

Исследование затрат характеристической скорости, необходимой для обслуживания и восполнения спутниковых систем на круговых орбитах

© А.А. Баранов¹, Д.А. Гришко², В.И. Майорова²

¹ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, 125047, Россия

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрены вопросы, связанные с оценкой затрат суммарной характеристической скорости, требуемой для восполнения спутниковых систем, функционирующих на круговых и близких к ним орбитах. Исследуются случаи перевода спутника вдоль своей орбиты и случаи перевода в заданную точку рабочей орбиты, имеющей существенное отличие в долготе восходящего узла. Полученные результаты могут быть использованы для минимизации энергетических и временных затрат при проектировании и формировании спутниковых систем.

Ключевые слова: спутниковая система, маневры, фазирование, прецессия долготы восходящего узла, орбита ожидания, поворот плоскости орбиты.

Введение. В настоящее время происходит заметное увеличение числа работающих в околоземном космическом пространстве спутниковых систем (СС), а также осуществляется модернизация некоторых из уже существующих СС для увеличения числа используемых в них космических аппаратов (КА). Эти процессы делают необходимым тщательное исследование задач восполнения СС, когда резервный КА переводится на место аппарата, вышедшего из строя, или аналогичных с точки зрения затрат суммарной характеристической скорости задач, возникающих при подлете и ремонте вышедшего из строя КА. Задачи этого типа возникают также, когда одна ракета-носитель выводит несколько КА в одну точку на рабочей орбите, и требуется развести их по разным рабочим позициям.

Возможны два основных варианта восполнения СС: в первом случае осуществляется перевод резервного КА вдоль орбиты, на которой он находится, во втором случае КА переводится в заданную точку рабочей орбиты, имеющей иную долготу восходящего узла (ДВУ).

В настоящей статье рассмотрены круговые и близкие к ним орбиты. На орбитах этого класса функционирует значительная часть современных СС дистанционного зондирования Земли, навигации и связи.

Для нахождения параметров маневров КА на околокруговых орбитах можно воспользоваться результатами решения линеаризованных дифференциальных уравнений движения КА [1, 2].

Задача перевода КА в целевую точку вдоль орбиты. Рассмотрим сначала задачу об изменении положения КА вдоль орбиты на угол Δu ($\Delta u > 0$, если новая точка расположена впереди исходной). Угол Δu измеряется в долях витка, его максимальное по модулю значение не может быть более 0,5. Требуемое изменение позиции осуществляется за счет перевода КА на более низкую (если необходимо сдвинуть КА вперед вдоль орбиты) или на более высокую орбиту ожидания. Предполагается, что маневры исполняются на первом и последнем витках перелета, которые отстоят друг от друга на N витков. Затраты трансверсальной скорости, необходимые для перевода КА на угол Δu вдоль орбиты, определяются по формуле [3]

$$\Delta V \approx \frac{2|\Delta u|}{3N} V_0, \quad (1)$$

где $V_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}}$; r_0 — радиус круговой орбиты.

За время нахождения на промежуточной круговой орбите вследствие разной скорости изменения ДВУ рабочей и переходной орбит произойдет уход КА из плоскости рабочей орбиты, который можно компенсировать бинормальным импульсом, прикладываемым в точке с аргументом широты $u = 90^\circ$ или $u = 270^\circ$. Оптимальным является одновременное приложение трансверсальной и бинормальной составляющих импульсов скорости в начале и в конце маневрирования в некоторой точке орбиты с аргументом широты u_0 , что предполагает использование также влияния измененного наклона на скорость эволюции ДВУ [4]:

$$u_0 = \arctg \frac{2}{Nk \sin i}, \quad (2)$$

$$k = \frac{2\pi\varepsilon}{\mu\rho^2} \sin i. \quad (3)$$

В этом случае затраты суммарной характеристической скорости на перевод спутника вдоль орбиты определяются следующим образом:

$$\Delta V = 2\sqrt{\Delta V_t^2 + \Delta V_z^2} = \frac{2}{3} |\Delta u| V_0 \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\delta\Omega^2 \sin^2 2i}{N^2 \delta\Omega^2 \sin^4 i + 4\cos^2 i}}. \quad (4)$$

