

Моделирование малоциклового усталости при неизотермическом нагружении

© Ю.М. Темис^{1,2}, Х.Х. Азметов^{1,2}, А.И. Факеев²

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

² ЦИАМ им. П.И. Баранова, Москва, 111116, Россия

Приведена методика математического моделирования малоциклового усталости, основанная на использовании термомеханической модели поведения кривой деформирования и модели оценки повреждаемости малоциклового усталости материала при неизотермическом циклическом упругопластическом деформировании. Результаты математического моделирования циклического нагружения образцов и деталей как до момента возникновения трещины, так и до полного разрушения получены с помощью конечноэлементного моделирования с использованием технологии «отмирающих» элементов.

Ключевые слова: малоцикловая усталость при неизотермическом нагружении, кривые циклического деформирования, «отмирающие» элементы.

Введение. Трехпараметрическая модель [1–3], предназначенная для моделирования поведения упругопластического материала под воздействием циклического нагружения при постоянных температурах, обобщена на случай неизотермического нагружения. Это позволяет учитывать в процессе неизотермического циклического нагружения в зависимости от температуры и пластической деформации изменение в каждом полуцикле эффекта Баушингера, нелинейного участка кривой деформирования и модуля упругости.

Для описания кривых циклического деформирования [1–3] (рис. 1, а) использован подход, получивший экспериментальное подтверждение для ряда конструкционных материалов при постоянной температуре испытаний. На основе этого подхода осуществляется построение каждого полуцикла нагружения в зависимости от структурного параметра, в качестве которого использован параметр Одквиста $\chi = \sum_{i=1}^n |\varepsilon_{pi}|$.

Модель кривой неизотермического циклического деформирования. Участок термомеханической поверхности (рис. 1, б) при неизотермическом циклическом нагружении между изотермическими кривыми циклического деформирования, соответствующими температурам T_1, T_2 при текущем значении параметра Одквиста, определим следующими соотношениями [1, 2]:

$$\sigma^* = F(\varepsilon_p^*, T), \quad F = (1 - \lambda)f_1 + \lambda f_2, \quad \lambda = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}, \quad (1)$$

$$f_i = \begin{cases} E(T_i)d(\chi, T_i)\varepsilon^*, & \varepsilon^* \leq \varepsilon_s^*, \\ E(T_i)d(\chi, T_i)\varepsilon_s^* + d(\chi, T_i)b(\chi, T_i) \times \\ \quad \times \left[f\left(\varepsilon_s + \frac{\varepsilon^* - \varepsilon_s^*}{b(\chi, T_i)}, T_i\right) - \sigma_s(T_i) \right], & \varepsilon^* > \varepsilon_s^*, \end{cases} \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \quad \sigma_s^*(T) = a(\chi, T)\sigma_s(T), \quad \varepsilon_s^* = \frac{a(\chi, T)}{d(\chi, T)}\varepsilon_s.$$

где σ^* и ε^* — напряжения и деформации в локальной системе координат полуцикла (рис. 1, а); $a(\chi, T)$ — размер упругой зоны поверхности нагружения; $b(\chi, T)$ — коэффициент преобразования нелинейного участка первоначальной кривой деформирования; $d(\chi, T)$ — коэффициент изменения модуля упругой разгрузки; ε_s и σ_s — деформации и напряжения в пределе текучести первоначальной кривой; $E(T_i)$ — первоначальный модуль упругости; $f(\varepsilon_p, T)$ — функция, описывающая нелинейную часть термомеханической поверхности на первом полуцикле; $f_i(T_i)$ — функция, описывающая кривую циклического деформирования, соответствующую температуре T_i . Отметим, что $a(\chi, T_i)$, $b(\chi, T_i)$ и $d(\chi, T_i)$ — зависящие от значения χ параметры кривой циклического деформирования, полученной по результатам циклических испытаний при температуре T_i .

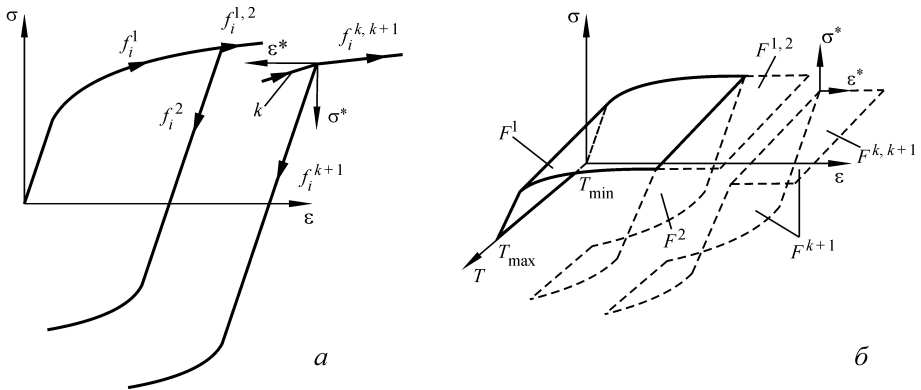


Рис. 1. Кривые изотермического циклического деформирования термомеханической поверхности (а) и участок этой поверхности на различных полуциклах (б)

