гидромашинах с внешним зацеплением: I, II — камеры

Согласно теории зацеплений, два сопряженных профиля имеют в точке зацепления  $K$  общую нормаль  $n-n$ , пересекающую линию центров  $O_1O_2$  в точке  $P$  (полюс зацепления), которая делит эту линию на отрезки  $O_1P$  и  $O_2P$  [5]. Отношение этих отрезков обратно пропорционально отношению мгновенных угловых скоростей зубчатых колес и представляет собой передаточное отношение

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = \frac{O_2P}{O_1P}. \quad (3)$$

При внешнем зацеплении из геометрических соображений запишем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= O_1P^2 + u^2 - 2O_1Pucos\angle O_1PK; \\ r_2^2 &= O_2P^2 + u^2 - 2O_1Pucos\angle O_2PK. \end{aligned} \quad (4)$$

Используя (3) и (4) с учетом того, что углы  $O_1PK$  и  $O_2PK$  являются смежными, преобразуем (2) к виду

$$\begin{aligned} dV_I &= (1/2)Bd\varphi_1 \left[ R_{a1}^2 + R_{a2}^2 / i_{12} - A^2 / (1 + i_{12}) - u_1^2 (1 + i_{12}) / i_{12} \right]; \\ dV_{II} &= (1/2)Bd\varphi_1 \left[ u_1^2 - u_2^2 \right] (1 + i_{12}) / i_{12} \end{aligned} \quad (5)$$

Можно показать, что для зубчатых колес с внутренним зацеплением изменение объемов камер определяется по формулам, аналогичным формулам (5), с заменой знака «+» перед передаточным отношением  $i_{12}$  знаком «-». Окончательно получаем следующие выражения для определения мгновенной идеальной подачи зубчатых гидромашин:

для камер первого типа

$$Q_I = \frac{1}{2}B\omega_1 \left[ R_{a1}^2 + \frac{R_{a2}^2}{\pm i_{12}} - \frac{A^2}{1 \pm i_{12}} - u_1^2 \frac{1 \pm i_{12}}{\pm i_{12}} \right]; \quad (6)$$

для камер второго типа

$$Q_{II} = \frac{1}{2}B\omega_1 \left[ u_1^2 - u_2^2 \right] \frac{1 \pm i_{12}}{\pm i_{12}}, \quad (7)$$

где  $u_1$  и  $u_2$  — расстояния от полюса зацепления  $P$  до точек зацепления  $K_1$  и  $K_2$ . Анализируя имеющиеся результаты, можно сделать следующие выводы.

Идеальная подача из камер первого типа (6) имеет всегда один и тот же знак, в то время как подача из камер второго типа (7) может быть

как положительной, так и отрицательной. Эти особенности обуславливают возможные способы подсоединения камер к соответствующим полостям гидромашин. Камеры первого типа постоянно соединены с какой-либо одной полостью, а для камер второго типа может потребоваться специальная система распределения, например, для планетарных и орбитальных гидромашин.

Неравномерность подачи зависит от характера изменения передаточного отношения  $i_{12}(\varphi)$  и удаленности  $u(\varphi)$  точки зацепления от полюса. Вопросы, связанные с определением этих зависимостей, в общем случае, рассмотрены в теории зубчатых зацеплений [5]. Для машин с круглыми колесами передаточное отношение постоянно, неравномерность подачи зависит только от характера изменения величины  $u$ . Следует отметить, что при прочих равных условиях неравномерность подачи у машин с внутренним зацеплением гораздо меньше, чем у машин с внешним зацеплением. Убедиться в этом можно, сравнив множитель при величине  $u^2$ : для машин с внешним зацеплением он пропорционален сумме числа зубьев ( $z_1 + z_2$ ), а для машин с внутренним зацеплением — разности числа зубьев ( $z_1 - z_2$ ).

Если в зубчатых гидромашинах образуется несколько камер, соединенных «гидравлическими» каналами, то идеальная подача определяется по (6) и (7). При этом лишь необходимо обратить внимание, что величина  $u$  берется для той точки зацепления, линия контакта в которой разделяет приемную и отдающую полости гидромашин. Действительно, если представить, что камеры первого и второго типов (см. рис. 3) соединены «гидравлическим» каналом, то суммарная подача из этих камер определяется по (6), только вместо расстояния  $u_1$  следует взять расстояние  $u_2$ .