Анализ формулы (4) показывает, что затраты суммарной характеристической скорости в первом приближении находятся в линейной зависимости от величины рассогласования по фазе Δu (рис. 1). Вместе с тем сравнение энергетики переходов с использованием графиков, представленных на рис. 1, проводится при фиксированном числе витков для всех высот, что дает разное время перелета. Представляет интерес сравнение изохронных затрат скорости для разных высот, для чего необходимо пересчитать количество витков ожидания для всех высот на время, необходимое, например, для совершения 100 витков на базовой высоте 300 км. Из рис. 2 видно, что для низких орбит (< 2500 км) энергетика перевода КА в другую точку орбиты практически одинакова, но растет с увеличением радиуса орбиты. При рассмотрении изохронного количества витков затраты характеристической скорости для высоких орбит больше соответствующих затрат для низких орбит, т. е. наблюдается противоположная ситуация по сравнению с рис. 1.

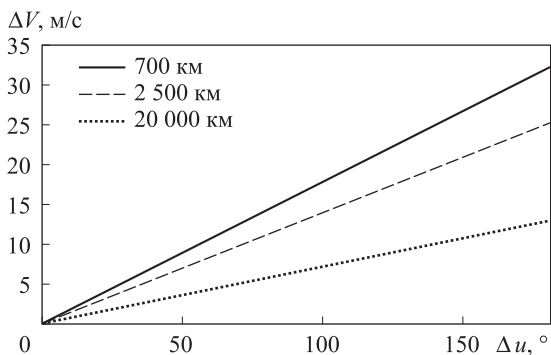


Рис. 1. Зависимость затрат скорости перелета от рассогласования по фазе для разных высот при наклонении $51,6^\circ$ для 100 витков ожидания

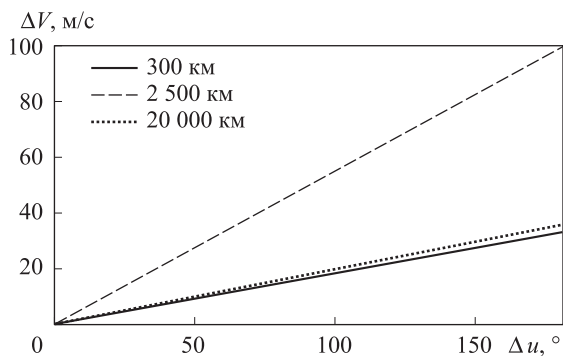


Рис. 2. Зависимость затрат скорости перелета от рассогласования по фазе для разных высот при наклонении $51,6^\circ$ для изохронного количества витков N : $N = 100$ для 300 км, $N = 65$ для 2 500 км, $N = 13$ для 20 000 км

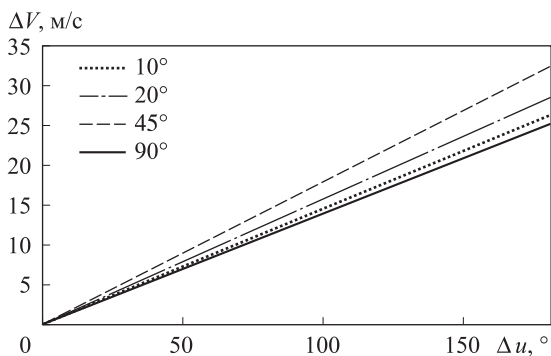


Рис. 3. Зависимость затрат скорости от Δu для различных наклонений

В формуле (4) наклонение может быть варьируемым параметром при решении задач проектной баллистики. На рис. 3 приведены затраты скорости для высоты 700 км, необходимые для устранения рассогласования по фазе для различных наклонений. Данный рисунок показывает, что максимум затрат скорости приходится на значения, близкие к 45° , а минимум — на полярные и экваториальные орбиты.