Для моделирования кривой деформирования при неизотермическом циклическом нагружении на каждом k -м полуцикле нагружения необходимо построить изотермические кривые деформирования f_i^{k+1} (рис. 1, а) в диапазоне температур текущего полуцикла. При этом следует учесть накопленную пластическую деформацию χ за предыдущие полуциклы; построить по полученным кривым деформирования термомеханическую поверхность текущего $(k + 1)$ -го полуцикла F_i^{k+1} (рис. 1, б), на которой в пространстве напряжений, температур

и деформаций находится неизотермическая кривая циклического деформирования $(k + 1)$ -го полуцикла, при этом параметры кривой определяются с учетом направления деформирования.

Определение параметров модели материала. Чтобы построить участок термомеханической поверхности, требуется найти параметры первоначальных кривых деформирования материала при постоянных температурах и определить параметры $a(\chi, T)$, $b(\chi, T)$, $d(\chi, T)$, моделирующие для разных температур испытаний изменение циклических свойств материала от накопленной пластической деформации при неизотермическом нагружении. Таким образом, параметры этой модели определяют по результатам испытаний при постоянных температурах на основе обработки экспериментальных кривых циклического деформирования в условиях жесткого или мягкого нагружения.

Для вычисления параметров, зависящих от накопленной пластической деформации, на основе циклических испытаний, на каждом полуцикле необходимо рассчитать зависимость накопленной пластической деформации от числа полуциклов $\chi(n) = \sum_{k=1}^n |\varepsilon_k^p|$ и параметры модели, зависящие от числа n полуциклов.

Параметр a , моделирующий изменение размера упругой области, определяется отношением предела текучести на каждом полуцикле в локальных координатах к первоначальному пределу текучести:

$$a(n, T_i) = \frac{\sigma_s^*(n, T_i)}{\sigma_s(T_i)}.$$

Для определения параметра b , моделирующего масштаб преобразования нелинейного участка кривой деформирования, использован метод наименьших квадратов. В случае мягкого нагружения этот параметр можно приближенно найти по формуле

$$b(n, T_i) = \frac{\Delta \varepsilon_p^0}{\Delta \varepsilon_p^n},$$

где $\Delta \varepsilon_p^0$, $\Delta \varepsilon_p^n$ — остаточные пластические деформации начального и n -го полуциклов соответственно.

Параметр d , моделирующий изменение модуля упругости в процессе циклического деформирования, определяется отношением модуля упругости на текущем полуцикле к первоначальному:

$$d(n, T_i) = \frac{E(n, T_i)}{E(1, T_i)}.$$

После определения зависимостей $\chi(n, T)$, $a(n, T)$, $b(n, T)$, $d(n, T)$ для каждой температуры, можно получить зависимости $a(\chi, T)$, $b(\chi, T)$ и $d(\chi, T)$ в требуемых диапазонах температур и накопленной пластической деформации.

Моделирование испытаний образцов. На основе формул (1), (2) разработана программа для моделирования испытаний образцов при неізотермическом циклическом деформировании, тестирование которой проводилось сопоставлением результатов расчетов с экспериментальными данными по изотермическому и неізотермическому циклическому деформированию для различных материалов.

В работе [4] приведены экспериментальные данные по изотермическому и неізотермическому деформированию сплава IN738LC. Скорость деформации в процессе циклического деформирования при обоих типах нагружения оставалась постоянной и составляла $2 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. Рассматриваемый тип нагружения — жесткий. При неізотермическом нагружении температура в цикле изменялась в диапазоне $750 \dots 950 \text{ }^\circ\text{C}$: $750 \text{ }^\circ\text{C}$ — при максимальном растяжении, $950 \text{ }^\circ\text{C}$ — при максимальном сжатии. Амплитуда деформаций составляла $0,5\%$ при обоих типах нагружения. Первый полувцикл — полувцикл сжатия как в изотермическом, так и в неізотермическом случаях. Кривые деформирования материала получены на основе работ [4–6] для температур $20, 750, 850, 950 \text{ }^\circ\text{C}$ (рис. 2).