В процессе непрерывного вращения зубчатых колес происходит периодическая смена линий контакта, разделяющих полости гидромашин, следовательно, каждая из этих линий существует лишь на некотором интервале угла поворота приводного вала. В пределах каждого из этих интервалов подача находится по (6) или (7), а полный график подачи гидромашин представляет собой периодическую, в общем случае, кусочно-прерывную функцию.

Рассмотрим несколько примеров применения полученных результатов при определении идеальной подачи зубчатых гидромашин.

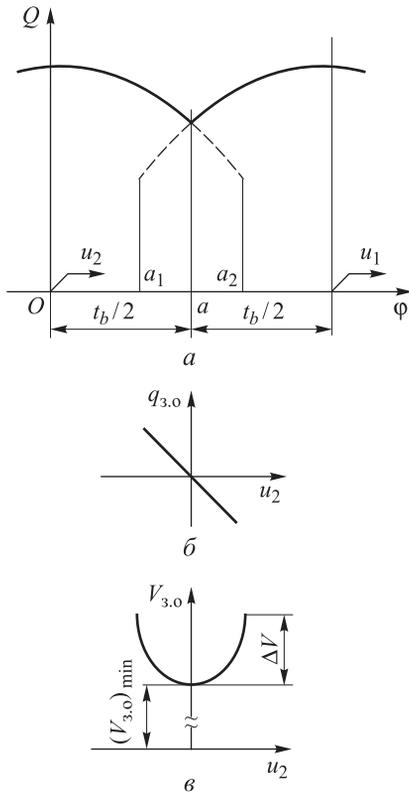
На практике сравнительно часто используют зубчатые гидромашин, составленные из одинаковых колес. Тогда  $i_{12} = 1$  (полнос зацепления принадлежит середине линии центров  $O_1O_2$ ),  $R_{a1} = R_{a2} = R_a$ ,  $A = 2R_w$ , где  $R_w$  — радиус начальной окружности. Мгновенная идеальная подача таких машин находится по формуле

$$Q = B\omega(R_a^2 - R_w^2 - u^2). \quad (8)$$

Согласно (8), окончательный ответ на вопрос о значении идеальной подачи и ее неравномерности определяется видом функции  $u(\varphi)$ , который, в свою очередь, зависит от геометрии зубчатых колес.

Для коловратной гидромашины (см. рис. 2) можно приближенно принять, что расстояние от полюса до точки зацепления  $u = R_a - R_w$  постоянно на всем протяжении угла поворота. Исключение составляют лишь те небольшие интервалы, когда происходит переход линии контакта с одного зуба на другой, а характер изменения величины  $u$  зависит от конфигурации зубьев в этой зоне перехода. При таких условиях подача остается постоянной и в соответствии с (8) равна  $Q = 2BR_w(R_a - R_w)\omega$ .

Для более точного определения подачи и ее неравномерности необходимо знать зависимость  $u = f(\varphi)$ . При эвольвентном профиле зубьев точка зацепления перемещается по прямой, касательной к основным окружностям колес. При одинаковых шестернях рабочий участок линии зацепления длиной  $\varepsilon_n t_b$  ( $\varepsilon_n$  — коэффициент перекрытия;  $t_b$  — шаг по основной окружности радиусом  $R_b$ ) расположен симметрично относительно полюса, а расстояние составляет  $u = R_b \varphi$ .



**Рис. 4.** Зависимости подачи шестеренного насоса с внешним зацеплением и одинаковыми колесами от угла поворота (а),  $q_{3.0}(u_2)$  (б) и  $V_{3.0}(u_2)$  (в)

На рис. 4, а показаны зависимости подачи шестеренного насоса с внешним зацеплением и одинаковыми колесами от угла поворота. Ось абсцисс можно рассматривать как координату угла поворота ведущей шестерни  $\varphi$ , и как координату удаленности  $u$  точки зацепления. В любом варианте подача изменяется по параболическому закону в соответствии с (8). На участке  $a_1$ — $a_2$  длиной  $(\varepsilon_n - 1)t_b$  в зацеплении находятся две пары зубьев, в это время образуется, так называемый защемленный объем. Рассмотрим конструктивные решения, которые приняты для разгрузки указанного объема. Чаще всего защемленный объем с помощью канавок, расположенных на торцевых поверхностях корпусных деталей, соединяется то с напорной (этот объем уменьшается), то с всасывающей (объем увеличивается) полостями. Такую систему разгрузки назовем совершенной. Для этого случая, а также при наличии бокового зазора между зубьями

