

## **ВЫСОКОСКОРОСТНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ В ВОДЕ – ФОРМИРОВАНИЕ КАВИТАЦИОННОЙ ПОЛОСТИ**

**С.В. Федоров, В.А. Велданов, Н.А. Федорова**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

e-mail: sm4-2009@mail.ru

*На основе численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи гидродинамики идеальной сжимаемой жидкости исследована динамика формирования кавитационной полости за движущимися в воде цилиндрическими телами с различной формой головной части при скоростях движения от 400 до 2000 м/с. С учетом результатов расчетов и экспериментальных данных предложена простая модель исследуемого процесса, базирующаяся на задаче об инерционном расширении сферической полости в идеальной несжимаемой жидкости. Показано, что захлопывание кавитационной полости при движении тела в жидкости с противодавлением может сопровождаться кумулятивными явлениями с формированием высокоскоростной струи жидкости, направленной вдогон тела.*

**Ключевые слова:** гидродинамика, идеальная жидкость, высокоскоростное движение, кавитационная полость, кумулятивный эффект.

## **HIGH-VELOCITY MOVEMENT OF CYLINDRICAL BODIES IN WATER: CAVITY FORMATION**

**S.V. Fedorov, V.A. Veldanov, N.A. Fedorova**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

e-mail: sm4-2009@mail.ru

*Based on numerical modeling within a two-dimensional axisymmetric problem of hydrodynamics of ideal compressible liquid, the dynamics of cavity formation in the water behind moving cylindrical bodies, having head parts of various forms, is investigated at movement velocities from 400 to 2000 m/s. Using results of calculations and experimental data, a simple model of the studied process is offered, which is based on a problem regarding the inertial expansion of a spherical cavity in the ideal incompressible liquid. It is shown that the cavity collapse during the body movement in the liquid with counter-pressure can be accompanied by the cumulative phenomena with formation of a high-velocity liquid jet that moves after the body along its axis of symmetry.*

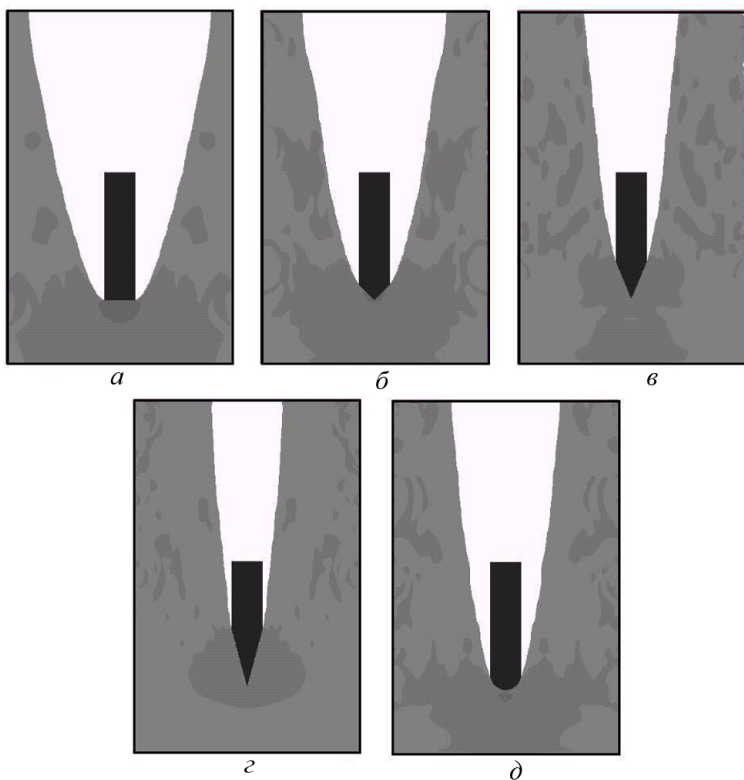
**Keywords:** hydrodynamics, ideal liquid, high-velocity movement, cavity, cumulative effect.

При движении тела с высокой скоростью в воде за телом образуется кавитационная полость (каверна), определение формы, размеров и динамики расширения которой имеет важное прикладное значение. В силу взаимодействия со стенками каверны элементов конструкции может обеспечиваться устойчивость движения высокоскоростного подводного аппарата и управление им. Применение в таких аппаратах кавитаторов (специальных вынесенных вперед элементов конструкции для формирования каверны необходимых размеров) позволяет исключить взаимодействие с жидкостью основного модуля и снизить силу сопротивления [1].