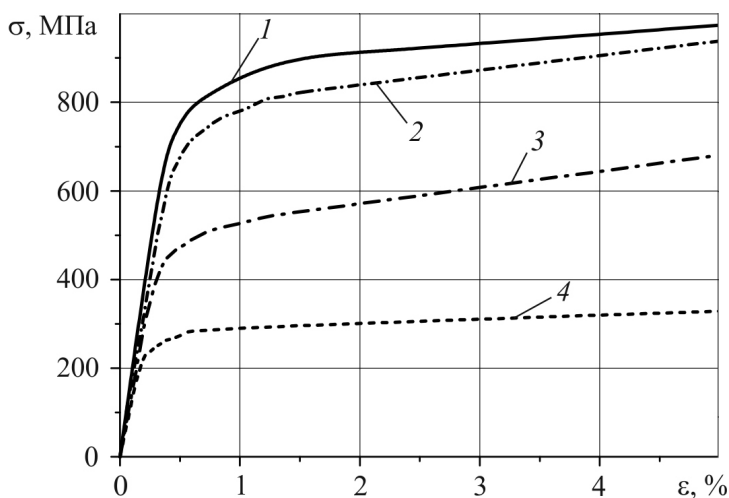


Рис. 2. Кривые деформирования сплава IN738LC при различных значениях температуры: 20 (1), 750 (2), 850 (3), 950 °C (4)

Результаты моделирования и экспериментальные данные представлены на рис. 3, а при изотермическом нагружении, на рис. 3, б — при неізотермическом.

В работе [7] приведены экспериментальные данные по циклическому деформированию жаропрочного никелевого сплава (аналога сплава Nimonic 80A) с добавлением ниобия. Все испытания образцов, как изотермические, так и неізотермические, проводились с частотой $0,0025 \text{ Гц}$ (400 с на цикл) в диапазоне температур $571 \dots 823 \text{ }^\circ\text{C}$,

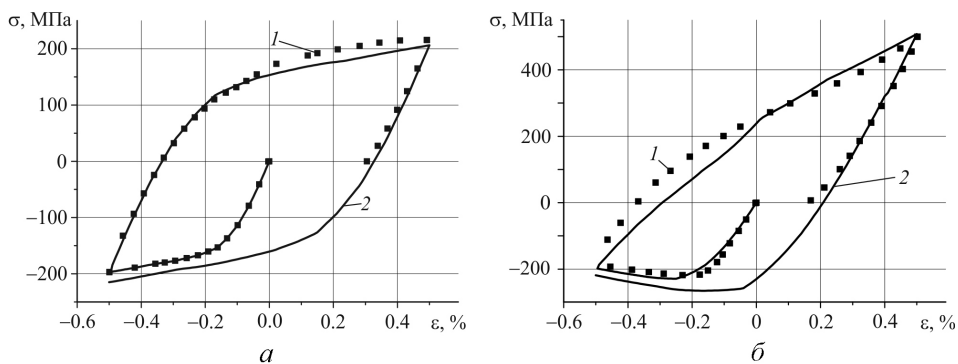


Рис. 3. Кривые циклического деформирования при изотермическом (а) и неізотермическом циклическом нагружении (б) (1 — эксперимент; 2 — расчет)

что позволило пренебречь влиянием ползучести. Как изотермические, так и неізотермические испытания проводились в условиях жесткого нагружения, амплитуда деформации в экспериментах с постоянной температурой составляла 1%. При неізотермическом нагружении использованы результаты эксперимента с амплитудами деформаций от 0,45 до 1%. Температура в этих испытаниях изменялась как синфазно, так и противофазно по отношению к изменению деформаций (рис. 4).

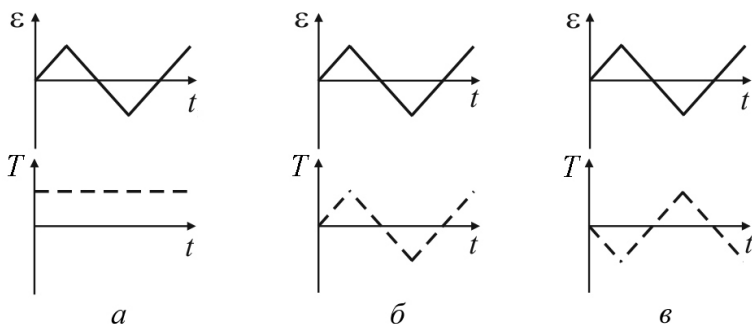


Рис. 4. Типы нагружения: изотермическое (а); неізотермическое синфазное (б); неізотермическое противофазное (в)

По результатам изотермических испытаний рассчитаны параметры кривых циклического деформирования (рис. 5). Параметр d был принят равным единице.