Исходя из формулы (4), нетрудно показать, что с учетом $\delta\Omega = -\frac{2\pi\varepsilon}{\mu p^2} \cos i$, или иначе $\delta\Omega = \beta \cos i$, где $\beta = -\frac{2\pi\varepsilon}{\mu p^2}$, максимум затрат суммарной характеристической скорости имеет место при наклонении

$$i = \arcsin \sqrt{\frac{-8 + \sqrt{64 + 16\beta^2 N^2}}{2\beta^2 N^2}}. \quad (5)$$

Так как β — функция фокального параметра, то, рассмотрев варианты высот орбит 300, 700 и 20 000 км, можно констатировать, что, в отличие от зависимости i от N зависимость i от p крайне слабая, а точки $i = 0$ и $i = \pi/2$ являются точками минимума (рис. 4) и не зависят от β .

Затраты суммарной характеристической скорости, требуемой для перевода спутника в целевую точку орбиты, гиперболически зависят от количества витков ожидания на промежуточной орбите для всех высот. Рассмотрим изохронную зависимость по базовому числу витков для высот 700 км и 2 500 км. Как видно из рис. 5, помимо существенного рассогласования при малых N существует такая область значений N , в которой кривые затрат суммарной характеристической скорости перелета пересекаются.

Точке пересечения присуще резкое уменьшение абсолютного значения производной функции ΔV по переменной N , она может рассматриваться как некое компромиссное количество витков ожидания между

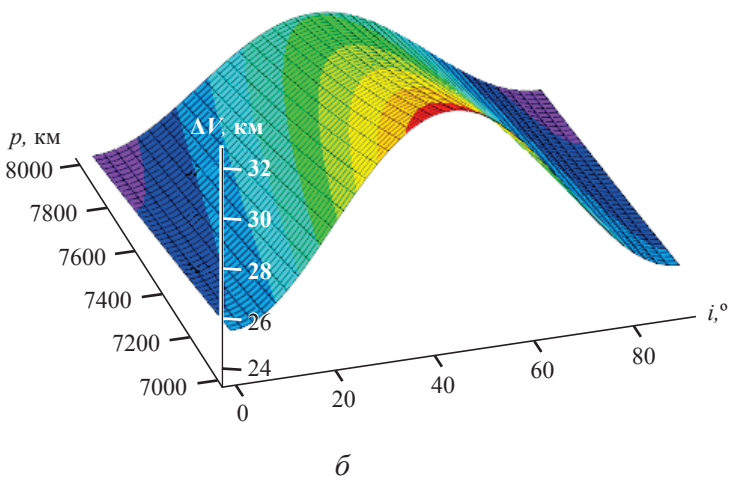
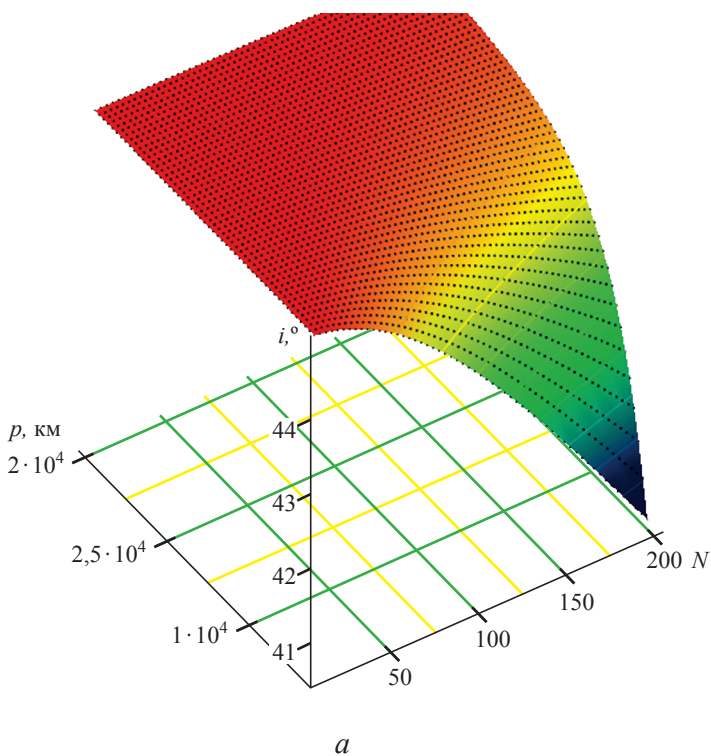