В настоящей работе расчетно-теоретическим путем исследовалось формирование каверны за цилиндрическими осесимметричными абсолютно жесткими телами с различной формой головной части (плоский торец, конусы с различными углами раствора, полусфера) при их движении в воде с нулевым углом атаки с постоянной скоростью  $v_0$ . Помимо формы головной части рассматривалось также влияние на параметры образующейся каверны скорости движения (в диапазоне от 400 до 2000 м/с) и противодействия  $p_e$  в жидкости (гидростатического давления при движении тела на достаточно большой глубине). Для верификации результатов расчетов использовались экспериментальные данные [2].

Наиболее полное описание поля течения жидкости для рассматриваемых условий движения можно получить на основе численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи гидродинамики [3]. В сформулированной задаче для воды использовалась модель идеальной сжимаемой жидкости с уравнением состояния в виде баротропной зависимости в форме Тэта [4, 5]. Задача решалась в обращенной постановке: предполагалось, что цилиндрическое тело радиусом  $R_0$  покоится, а на него натекает поток жидкости, имеющий на достаточно большом удалении от головной части тела скорость  $v_0$ . На участке контакта головной части с жидкостью полагалось, что нормальная компонента вектора скорости частиц жидкости, на боковой и тыльной границах расчетной области ставились граничные условия свободного вытекания жидкости [6], на поверхности образующейся каверны давление считалось нулевым. Система уравнений, описывающих течение жидкости при сформулированных условиях, интегрировалась численно с использованием вычислительного алгоритма, основанного на методе свободных лагранжевых точек [7, 8].

Решение задачи получалось с использованием метода установления [6]. В начальный момент времени предполагалось, что тело начинает взаимодействовать со свободной поверхностью набегающего потока жидкости (в расчетах без учета противодействия). Расчет проводился до тех пор, пока жидкость не начинала вытекать через тыльную границу расчетной области и параметры потока (в том числе и параметры образующейся при обтекании тела полости) не выходили на стационарный уровень. Протяженность расчетной области вдоль оси тела от вершины его головной части до тыльной границы (участок, на котором определялись параметры каверны), составляла  $(16 \dots 18)R_0$ . На рис. 1 приведены установившиеся поля течений за цилиндрами с различными головными частями при скорости движения  $v_0 = 1000$  м/с.

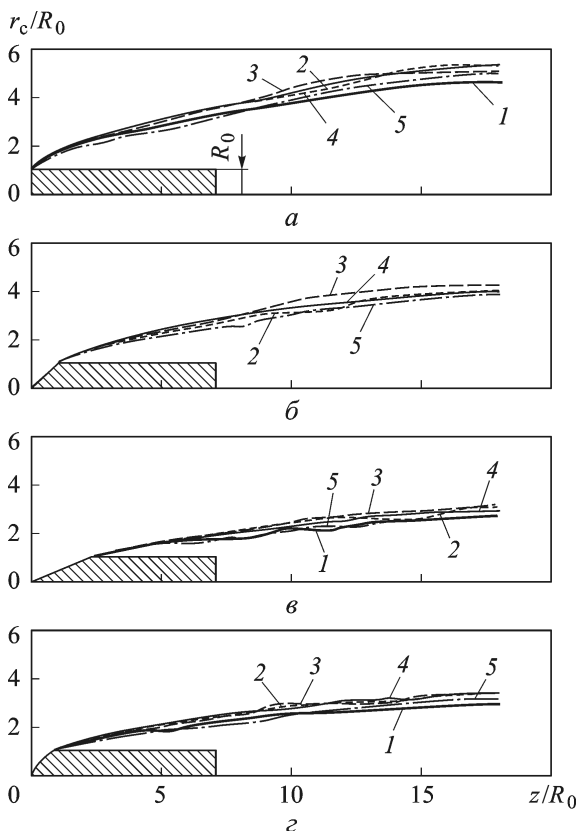


**Рис. 1. Поля течений при движении в воде цилиндров с различной формой головной части при скорости  $v_0 = 1000$  м/с:**

*a* — плоский торец; *б* и *в* — конус с углом раствора 90 и 45°; *г* — конус с углом раствора 30°; *д* — полусфера

