УДК 629.7

Г. К. Боровин, М. В. Захваткин,
В. А. Степаньянц, А. Г. Тучин,
Д. А. Тучин, В. С. Ярошевский

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТЫ И МАНЕВРА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ ЗАДАННОМ ВРЕМЕНИ ПРИЛОЖЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Описан алгоритм определения параметров орбиты и маневра в импульсной постановке, используемый при обработке измерений Научной сети оптических инструментов для астрометрических и фотометрических наблюдений.

E-mail: bc@kiam1.rssi.ru

Ключевые слова: *определение орбиты, одноимпульсный маневр, траекторные измерения.*

Актуальная задача сопровождения космических аппаратов (КА) на околоземных орбитах требует создания методов и алгоритмов автоматического построения орбит до и после маневра с его качественной и количественной оценкой. Наличие траекторных измерений до и после проведения маневра КА позволяет с определенной степенью точности интерпретировать маневр как одноимпульсный. В предложенном алгоритме определения параметров орбиты и маневра момент приложения импульса считается заданным.

При одноимпульсном маневре траектории до и после приложения импульса должны пересечься в точке пространства, в которой произошло приложение импульса. При анализе возможных причин изменения орбитальных параметров находят точку, в которой расстояние между траекторией до и после приложения импульса минимально [1]. Определенный по алгоритму [1] момент времени является входным параметром для алгоритма определения вектора импульса и параметров орбиты КА.

Рассмотрим алгоритм [2], уточняющий кинематический вектор состояния КА и параметры импульса. Этот алгоритм позволяет определить параметры на основе минимизации функционала следующего вида:

$$J=\sum_{i=1}^{N}\left\{\left(\mathbf{\Psi}_i\right)_{\text{наб}}-\mathbf{\Psi}_i\left[t_i,\mathbf{x}\left(t,\mathbf{q}\right)\right]\right\}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}_i^{-1}\left\{\left(\mathbf{\Psi}_i\right)_{\text{наб}}-\mathbf{\Psi}_i\left[t_i,\mathbf{x}\left(t,\mathbf{q}\right)\right]\right\},\quad(1)$$

где $\left(\mathbf{\Psi}_i\right)_{\text{наб}}$ — вектор измеренных значений в момент времени t_i; $\mathbf{\Psi}_i\left[t_i,\mathbf{x}\left(t,\mathbf{q}\right)\right]$ — расчетное значение вектора измеряемых параметров; $\mathbf{x}(t,\mathbf{q})$ — функциональная зависимость вектора состояния на момент времени t от вектора уточняемых параметров $\mathbf{q}$; $\mathbf{q}$ — вектор уточняемых параметров, включающий вектор состояния космического объекта на момент последнего измерения и вектор импульса на момент его выполнения (всего девять параметров); $\mathbf{R}_i$ — априорная ковариационная матрица ошибок i-го измерения.

В случае если дополнительно известны априорное значение вектора импульса $\Delta\mathbf{v}_{\mathrm{A}}$ и ковариационная матрица этого априорного значения $\mathbf{P}_{\Delta V}$, к функционалу (1) можно добавить член

$$\left[\Delta\mathbf{v}_{\mathrm{A}}-\Delta\mathbf{v}\left(t_{\text{имп}},\mathbf{q}\right)\right]^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_{\Delta V}^{-1}\left[\Delta\mathbf{v}_{\mathrm{A}}-\Delta\mathbf{v}\left(t_{\text{имп}},\mathbf{q}\right)\right],$$

позволяющий учесть априорную информацию при определении вектора параметров $\mathbf{q}$.

Минимизацию функционала выполним итерационно методом Ньютона. При этом вектор поправок $\Delta\mathbf{q}$ к компонентам уточняемого вектора $\mathbf{q}$ на каждом шаге итерационного процесса минимизирует функцию следующего вида:

$$J_L=\sum_{i=1}^{N}\left[\mathbf{H}_i\mathbf{\Phi}_{\mathrm{ext}}\left(t_i\right)\Delta\mathbf{q}-\mathbf{z}_i\right]^{\mathrm{T}}\mathbf{R}_i^{-1}\left[\mathbf{H}_i\mathbf{\Phi}_{\mathrm{ext}}\left(t_i\right)\Delta\mathbf{q}-\mathbf{z}_i\right],$$

где $\mathbf{H}_i$ — матрица частных производных измеряемой функции $\mathbf{\Psi}_i\left[t_i,\mathbf{x}\left(t_{i,sc},\mathbf{q}\right)\right]$ по компонентам вектора состояния КА $\mathbf{x}$ на момент времени $t_{i,sc}$, соответствующий моменту регистрации измерения t_i, с учетом времени распространения сигнала от КА до наблюдателя; $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{ext}}\left(t_{i,sc}\right)$ — матрица частных производных компонент вектора состояния $\mathbf{x}$ по компонентам вектора уточняемых параметров $\mathbf{q}$ на момент времени $t_{i,sc}$; $\mathbf{z}_i=\left(\mathbf{\Psi}_i\right)_{\text{наб}}-\mathbf{\Psi}_i\left[t_i,\mathbf{x}\left(t,\mathbf{q}\right)\right]$ — невязка между расчетным и измеренным значениями.