Рис. 4. Зависимость величины наклона, при котором достигается экстремум суммарной характеристической скорости, от фокального параметра и количества витков перелета (*a*); зависимость суммарной характеристической скорости перелета от фокального параметра и наклона орбиты при фиксированном числе витков перелета $N = 100$ (*б*)

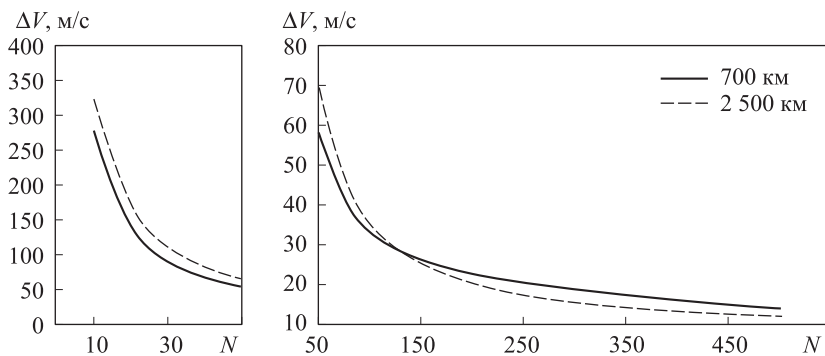


Рис. 5. Зависимость затрат суммарной характеристической скорости от изохронных N для различных высот

временем перелета и затратами на его осуществление. Вычисление этой точки для разной комбинации высот можно выполнить аналитически:

$$N = \sqrt{\frac{-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 4\gamma\alpha}}{2\gamma}}, \quad (6)$$

где

$$\begin{cases} \gamma = AK + CK - APD - APF; \\ \xi = AM + BK + CM - BPD - BPF - APE; \\ \alpha = BM - BPE. \end{cases}$$

При этом

$$\begin{cases} \beta = \frac{-2\pi\varepsilon}{\mu}; \\ A = \beta^2 \sin^4 i; \\ B = 4p_1^4; \\ C = 4\beta^2 \sin^2 2i; \\ D = T_1^2 T_2^2 \beta^2 \sin^4 i; \\ E = 4T_2^4 p_2^4 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} F = 4T_1^2 T_2^2 \beta^2 \sin^2 2i; \\ K = T_1^4 \beta^2 \sin^4 i; \\ M = 4T_2^2 T_1^2 p_2^4; \\ P = \frac{p_1}{p_2}. \end{cases}$$

Здесь T_1 и T_2 — периоды двух сравниваемых орбит; p_1 и p_2 — их фокальные параметры.

В результате применения формулы (6) получаем, что кривые пересекаются в общем случае дважды. Например, для высот 700 и 2500 км формула (6) дает значения $N_1 = 121$ и $N_2 = 844$ витка. Отметим, что принципиальное изменение динамики убывания функции $\Delta V(N)$ про-

исходит именно в точке N_1 , которую можно рассматривать как точку компромиссного значения продолжительности перелета. Рисунок 5 и формула (6) применимы для оценки оптимального времени ожидания на фазирующей орбите путем нахождения точки пересечения кривой затрат скорости с аналогичной кривой, получающейся для орбиты с высотой, близкой к заданной.

Задача перевода КА в целевую точку орбиты, имеющей существенное отклонение долготы восходящего узла. В случае необходимости перевода спутника на рабочую орбиту, имеющую существенное отличие в ДВУ, затраты суммарной характеристической скорости на перелет резко возрастают [5]. Выражение для оптимальных затрат суммарной характеристической скорости для перевода КА в целевую точку орбиты с долготой восходящего узла, отличающейся на $\Delta\Omega$, имеет вид [3]

$$\Delta V = \frac{2}{3} V_0 \sqrt{\frac{(\Delta u + n)^2}{(N + n)^2} + \frac{(3\Delta\Omega - (4\Delta u + 7n)\delta\Omega)^2}{(N + n)^2 \delta\Omega^2 \text{tg}^2 i + \frac{4}{\sin^2 i}}}. \quad (7)$$

Здесь угол Δu также выражен в долях витка, но его значения теперь принимаются лежащими в интервале $[0; 1]$; n — разница в числе витков полета КА и целевой точки, в которую надо перевести КА [6].