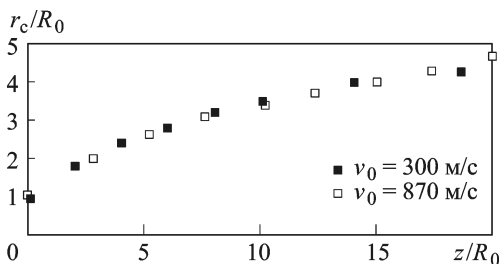
Как показало численное моделирование, в системе отсчета, связанной с движущимся телом, форма образующейся за ним каверны (определяемая зависимостью радиуса  $r_c$  различных поперечных сечений от их осевой координаты  $z$ , отсчитываемой от вершины головной части) в отсутствие противодействия практически не зависит от скорости движения тела (рис. 2).

Данный результат достаточно очевиден: с увеличением скорости движения тела соответственно возрастает и скорость радиального “разбегания” жидкости. Поэтому при фиксированном осевом смещении тела независимо от его скорости происходит одно и то же расширение сечений каверны, занимающих одинаковое положение относительно тела. Заслуживает дополнительного внимания тот факт, что отмеченное свойство независимости формы кавитационной полости от скорости движения тела в связанной с ним системе отсчета сохраняется не только при дозвуковых режимах движения (профили каверн на рис. 2, соответствующие скоростям тела 400, 800 и 1200 м/с), но и при переходе к сверхзвуковым режимам (профили каверн на рис. 2 при скоростях тела 1600 и 2000 м/с).



**Рис. 2. Расчетная форма каверны в воде без противодействия при разных скоростях движения цилиндрических тел с различной формой головной части:**  
*a. . . г* — см. подпись к рис. 1; кривые 1 —  $v_0 = 400$  м/с, 2 —  $v_0 = 800$  м/с, 3 —  $v_0 = 1200$  м/с, 4 —  $v_0 = 1600$  м/с, 5 —  $v_0 = 2000$  м/с

Результаты численного моделирования по форме каверны находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными. На рис. 3 показаны профили каверны в воде за цилиндром с плоским торцом при скоростях движения 300 и 870 м/с, полученные по результатам рентгенографических и оптических исследований [2]. Отклонения расчетных кривых для плоского торца (на рис. 2, *a*) от экспериментальных профилей не превышают 10 %.



**Рис. 3. Экспериментально полученные профили каверны в воде для цилиндров с плоским торцом**

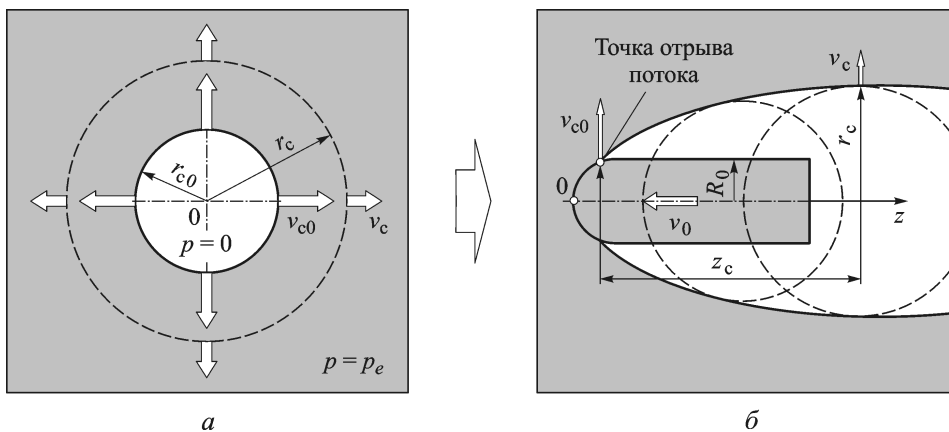


Рис. 4. Расчетная схема для простого определения параметров каверны

Следует отметить, что если для цилиндров с конической головной частью (рис. 1, б, в, з) отрыв потока от поверхности тела происходит в сечении основания конуса (где поперечное сечение имеет радиус  $R_0$ ), то при численном моделировании обтекания полусферических головных частей (рис. 1, д) радиус, проведенный к точке отрыва потока от полусферы, составлял при различных скоростях угол  $60^\circ \dots 65^\circ$  с осью тела (радиус поперечного сечения полусферы в данной точке равен  $\sim 0,9R_0$ ).