На рис. 6 приведены результаты сравнения расчетных и экспериментальных данных для стабилизированной петли циклического деформирования при температуре 700 °С (тип нагружения показан на рис. 4, а), амплитуда деформаций составляла 1%. Рис. 7 иллюстрирует результаты сравнения стабилизированных петель циклического неізотермического деформирования при синфазном нагружении (см. рис. 4, б), амплитуда деформаций составляла 0,6%, максимальная температура в цикле (823 °С) достигалась при максимальном растяжении,

минимальная температура в цикле (571 °С) достигалась при максимальном сжатии. На рис. 8 приведены результаты сравнения расчетных и экспериментальных данных стабилизированных петель неизотермического циклического нагружения при противофазном нагружении (см. рис. 4, в), амплитуда деформаций, максимальные и минимальные значения температур такие же, как в предыдущем случае.

В качестве стабилизированных петель циклического деформирования во всех трех случаях приведены 67 -- 68-й полуциклы нагружения.

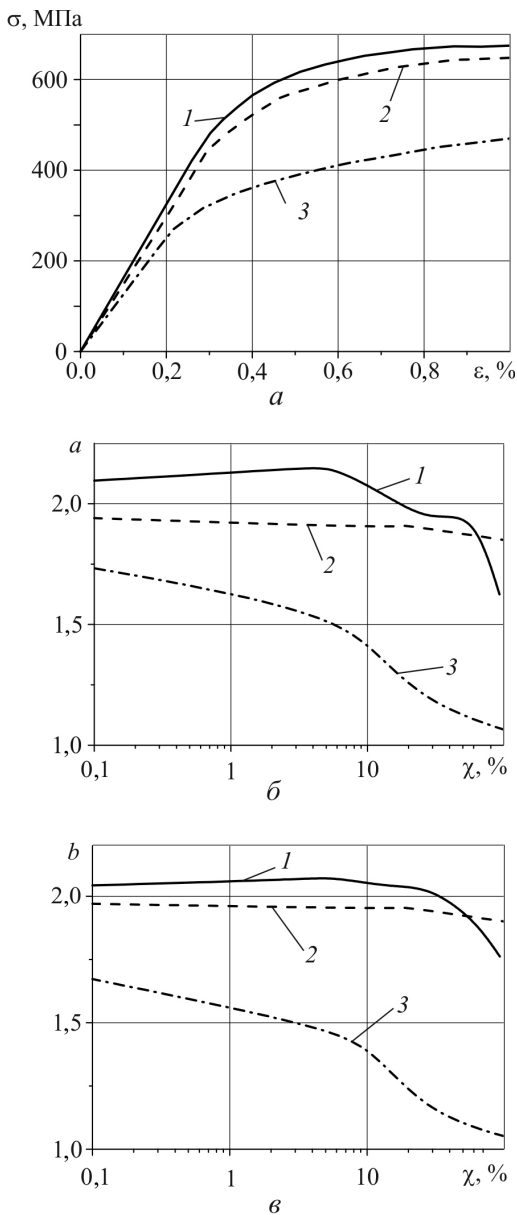


Рис. 5. Кривые деформирования (а); изменение параметров a (б) и b (в) в зависимости от χ при различных значениях температуры: 571 (1), 700 (2), 823 °С (3)

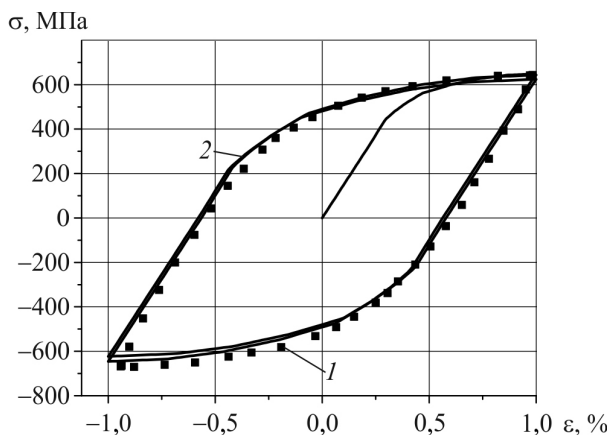


Рис. 6. Кривые изотермического циклического деформирования (1 — эксперимент; 2 — расчет)