Зависимость затрат скорости от рассогласования в ДВУ близка к линейной, но существенно зависит от наклона орбиты, причем интенсивность роста затрат резко возрастает в диапазоне значений $i \in [60^\circ; 90^\circ]$ (рис. 6).

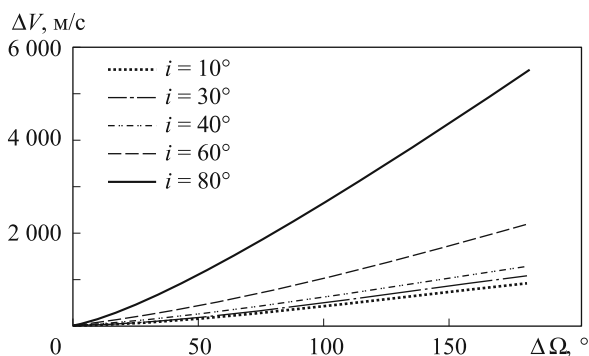


Рис. 6. Зависимость затрат суммарной характеристической скорости от рассогласования по ДВУ для разных наклонений для высоты 700 км и $N = 1000$ витков

Влияние особенностей гравитационного поля Земли заметно проявляется в случае малых отклонений по ДВУ. На рис. 7 представлены результаты расчетов для различных наклонений в малом диапазоне зна-

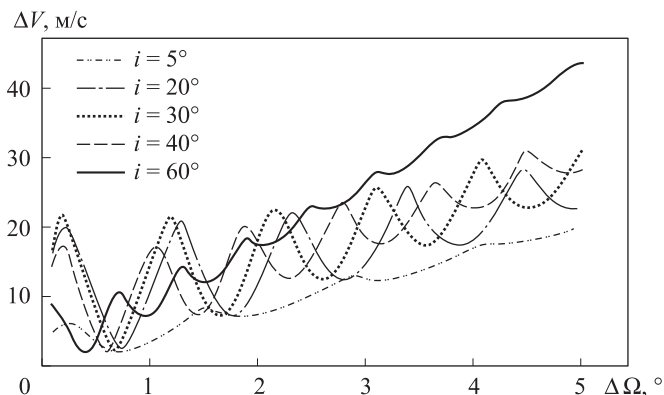


Рис. 7. Зависимость затрат суммарной характеристической скорости от рассогласования по ДВУ для разных наклонений для высоты 700 км и $N = 1000$ витков

чений угла $\Delta\Omega$. Функция затрат суммарной характеристической скорости в этом случае представляет собой кривую с затухающими колебаниями, причем интенсивность этих колебаний зависит как от наклонения, так и от величины большой полуоси (вид зависимости аналогичный). Из рис. 7 видно, что для наклонений, лежащих в диапазоне значений $20\text{--}40^\circ$, колебания выражены наиболее ярко.

На основании данного рисунка можно сделать следующий важный вывод: при фиксированных наклонении и высоте начальной орбиты возможен перевод КА в плоскость с большей ДВУ, но с меньшими затратами скорости, причем отличие для средних наклонений может достигать 20 м/с (до 86%). Это обстоятельство имеет вполне логичное объяснение: при учете фазирования вводится специальный параметр n , который по своему определению является целочисленным, что исключает возможность точной компенсации расхождений в ДВУ одной лишь операцией фазирования в плоскости орбиты и необходима непосредственная коррекция оставшегося отличия ДВУ.

Ниже приведена зависимость дробной части абсолютного значения n от угла между плоскостями для высоты 700 км. График, представленный на рис. 8, однозначно связывает дробный остаток n с амплитудами колебаний затрат характеристической скорости перелета (см. рис. 7): в том случае, когда разница в числе витков полета n близка к целочисленному значению и фазированием удастся практически полностью совместить плоскости, функция $\Delta V(\Delta\Omega)$ имеет минимумы.