Анализ результатов численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи и экспериментальных данных о форме образующейся за телом каверны показал, что они могут быть достаточно хорошо описаны с использованием простой модели инерционного расширения сферической полости в идеальной несжимаемой жидкости [5]. Исходной для данной модели является следующая формулировка. Рассмотрим сферическую полость в идеальной несжимаемой жидкости с плотностью  $\rho_0$ . В начальный момент времени полость имеет радиус  $r_{c0}$  и расширяется со скоростью движения границы  $v_{c0}$  (рис. 4, а). Давление в жидкости на достаточно большом удалении от полости равно  $p_e$ , давление в полости равно нулю.

Из уравнения неразрывности для несжимаемой среды получается радиальное распределение скорости  $v_r$  движения жидкости, окружающей полость, в виде

$$v_r = v_c \left( \frac{r_c}{r} \right)^2, \quad (1)$$

где  $r_c$  и  $v_c = dr_c/dt$  — соответственно текущие радиус и скорость движения границы полости. Интегрируя уравнение сферически симметричного движения жидкости

$$\rho_0 \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r}$$

по радиальной координате  $r$  в пределах от  $r_c$  до  $\infty$  с учетом соотношения (1) и значений давления  $p$  в жидкости при  $r = r_c$  и  $r \rightarrow \infty$ , приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка для текущего радиуса полости

$$\rho_0 \left( r_c \frac{d^2 r_c}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dr_c}{dt} \right)^2 \right) = -p_e,$$

которое после понижения порядка сводится к

$$\left( \frac{dr_c}{dt} \right)^2 = \left( \frac{r_{c0}}{r_c} \right)^3 \left( v_{c0}^2 + \frac{2}{3} \frac{p_e}{\rho_0} \right) - \frac{2}{3} \frac{p_e}{\rho_0}.$$

Вводя безразмерные радиус полости  $r'_c = r_c / r_{c0}$  и время  $t' = tv_{c0} / r_{c0}$ , последнее соотношение переписываем в виде

$$\frac{dr'_c}{dt'} = \pm \sqrt{\frac{1 + \beta_1}{r'^3_c} - \beta_1}, \quad (2)$$

где знак “+” соответствует стадии расширения полости, а знак “-” — стадии ее последующего захлопывания. Входящий в (2) безразмерный параметр  $\beta_1$  зависит от значения противодействия  $p_e$  в жидкости и определяется как

$$\beta_1 = \frac{2}{3} \frac{p_e}{\rho_0 v_{c0}^2}.$$

Используя рассмотренную задачу о расширении в жидкости сферической полости для расчета формы образующейся за телом каверны, дополнительно примем следующие допущения [9]. Будем считать, что после отрыва потока от поверхности тела относительная скорость движения жидкости в осевом направлении равна скорости тела  $v_0$ , а радиальное движение границы каверны в различных поперечных сечениях происходит так же, как при инерционном расширении сферической полости с начальным радиусом  $r_{c0}$ , соответствующим радиусу поперечного сечения тела в точке отрыва, и с начальной скоростью  $v_{c0}$ , соответствующей радиальной компоненте скорости частиц жидкости в точке отрыва (рис. 4, б). Описывая форму каверны в системе отсчета, связанной с движущимся телом, осевую координату  $z_c$  будем отсчитывать от сечения, в котором происходит отрыв потока от поверхности тела. Время эволюции каждого поперечного сечения каверны от момента начала его инерционного расширения при этом будет определяться, как  $t = z_c / v_0$ . Переходя в уравнении (2) с учетом данной взаимосвязи от дифференцирования по  $t'$  к производной по  $z'_c = z_c / r_{c0}$ , получаем следующее дифференциальное соотношение, описывающее

форму каверны:

$$\frac{dr'_c}{dz'_c} = \pm \sqrt{\frac{\omega^2 + \beta}{r'^3_c} - \beta}. \quad (3)$$