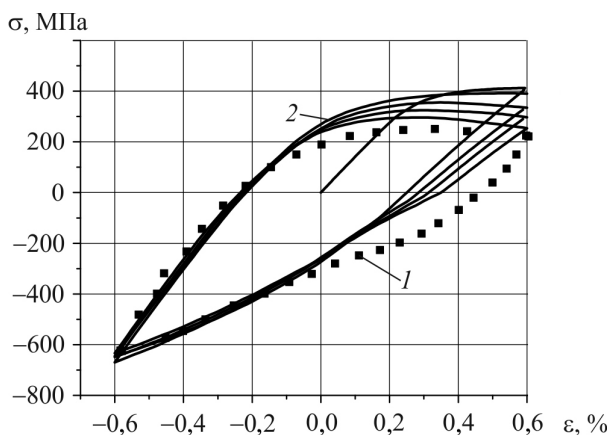


Рис. 7. Кривые синфазного неізотермического циклического деформирования (1 — эксперимент; 2 — расчет)

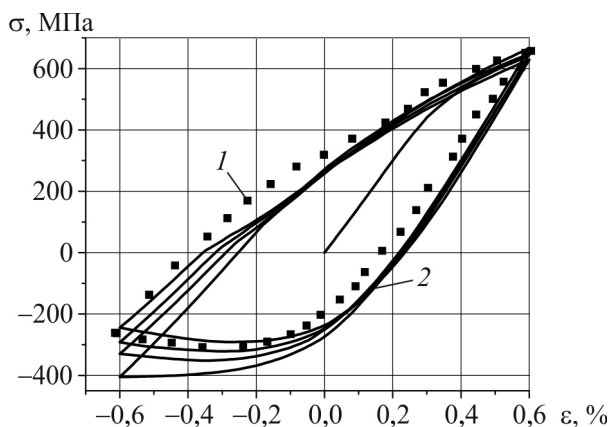


Рис. 8. Кривые противофазного неізотермического циклического деформирования (1 — эксперимент; 2 — расчет)

На рис. 9 приведены результаты сравнения расчетных и экспериментальных данных крайних точек стабилизированных кривых неизотермического циклического деформирования при различных программах нагружения.

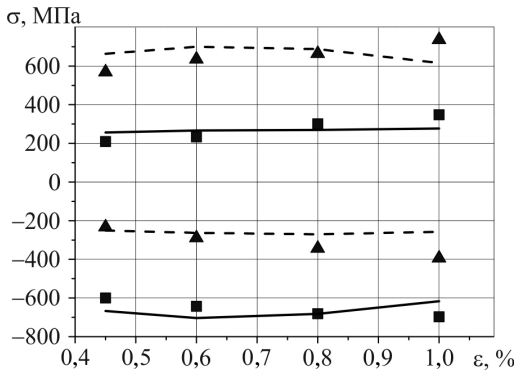


Рис. 9. Стабилизированные кривые циклического деформирования при противофазном (\blacktriangle — эксперимент, - - - — расчет) и синфазном (\blacksquare — эксперимент, — — — расчет) нагружении

Было проведено сравнение результатов математического моделирования с экспериментальными данными при жестком неизотермическом нагружении для типов нагружения, показанных на рис. 4, б, в, в диапазоне температур 571...823 °С и при амплитудах деформаций 0,45 % и 1 % (рис. 10). Результаты представлены в виде зависимостей напряжения в крайней точке растяжения в цикле от числа N циклов. На рис. 10, а, б приведены результаты сравнения по программе нагружения, показанной на рис. 4, б для амплитуд 0,45 % и 1 %, а на рис. 10, в, г — по программе, показанной на рис. 4, в для амплитуд деформаций 0,45 % и 1 % соответственно.

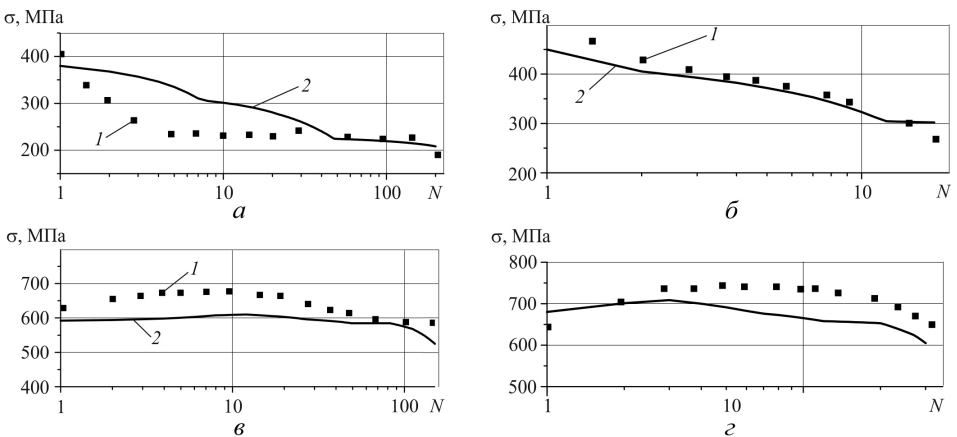


Рис. 10. Зависимости амплитуд напряжений от числа циклов при различных программах нагружения (1 — эксперимент; 2 — расчет)