Отметим следующее обстоятельство: при расчете затрат суммарной характеристической скорости перелета необходимо учитывать знак $\Delta\Omega$ (на рис. 6 $\Delta\Omega > 0$). На рис. 9 приведены кривые затрат суммарной характеристической скорости для двух наклонений для случая поворота пло-

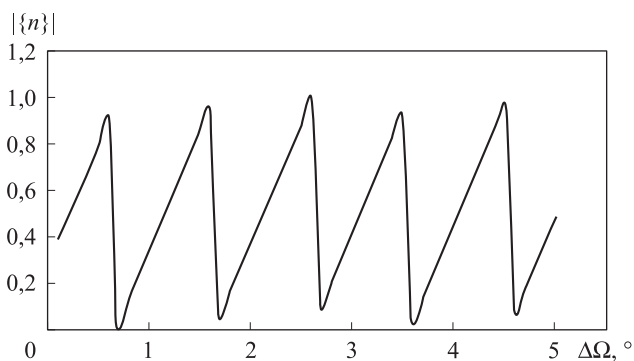


Рис. 8. Зависимость дробной части абсолютного значения n от угла между плоскостями для высоты 700 км и $N = 1000$ витков

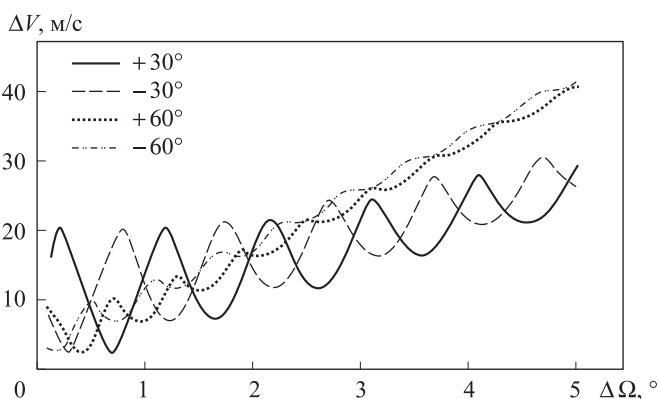


Рис. 9. Затраты суммарной характеристической скорости, необходимые для поворота плоскости для наклонов 30 и 60° против направления прецессии (+) и по направлению прецессии (-)

скорости на угол $0,1-5^\circ$ против и по направлению прецессии ДВУ для высоты 700 км.

Из графика на рис. 9 видно, что при развороте плоскости против направления прецессии кривая затрат суммарной характеристической скорости находится в противофазе с колебаниями кривой, полученной для попутного разворота, но при этом имеет место незначительный сдвиг вследствие отрицательного влияния эволюции ДВУ. Влияние направления поворота плоскости также хорошо заметно из зависимости суммарной характеристической скорости от числа витков перелета для разной величины угла рассогласования орбит по ДВУ (рис. 10). С ростом значения требуемого угла поворота плоскости это влияние все более заметно в области относительно малых значений N . Разворот плоскости в направлении естественной прецессии линии узлов позволяет, например, при требуемом угле разворота плоскости

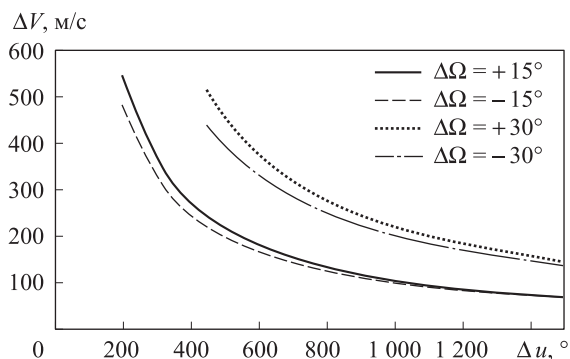


Рис. 10. Зависимость затрат суммарной характеристической скорости от количества витков для разных направлений и величин изменения ДВУ для высоты 700 км

на 30° получить выигрыш в 60 м/с в случае 450 витков ожидания (≈ 31 день).

Данные графика на рис. 10 позволяют сделать вывод, что при фиксированной величине угла поворота плоскости для заданной орбиты существует такое значение N витков ожидания, при котором затраты суммарной характеристической скорости, необходимой для поворота плоскости по или против направления прецессии практически одинаковы. Например, для высоты 700 км при наклонении 51,6° при требуемой компенсации $\Delta\Omega = \pm 15^\circ$ значение граничного N близко к 800 (≈ 55 дней). Этот эффект может быть учтен при проектировании схем обслуживания группировки КА с разных орбитальных станций.