Входящий в него безразмерный параметр  $\omega = v_{c0}/v_0$  определяется радиальной скоростью движения жидкости  $v_{c0}$  в точке отрыва (рис. 4, б), а параметр  $\beta$  составляет треть отношения противодействия  $p_e$  в жидкости к скоростному напору  $\rho_0 v_0^2/2$ :

$$\beta = \frac{2}{3} \frac{p_e}{\rho_0 v_0^2} = \beta_1 \omega^2.$$

Приравнявая (3) к нулю, легко оценить максимальный радиус расширения каверны:

$$r'_{c \max} = \sqrt[3]{\frac{\beta + \omega^2}{\beta}}. \quad (4)$$

В отсутствие противодействия ( $\beta = 0$ ) каверна расширяется неограниченно. В этом случае уравнение (3) с начальным условием  $r'_c(0) = 1$  может быть проинтегрировано до конца аналитически, и для формы каверны за телом получается степенная зависимость

$$r'_c = \left(1 + \frac{5}{2} \omega z'_c\right)^{2/5}.$$

На рис. 5 приведены профили каверны, рассчитанные на основе данной зависимости при различных значениях параметра  $\omega$ . Величина  $\omega$  определяется, очевидно, формой головной части тела. На рис. 6 показаны характерные распределения по длине каверны радиальной скорости расширения ее границы, полученные по результатам двумерного численного моделирования для разных головных частей цилиндра (без учета противодействия). Анализ этих данных о радиальной

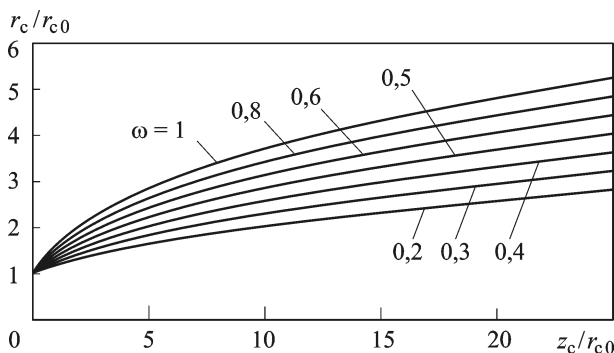
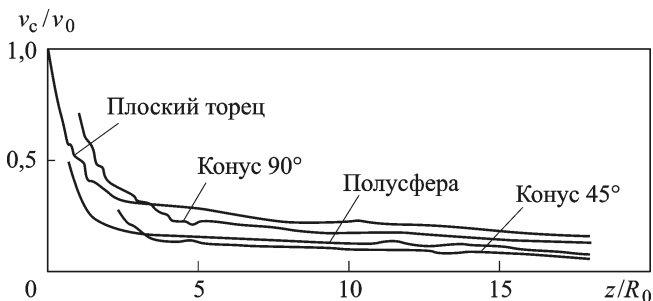


Рис. 5. Влияние на форму каверны в воде без противодействия радиальной скорости потока в точке отрыва от поверхности тела



**Рис. 6.** Распределение по длине каверны радиальной скорости расширения ее границы для различных форм головной части цилиндрического тела

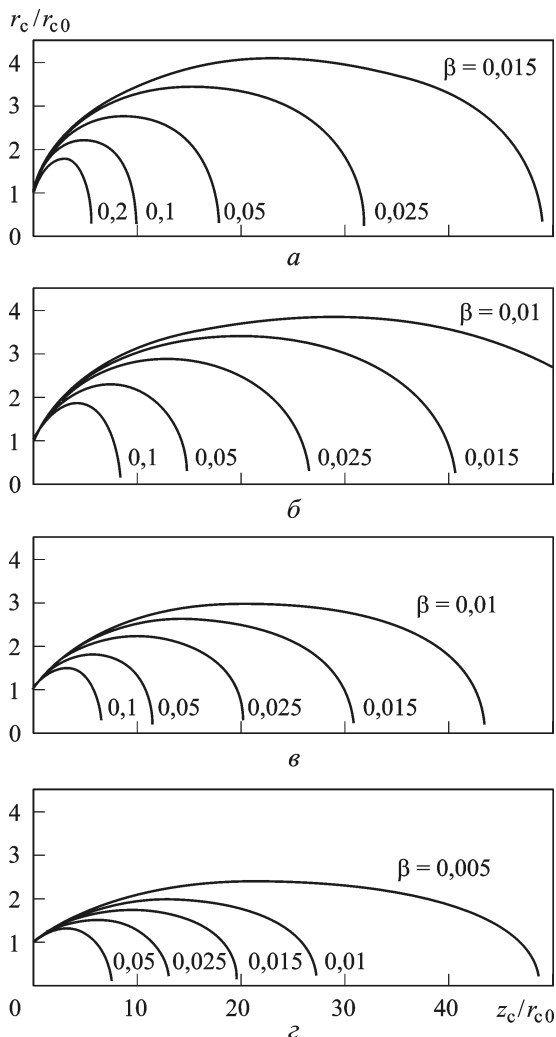
скорости жидкости в точке отрыва от поверхности тела дает для параметра  $\omega$  в отсутствие противодействия следующие значения:  $\omega = 1$  (плоский торец); 0,5 (полусфера); 0,7 и 0,25 (конус  $90^\circ$  и  $45^\circ$  соответственно).