Модель повреждаемости. Экспериментально установлено [2, 3], что при различных программах нагружения конструкционных материалов (постоянный размах напряжений, постоянный размах деформаций, случайный размах напряжений) при постоянной температуре число полуциклов n_f до разрушения при знакопеременном пластическом деформировании связано с предельной величиной χ_{\max} следующей зависимостью:

$$n_f = \left(\frac{\chi_{\max}}{\delta} \right)^\gamma, \quad (3)$$

где δ и γ — постоянные материала.

В настоящей работе исследована применимость данной зависимости при неизотермическом нагружении на основе экспериментальных данных [4–7]. С использованием экспериментальных данных по малоциклового усталости образцов [7] в изотермических условиях при температурах 700 и 823 °С определены параметры δ и γ модели малоциклового разрушения; по полученным параметрам для моделирования циклического деформирования и данным [7] по малоциклового усталости материала никелевого сплава [7] получены значения накопленной пластической деформации в зависимости от числа полуциклов до разрушения. На основе полученных данных методом наименьших квадратов определены параметры модели малоциклового усталости. На рис. 11, а показаны результаты изотермических испытаний и предельная кривая, построенная по полученным параметрам, а также результаты испытаний при неизотермическом нагружении.

Аналогично на основе экспериментальных данных по малоциклового усталости при жестком типе нагружения в изотермических и неизотермических условиях материала IN738LC в диапазоне температур 400...900 °С, проверена применимость рассматриваемой модели малоциклового усталости в неизотермических условиях (рис. 11, б).

Отметим, что как следует из представленных результатов, параметры γ и δ можно считать постоянными в широком диапазоне температур.

Конечноэлементное моделирование МЦУ на примере лопатки турбины. Программа нагружения конструкции представлена в виде повторяющихся циклов, которые моделируют цикличность приложения нагрузок. Каждый цикл разбит на шаги по времени. Изменение векторов приращений напряжений $\{\Delta\sigma\}$ и деформаций $\{\Delta\varepsilon\}$ на $(m + 1)$ -м шаге удовлетворяет вариационному соотношению [8]

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \{\Delta\sigma\}_{m+1}^T \{\delta\varepsilon\} d\Omega - \int_{\Omega} \{\Delta F_{\Omega}\}_{m+1}^T \{\delta u\} d\Omega - \\ & - \int_{S_F} \{\Delta F_S\}_{m+1}^T \{\delta u\} dS = \beta \left(\int_{\Omega} \{\sigma\}_{m+1}^T \{\delta\varepsilon\} d\Omega - \right. \\ & \left. - \int_{\Omega} \{F_{\Omega}\}_{m+1}^T \{\delta u\} d\Omega - \int_{S_F} \{F_S\}_{m+1}^T \{\delta u\} dS \right), \quad (4) \end{aligned}$$

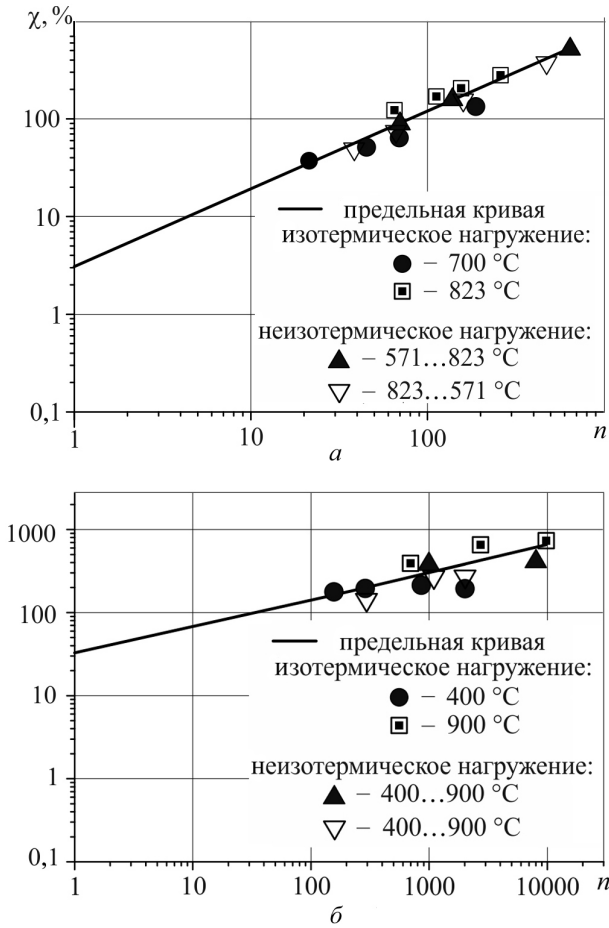


Рис. 11. Зависимость длины пути пластического деформирования до разрушения χ_{\max} образцов от числа полуциклов нагружения для никелевого сплава (а) [7] и сплава IN738LC (б) [4]