зависимость подачи показана на рис. 4 сплошной линией. Запишем формулы для определения максимальной, минимальной и средней подачи (рабочий объем  $V_0$ ) и ее неравномерности  $\sigma$ :

$$\begin{aligned} Q_{\max} &= B\omega(R_a^2 - R_w^2); \quad Q_{\min} = B\omega(R_a^2 - R_w^2 - t_b^2 / 4); \\ Q_{\text{ср}} &= B\omega(R_a^2 - R_w^2 - t_b^2 / 12); \quad V_0 = 2\pi B(R_a^2 - R_w^2 - t_b^2 / 12); \\ \sigma &= (Q_{\max} - Q_{\min})/Q_{\text{ср}}; \quad \sigma = \frac{t_b^2 / 4}{R_a^2 - R_w^2 - t_b^2 / 12} \approx \frac{2,18}{z + 0,274}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для оценки влияния числа зубьев  $z$  на такие показатели шестеренного насоса, как габариты и неравномерность подачи, необходимо выразить радиальные размеры через число зубьев. В простейшем варианте при нарезании колес стандартным инструментом без его смещения (цифровые значения в (9) приведены именно для этого случая) получены следующие зависимости, которые представлены на рис. 5, где с соблюдением относительных величин показаны качающий узел и неравномерность подачи при различном числе зубьев. Поэтому при выборе числа зубьев приходится принимать компромиссные решения. Обычно  $z = 8 \dots 14$ .

Для определения размера канавок, через которые осуществляется разгрузка защемленного объема, необходимо знать расход жидкости из этого объема, который представляет собой камеру второго типа. Используя (7) с учетом  $u_1 = u_2 - t_b$ , получаем расход жидкости из защемленного объема

$$q_{3.0} = B\omega t_b^2 \left( 1 - \frac{2u_2}{t_b} \right).$$

На участке  $t_b(1 - \varepsilon_n/2) < u_2 < t_b$   $\varepsilon_n/2$  кривая этого расхода представляет прямую линию с наибольшим расходом на границах  $q_{3.0\max} = B\omega t_b^2 (\varepsilon_n - 1)$  (см. рис. 4, б). На рис. 4, в показано изменение защемленного объема, который можно получить путем интегрирования функции  $q_{3.0}(\varphi)$  на указанном выше отрезке:

$$V_{3.0} = V_{3.0\min} + \frac{2\pi}{z} B \left( u_2^2 - ut_b + \frac{t_b^2}{4} \right),$$

где  $V_{3.0\min}$  — минимальный защемленный объем, который имеет место при  $u_2 = t_b/2$ , а наибольшее его отклонение составляет  $\Delta V = (\pi / (2z)) B t_b^2 (\varepsilon_n - 1)^2$ .

Для шестеренных гидромашин с эвольвентным профилем зубьев, но с разным их числом  $z_1 \neq z_2$  при совершенной разгрузке от защемлен-

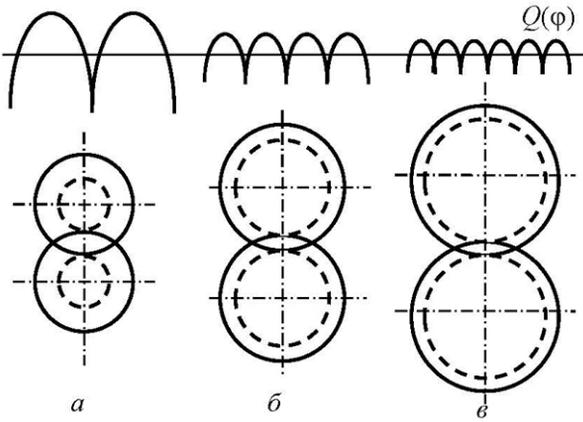


Рис. 5. Сравнительные характеристики шестеренных насосов при  $z = 7$  (а), 14 (б) и 21 (в)

ного объема на основании (6) получаем следующее выражение для средней подачи:

$$Q = \frac{1}{2} B \omega_1 \left( R_{a1}^2 \pm \frac{z_1}{z_2} R_{a2}^2 - A^2 \frac{z_1}{z_2 \pm z_1} - \frac{z_2 \pm z_1}{z_2} \frac{t_b^2}{12} \right). \quad (10)$$

Напомним правило знаков: знак «+» — для машин с внешним зацеплением, знак «-» — с внутренним.