Для цилиндра с плоским торцом  $\omega = 1$ . Соответствующая данному значению  $\omega$  кривая на рис. 5 очень мало отклоняется от профилей каверны, полученных в этом случае при численном моделировании (см. рис. 2, а) и в экспериментах (см. рис. 3). Таким образом, приведенная простая модель определения формы каверны вполне может быть использована для оценочных расчетов. При этом еще раз отметим, что для конических головных частей  $r_{c0} = R_0$ , а для полусферических  $r_{c0} \approx 0,9R_0$  (в отсутствие противодействия).

При движении тела на достаточно большой глубине, когда в жидкости определяемое гидростатическим давлением противодействие  $p_e \neq 0$ , под его действием происходит захлопывание каверны за телом. Практический интерес представляет максимальное расширение каверны и ее протяженность в направлении движения тела. Максимальный радиус каверны оценивается аналитически соотношением (4). Для определения формы каверны в жидкости с учетом противодействия уравнение (3) интегрировалось численно. Результаты расчетов формы каверны при различных значениях параметров  $\beta$  и  $\omega$  приведены на рис. 7. На рис. 8 показано влияние этих параметров на длину кавитационной полости  $z_{c\lim}$  (расстояние от сечения отрыва потока от поверхности тела до точки схлопывания каверны на оси симметрии).

Как следует из рис. 8, практически значимое влияние противодействия в жидкости на параметры каверны начинает проявляться примерно при  $\beta \geq 0,01$  (длина каверны при этом может сократиться до нескольких десятков радиусов тела в точке отрыва). При скорости движения тела  $v_0 = 500$  м/с соответствующее данному значению  $\beta$  противодействие составляет 3,75 МПа (гидростатическое давление такого уровня действует на глубине 375 м). При скоростях же движения



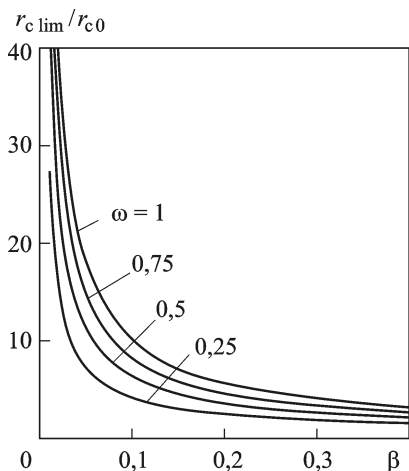


**Рис. 7. Форма каверны в жидкости с противодавлением при различных значениях определяющих параметров:**

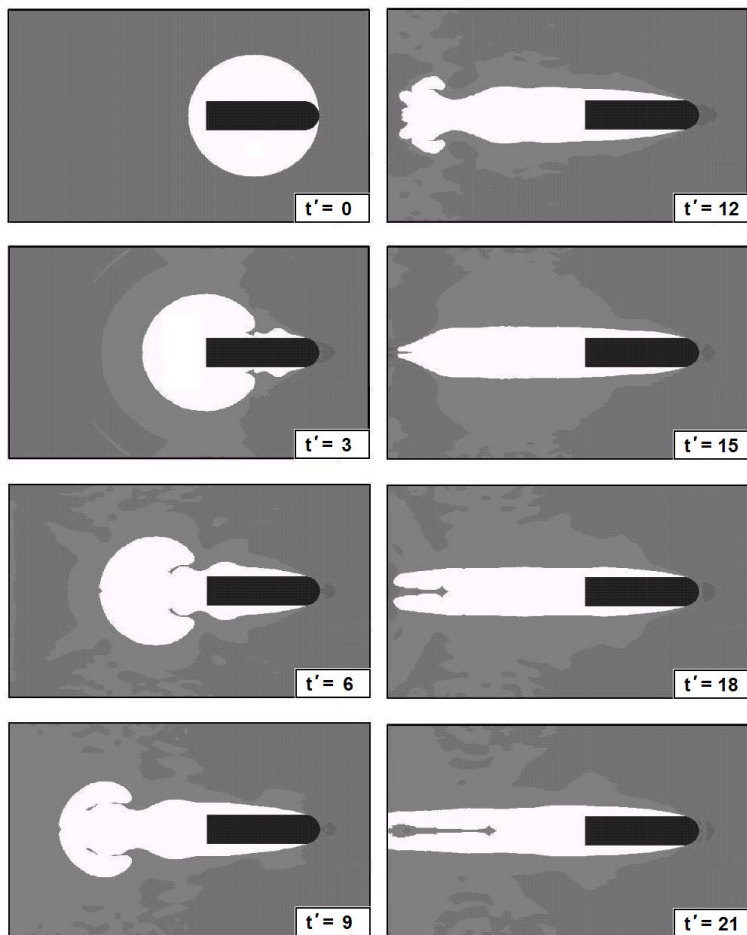
$a - \omega = 1,0$ ;  $б - \omega = 0,75$ ;  $в - \omega = 0,5$ ;  $г - \omega = 0,25$