из которого следует система уравнений для определения приращений перемещений Δu

$$[K_k]_m \{\Delta u\}_{\Omega_{m+1}} = (\beta q_m + \Delta q_{m+1}) \{F\} - \beta [K_c]_m \{u\}_{\Omega_m}, \quad (5)$$

где $[K_k]_m$ — касательная матрица жесткости, $[K_c]_m$ — секущая матрица жесткости, вычисляемая при $\{u\}_{\Omega} = \{u\}_{\Omega_m}$; $\{F\}$ — вектор нагрузки; q — параметр нагружения; β — корректирующий параметр.

В процессе расчета на каждом шаге в элементе определяется текущая повреждаемость $D = \chi(n)/\chi_{\max}(n)$. При приближении повреждаемости в элементе к единице, элемент исключается из расчета с использованием технологии «отмирающих» элементов [9].

Для анализа НДС и оценки ресурса деталей турбомашин модель циклической пластичности и разрушения при неизотермическом нагружении реализована в конечноэлементном комплексе [9], который применен для моделирования малоциклового усталости турбинной лопатки (рис. 12, а).

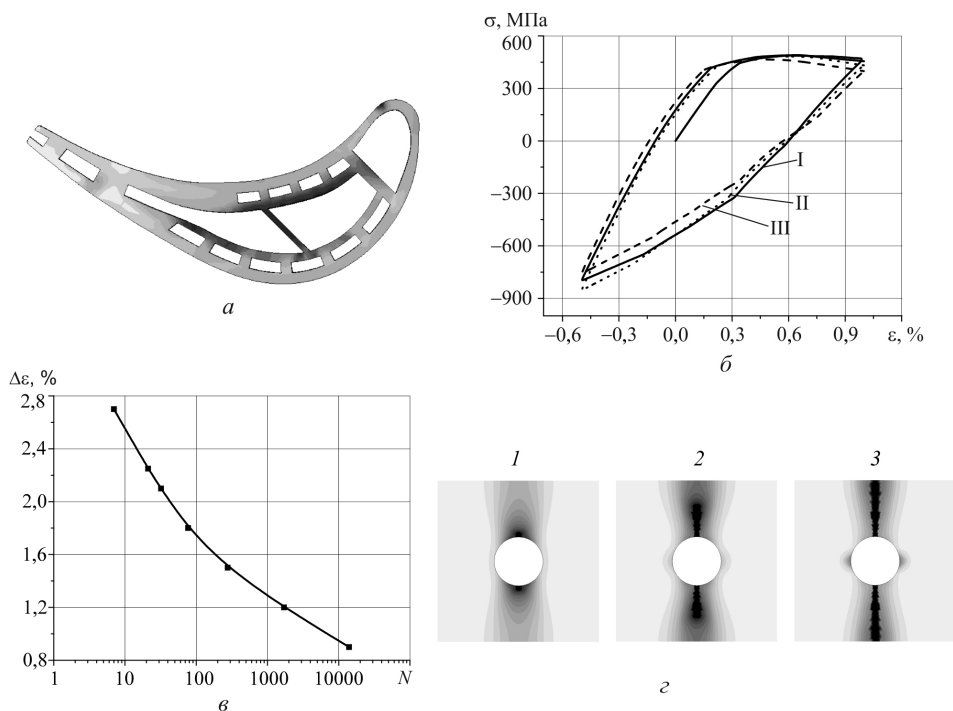


Рис. 12. Расчет МКЭ НДС лопатки (а), кривые циклического деформирования в критической точке (I – 1–3-й полуциклы, II – 10–11-й полуциклы, III – 50–51-й полуциклы) (б), кривая малоциклового усталости (в), рост трещины в критической точке (г)