Если ввести понятие «высота головки зуба» (часть зуба высотой  $h = R_a - R_w$ , выступающая за пределы начальной окружности, в общем случае, за пределы центроиды), то выражение (10) упрощается. Кроме того, когда колеса нарезаны стандартным инструментом без смещения, появляется возможность дать приближенную количественную оценку конечному результату:

$$Q = \frac{1}{2} B \omega_1 \left[ 4R_{w1}h + \frac{z_2 + z_1}{z_2} \left( h^2 - \frac{t_b^2}{12} \right) \right] \cong 2BR_{w1}h\omega_1 \left( 1 + 0,137 \frac{z_2 \pm z_1}{z_1 z_2} \right).$$

Приняв в качестве худшего варианта, что гидромашина имеет внешнее зацепление и  $z_1 = z_2 = 7$ , с точностью не менее 4 % можно записать формулу для приближенного определения средней подачи (или для рабочего объема  $V_0$ ) шестеренных гидромашин как с внешним, так и с внутренним зацеплением с одинаковым и различным числом зубьев:

$$Q \cong 2BR_w h \omega; \quad V_0 \cong 2\pi B D_w h. \quad (11)$$

Вычисленное по второй формуле (11) значение рабочего объема несколько отличается от его точного значения. Однако эта формула удобна для запоминания — рабочий объем шестеренного насоса равен объему кольца, построенного по дуге начальной окружности ведущей шестерни (индекс «1») высотой  $2h$ . Это правило применимо ко всем шестеренным гидромашинам с эвольвентным профилем зубьев при любом их числе и виде зацепления.

В счетчиках расхода различных жидкостей широко применяют одинаковые овальные колеса с эвольвентным профилем зубьев, центром вращения которых является центр симметрии (см. рис. 2). Для таких колес передаточное отношение переменное. Уравнение центроид в полярной системе координат имеет вид [5]

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 - e \cos 2\varphi},$$

а функция перемещения описывается уравнением

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{1 + e}{(1 - e)\operatorname{tg}\varphi_1},$$

где  $a$  — половина межцентрового расстояния,  $A = 2a$ ;  $e$  — отношение разности полуосей центроиды к их сумме;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — углы поворота ведущей и ведомой шестерен. Расход жидкости, протекающий через счетчик, определяется по (6). Учитывая, что число зубьев выбирается достаточно большим, влиянием изменения расстояния  $u(\varphi)$  можно пренебречь, а все зависит от функции  $i_{12}(\varphi)$ . Тогда, зная функцию перемещения, можно получить выражение для передаточного отношения (далее индекс «1» при угле поворота ведущей шестерни опущен)

$$i_{12} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = \frac{1 - e}{1 + e} \cos^2 \varphi + \frac{1 + e}{1 - e} \sin^2 \varphi = \frac{1 + e^2}{1 - e^2} - \frac{2e}{1 - e^2} \cos 2\varphi,$$

и для расхода

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} B\omega \left[ R_a^2 + \frac{R_a^2}{i_{12}} - \frac{A^2}{1 + i_{12}} \right] = \\ &= \frac{1}{2} B\omega \left[ R_a^2 + \frac{(1 - e^2)R_a^2}{(1 + e^2) - 2e \cos 2\varphi} - \frac{(1 - e^2)A^2}{2 - 2e \cos 2\varphi} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Согласно условию отсутствия вогнутости центроид овальных колес, значение  $e$  должно быть меньше некоторого критического значения:  $e_{кр} = 1/3$ . При проектировании рекомендуется  $e \approx 0,25$ . В соответствии с (12) зависимость расхода (при постоянной частоте вращения) представляет собой периодическую, с периодом  $\pi$ , непрерывную функцию, экстремальные значения которой удовлетворяют условию  $\sin 2\varphi = 0$  (при  $\varphi = 0$  имеем максимальный расход, а при  $\varphi = \pi/2$  — минимальный):

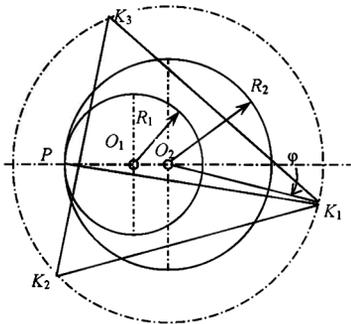
$$Q_{\max} = \frac{1}{2} B\omega \left[ 3R_a^2 - \frac{2}{3} A^2 \right]; \quad Q_{\min} = \frac{1}{2} B\omega \left[ \frac{3}{2} R_a^2 - \frac{1}{3} A^2 \right];$$

$$Q_{cp} = B\omega \left[ R_a^2 - \frac{1}{4} A^2 \sqrt{1 - e^2} \right]; \quad \sigma = \frac{9R_a^2 - 2A^2}{12R_a^2 - 3A^2 \sqrt{1 - e^2}}. \quad (13)$$

С учетом высоты головки зуба определяем радиус расточки корпуса  $R_a = (1 + e)a + h = A(1 + e)/2 + h$ .