$v_0 \leq 100$  м/с может оказаться необходимым уже учитывать давление в жидкости на уровне атмосферного (0,1 МПа).

Влияние противодействия на поле течения жидкости при движении тела рассматривалось также на основе численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи. Задача по-прежнему решалась в обращенной постановке. В начальный момент времени в жидкости с давлением  $p_e$ , движущейся со скоростью  $v_0$ , задавалась сферическая полость, где размещалось неподвижное цилиндрическое тело. Давление в полости полагалось нулевым. На рис. 9 приведена картина течения при движении цилиндра с полусферической головной частью в воде с противодавлением, обеспечивающим  $\beta = 0,04$  (приведены поля плотностей потока жидкости; указанное на кадрах



**Рис. 8.** Зависимость протяженности каверны за телом в жидкости с противодавлением от определяющих параметров



**Рис. 9.** Численное моделирование взаимодействия цилиндра с полусферической головной частью с водой при ненулевом противодавлении

безразмерное время определяется как  $t' = tv_0/R_0$  и соответствует перемещению тела  $v_0t$  относительно своего начального положения, выраженному в радиусах тела  $R_0$ ).

Как видно на рис. 9, захлопывание каверны за телом может сопровождаться кумулятивными явлениями — формированием высокоскоростной струи жидкости, движущейся вдоль оси симметрии вслед за телом. Очевидно, в определенных условиях импульсное воздействие такой струи на донную часть высокоскоростного подводного аппарата может представлять опасность для его конструкции, что следует иметь в виду при определении эксплуатационных нагрузок.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Велданов В.А., Смирнов В.Е., Хаврошкин О.Б. Лунный пенетратор: снижение перегрузок, управление прониканием // *Астрономический вестник*. 1999. Т. 33, № 5. С. 490–494.
2. Киселев Ю.Г., Копытов Г.Ф., Мозилев В.А., Четис Д.В. Особенности развития каверны при наклонном входе цилиндра в воду // *Сб. докл. II Научн. конф. Волжского регионального центра РАН “Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения”*. Саров: РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2003. С. 234–238.
3. Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. М.: Наука, 1987. 840 с.
4. Фомин В.М., Гулидов А.И., Сапожников Г.А. и др. *Высокоскоростное взаимодействие тел*. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 600 с.
5. *Физика взрыва: в 2 т.* / С.Г. Андреев, А.В. Бабкин, Ф.А. Баум и др.; ред. Л.П. Орленко. Т. 2. М.: Физматлит, 2002. 656 с.
6. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. *Метод крупных частиц в газовой динамике*. М: Наука, 1982. 392 с.
7. Оран Э., Борис Дж. *Численное моделирование реагирующих потоков*. М.: Мир, 1990. 660 с.
8. Велданов В.А., Марков В.А., Пусев В.И. и др. Расчет проникания недеформируемых ударников в малопрочные преграды с использованием данных пьезоакселерометрии // *Журнал технической физики*. 2011. Т. 81. Вып. 7. С. 94–104.
9. Федоров С.В., Велданов В.А., Васюков В.И. Расчет движения цилиндра в воде в кавитационном режиме // *Сб. материалов III Научн. конф. ВРЦ РАН “Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения”*. Саров: РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2004. Т. 2. С. 555–566.

Статья поступила в редакцию 27.11.2012