Турбинная лопатка работает при неизотермическом нагружении (температура изменяется в диапазоне $20 \dots 800 \text{ }^\circ\text{C}$ в середине корыта лопатки). Материал лопатки – никелевый сплав. В лопатке имеются отверстия для подачи охлаждающего газа на внешнюю поверхность лопатки. Расчет лопатки МКЭ показал, что максимальное значение напряжений достигается вблизи отверстия. Характер изменения циклических напряжений и деформаций в этой зоне с размахом деформаций $\Delta\epsilon = 1,5 \%$ приведен на рис. 12, б. По результатам моделирования для различных размахов деформаций построена кривая малоциклового усталости (рис. 12, в). Процесс роста трещины и оценка скорости роста и распространения трещины проведена с использованием описанной выше программы при помощи технологии «отмирающих» элементов (рис. 12, г). На рис. 12, г позиция 1 соответствует моменту начала развития трещины в отверстии под охлаждающий воздух. Позиция 2 показывает исключенные из расчета («отмершие») элементы, в которых повреждаемость достигла предельного значения. Позиция 3 соответствует моменту, когда трещина охватывает весь объем материала между отверстиями.

Заключение. Модель, основанная на семействе термомеханических поверхностей позволяет аппроксимировать экспериментальные

кривые циклического деформирования при неизотермическом нагружении с приемлемой точностью.

Степенная зависимость между числом циклов до разрушения и максимальной накопленной пластической деформацией позволяет оценивать число циклов до разрушения при изотермическом и неизотермическом нагружении.

Представленные результаты показывают возможность применения данных моделей циклического деформирования и малоциклового усталости для расчета кинетики напряжений и ресурса деталей машин при циклическом неизотермическом нагружении.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Темис Ю.М. Пластичность и ползучесть деталей ГТД при циклическом нагружении. *Проблемы прочности и динамики в авиадвигателестроении*, Труды ЦИАМ, вып. 4, 1980, № 1237, с. 32–50.
- [2] Пучков И.В., Темис Ю.М. Модель упругопластического деформирования и повреждаемости конструкционных материалов. Малоцикловая усталость — критерий разрушения и структуры материалов: *Материалы V Всесоюзного семинара*. Волгоград, 1987, т. 2, с. 50–52.
- [3] Putchkov I.V., Temis Y.M., Dowson A.L., Darmit D. Development of a Finite Element Based Strain Accumulation Model for the Prediction of Fatigue Lives in Highly Stressed Ti Components. *Int. J. Fatigue*, 1995, vol. 17, no 6, pp. 385–398.
- [4] Xijia Wu. Life Prediction of Gas Turbine Materials. *Gas turbines*, 2010, pp. 215–282. URL: http://cdn.intechopen.com/pdfs/12091/InTech-Life_prediction_of_gas_turbine_materials.pdf (дата обращения 11.05.2013).
- [5] Enze Liu, Zhi Zheng. Study of New Type Strength Ni-based Superalloy DZ468 with Good Hot Corrosion Resistance. *Advances in Gas Turbine Technology*, 2011, pp. 399–410. URL: http://cdn.intechopen.com/pdfs/22909/InTech-Study_of_a_new_type_high_strength_ni_based_superalloy_dz468_with_good_hot_corrosion_resistance.pdf (дата обращения 11.05.2013).
- [6] Radonovich D.C. *Methods of Extrapolating Low Cycle Fatigue Data to High Stress Amplitudes*. MS Thesis, University of Central Florida, 2007, 135 p. URL: http://etd.fcla.edu/CF/CFE0001891/Radonovich_David_C_200712_MAST.pdf (дата обращения 11.05.2013).
- [7] Liang Jin, Pelloux R.M., Xie Xishan. Thermomechanical Fatigue Behavior of a Nickel Base Superalloy. *Chin. J. Met. Sci. Technol*, 1989, vol. 5, pp. 1–7.
- [8] Темис Ю.М. Моделирование процессов неизотермического упругопластического деформирования в деталях энергосиловых установок. *Машиностроение. Энциклопедия*. Кн. 1: *Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин*. Колесников К.С., ред. Москва, Машиностроение, 1994, с. 263–268.
- [9] Temis Y.M., Azmetov Kh.Kh., Zuzina V.M. Low-cycle fatigue simulation and life-time prediction of high stressed structures. Solid State Phenomena. *Trans. Tech. Publications*, Switzerland, 2009, vol. 147–149, pp. 333–338.

Статья поступила в редакцию 15.05.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Темис Ю.М., Азметов Х.Х., Факеев А.И. Моделирование малоцикловой усталости при неизотермическом нагружении. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 4. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/674.html>

Темис Юрий Моисеевич — д-р техн. наук, проф. кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, нач. отдела ЦИАМ им. П.И. Баранова. e-mail: tejoum@ciam.ru

Азметов Хаким Хасанович — канд. техн. наук, нач. сектора ЦИАМ им. П.И. Баранова, доц. кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Факеев Александр Игоревич — мл. науч. сотруд. ЦИАМ им. П.И. Баранова. e-mail: tejoum@ciam.ru