В настоящей работе были рассмотрены случаи перевода КА с одной круговой орбиты на другую, отличающуюся от первой только фазовым углом и долготой восходящего узла. Общее решение задачи перехода между двумя произвольными околосферическими орбитами приводится в [7, 8].

Выводы. Полученные результаты могут быть использованы при проектных оценках энергетико-временных затрат, необходимых для формирования спутниковых систем. Предоставляется возможность аналитического отыскания компромисса между затратами суммарной характеристической скорости на перелет и его продолжительностью. Данная возможность может быть использована при проектировании сложных многоуровневых спутниковых систем, при планировании обслуживаемых систем. Проведенный анализ перевода спутника на орбиту, имеющую существенное отличие ДВУ, позволяет наметить оптимальную стратегию такого перевода. Обнаруженная затухающая периодическая зависимость суммарной характеристической скорости перелета от отклонения ДВУ может быть использована при выработке оптимальной стратегии сбора космического мусора.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках мероприятия 1.9 Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России на 2007–2013 годы», государственный контракт от 18 августа 2011 года № 11.519.11.5002, шифр «2011-1.9-519-004».

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Эльясберг П.Е. *Введение в теорию полета искусственных спутников Земли*. Москва, Наука, 1965, 540 с.
- [2] Ильин В.А., Кузмак Г.Е. *Оптимальные перелеты космических аппаратов*, Москва, Наука, 1976, 744 с.
- [3] Баранов А.А. (мл). *Изменение положения КА в спутниковой системе. Космические исследования*, 2008, т. 46, № 3, с. 219–224.
- [4] Баранов А.А. (мл.). *Разработка унифицированной расчетно-баллистической методики анализа эффективности методов формирования и поддержания спутниковых систем заданной структуры*. Дис. ... канд. техн. наук. URL: <http://tekhnosfera.com/razrabotka-unifitsirovannoy-raschyotno-ballisticheskoy-metodiki-analiza-effektivnosti-metodov-formirovaniya-i-podderzhani> (Дата обращения 25.03.2013).
- [5] Рэнжоно С., Кот Ю., Мартино В. Возможные стратегии обновления спутниковых группировок связи. *Официальный сайт Московского авиационного института (ГУ)* URL: <http://www.mai.ru/publications/index.php?ID=8234> (Дата обращения 10.02.2013).
- [6] Баранов А.А. Оптимальные переходы между орбитами, имеющими значительные отклонения долготы восходящего узла. *Тр. XXV Научных чтений по космонавтике*. Москва, 24–26 января 2001 г. Москва, Война и мир, 2001, с. 113.
- [7] Баранов А.А., Баранов А.А. Алгоритм расчета параметров маневров формирования спутниковых систем. *Космические исследования*, 2009, т. 47. № 3, с. 256–263.
- [8] Baranov A.A., Labourdette P. Strategies for on-Orbit Rendez-vous Circling Mars. *AAS / AIAA Astrodynamics Specialist Conference*. Quebec, Canada, 2001, paper AAS 01-392.

Статья поступила в редакцию 21.05.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

А.А. Баранов, Д.А. Гришко, В.И. Майорова. Исследование затрат характеристической скорости, необходимой для обслуживания и восполнения спутниковых систем на круговых орбитах. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 3. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/642.html>

Баранов Андрей Анатольевич родился в 1950 г., окончил МФТИ в 1974 г. Канд. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, доц. кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 работ в области механики космического полета. e-mail: andrey_baranov@list.ru

Гришко Дмитрий Александрович родился в 1991 г. Студент 5-го курса кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор пяти работ по космической тематике. e-mail: dim.gr@mail.ru

Майорова Вера Ивановна родилась в 1956 г., окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1979 г. Д-р техн. наук, проф. кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 70 работ в области разработки космической техники и образовательных космических технологий. e-mail: Victoria.mayorova@gmail.com