Как было отмечено выше, для машин с внутренним зацеплением без разделительного элемента (см. рис. 2) возможен вариант, когда зубчатое колесо 2 совершает сложное движение — вращается относительно оси с центром  $O_2$ , которая, в свою очередь, описывает окружность с центром в точке  $O_1$ . В качестве примера рассмотрим коловратную машину с внутренним зацеплением.

Если на колесе 2 отсутствуют закругления выступов, то имеет место точечное зацепление: профилем зубьев числом  $z$  колеса 2 являются точки  $K_1, K_2$  и  $K_3$  (рис. 6), у колеса 1 число ветвей эпитрохоиды составляет  $z - 1$ . В рассматриваемой машине образуется число  $z$  камер второго типа, изменение объема которых определяется по (7). Согласно приведенной на рис. 6 схеме, нетрудно рассчитать расстояние от точки зацепления  $K_1$  до полюса  $P$ :



$$u_1 = PK_1 = \sqrt{R_1^2 + a^2 + 2R_2 a \cos \varphi},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы центроид колес 1 и 2; линией зацепления является окружность радиусом  $O_2K_1 = a$ . Расстояние от соседней точки зацепления до полюса находится по аналогичному уравнению с учетом сдвига по фазе на угол  $2\pi/z$ . Тогда изменение объема одной камеры при условии, что  $|i_{12}| = z/(z - 1)$  и  $d\varphi_2 = d\varphi_1/i_{12}$ , составит

**Рис. 6.** Расчетная схема коловратного насоса с внутренним зацеплением

$$dV = 2BR_2a \frac{\sin(\pi/z)}{z-1} \sin(\varphi_2 + \pi/z) d\varphi_2.$$

Изменение объема рабочей камеры является гармонической функцией, которая для соседних камер отличается лишь сдвигом по углу на  $2\pi/z$ . Такая же картина имеет место и для роторно-поршневых гидромашин. Следовательно, вопрос о неравномерности подачи решается аналогичным образом:

при нечетном числе вершин колеса 2

$$\sigma = \frac{\pi}{2z} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4z},$$

при четном —

$$\sigma = \frac{\pi}{z} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2z}.$$

Средняя подача при двух вращающихся колесах

$$Q_{\text{ср}} = 2BR_2a \frac{z \sin(\pi/z)}{\pi(z-1)} \omega_2,$$

а при ведущем звене 3

$$Q_{\text{ср}} = 2BR_2a \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi}{z} \omega_3.$$

Предложенные формулы (6) и (7) позволяют вычислить мгновенную идеальную подачу любой зубчатой гидромашин — с круглыми и некруглыми колесами, с внешним и внутренним зацеплением, с любым профилем зубьев. Необходимые для этого величины (радиус окружности выступов, межцентровое расстояние, передаточное отношение и расстояние от точки зацепления до его полюса) находятся из теории плоских зубчатых зацеплений. Расстояние, которое характеризует особенность профиля зубьев, можно найти, зная линию зацепления.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дозорцев А.Г. Коэффициент подачи и объемный КПД поршневого насоса (определение и терминология). *Вестник машиностроения*, 1970, № 9, с. 44 — 46.
- [2] Юдин Е.М. *Шестеренные насосы*. Москва, Машиностроение, 1964, 235 с.
- [3] Бирюков Б.Н. *Роторно-поршневые гидравлические машины*. Москва, Машиностроение, 1972, 152 с.

- [4] Зайченко И.З., Мышлевский Л.М. *Пластинчатые насосы и гидромоторы*. Москва, Машиностроение, 1970, 228 с.
- [5] Литвин Ф.Л. *Теория зубчатых зацеплений*. Москва, Наука, 1968, 585 с.

Статья поступила в редакцию 08.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Борисов Б.П. Определение подачи зубчатых гидромашин. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 4. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/hydro/688.html>

**Борисов Борис Павлович** родился в 1937 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1961 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Гидравлика, гидромашин и гидропневмоавтоматика». Автор более 35 научных трудов, из которых 12 – методические пособия. e-mail: e10bmstu@rambler.ru