Поправку $\Delta\mathbf{q}$ найдем из решения системы нормальных уравнений по следующей формуле:

$$\Delta\mathbf{q}=\left(\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{d}\,, \tag{2}$$

где

$$\mathbf{B}=\begin{pmatrix}\mathbf{H}_1\mathbf{\Phi}_{\text{ext}}(t_1)\\ \mathbf{H}_2\mathbf{\Phi}_{\text{ext}}(t_2)\\ \dots\dots\dots\dots\dots\\ \mathbf{H}_N\mathbf{\Phi}_{\text{ext}}(t_N)\end{pmatrix},\quad \mathbf{d}=\begin{pmatrix}\mathbf{z}_1\\ \mathbf{z}_2\\ \dots\\ \mathbf{z}_N\end{pmatrix},\quad \mathbf{W}=\begin{pmatrix}\mathbf{R}_1^{-1} & 0 & \dots & 0\\ 0 & \mathbf{R}_2^{-1} & \dots & \dots\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{R}_N^{-1}\end{pmatrix}. \qquad (3)$$

Чтобы воспользоваться формулами (2) и (3), необходимо найти матрицу $\mathbf{\Phi}_{\text{ext}}(t_i)$. Оценку вектора состояния на момент последнего измерения t_N обозначим $\hat{\mathbf{x}}_N$, момент выполнения импульса — t_I, а его оценку — $\Delta\hat{\mathbf{v}}$. Тогда

$$\mathbf{q}=\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{x}}_N\\ \Delta\hat{\mathbf{v}}\end{pmatrix}.$$

Пусть движение КА описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{F}(t,\mathbf{x}). \qquad (4)$$

Решение дифференциального уравнения (4) на участке от момента выполнения импульса t_I до момента последнего измерения t_N обозначим $\mathbf{x}_R(t)$, а на интервале слева от импульса, т. е. от момента первого измерения t_0 до момента выполнения импульса t_I, — $\mathbf{x}_L(t)$. В момент приложения импульса t_I векторы $\mathbf{x}_L(t)$ и $\mathbf{x}_R(t_I)$ связаны соотношением

$$\mathbf{x}_L(t_I)=\mathbf{x}_R(t_I)-\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \Delta\hat{\mathbf{v}}\end{pmatrix}.$$

Таким образом, на участке справа от импульса движение КА и матрица частных производных удовлетворяют системе дифференциальных уравнений

$$\frac{d\mathbf{x}_R}{dt}=\mathbf{F}(t,\mathbf{x}_R),\qquad \frac{d\mathbf{\Phi}_R(t)}{dt}=\left.\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_R(t)}\mathbf{\Phi}_R(t)$$

при начальных условиях $\mathbf{\Phi}_R(t_N)=\mathbf{E},\quad \hat{\mathbf{x}}_N=\mathbf{x}_R(t_N)$.

На участке слева от импульса движение КА и матрица частных производных удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d\mathbf{x}_L}{dt}=\mathbf{F}(t,\mathbf{x}_L),\qquad \frac{d\mathbf{\Phi}_L(t)}{dt}=\left.\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_L(t)}\mathbf{\Phi}_L(t)$$

при начальных условиях $\mathbf{\Phi}_L(t_I) = \mathbf{E}, \quad \mathbf{x}_R(t_I) - \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta\hat{\mathbf{v}} \end{pmatrix} = \mathbf{x}_L(t_I).$

Матрица частных производных компонент текущего вектора состояния по компонентам вектора состояния на момент последнего измерения $\mathbf{\Phi}(t)$ описывается следующей формулой:

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{cases} \mathbf{\Phi}_R(t), & \text{если } t > t_I; \\ \mathbf{\Phi}_L(t)\mathbf{\Phi}_R(t_I), & \text{если } t \leqslant t_I. \end{cases} \tag{5}$$

Очевидно, что матрица частных производных вектора состояния КА до момента приложения импульса по компонентам вектора импульса равна нулю. Чтобы найти матрицу частных производных вектора состояния КА справа от момента приложения импульса по компонентам вектора импульса, рассмотрим матрицу частных производных:

$$\frac{\partial \mathbf{x}_R(t)}{\partial \mathbf{x}_R(t_I)} = \frac{\partial \mathbf{x}_R(t)}{\partial \mathbf{x}_R(t_N)} \frac{\partial \mathbf{x}_R(t_N)}{\partial \mathbf{x}_R(t_I)} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}_R(t_N)}{\partial \mathbf{x}_R(t)}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{x}_R(t_N)}{\partial \mathbf{x}_R(t_I)} = \mathbf{\Phi}_R^{-1}(t)\mathbf{\Phi}_R(t_I). \tag{6}$$

Обозначим через $\mathbf{\Phi}_V(t)$ 3 × 6-блок матрицы $\dfrac{\partial \mathbf{x}_R(t)}{\partial \mathbf{x}_R(t_I)}$, содержащий три крайних правых столбца этой матрицы. По построению матрица $\mathbf{\Phi}_V(t)$ представляет собой матрицу частных производных компонент вектора состояния на момент времени $t > t_I$ по компонентам вектора импульса.

Объединяя формулы (5) и (6), получаем представление матрицы $\mathbf{\Phi}_{\text{ext}}(t)$ в виде

$$\mathbf{\Phi}_{\text{ext}}(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} \mathbf{\Phi}(t) & \mathbf{0}_3 \end{pmatrix}, & \text{если } t < t_I, \\ \begin{pmatrix} \mathbf{\Phi}(t) & \mathbf{\Phi}_V(t) \end{pmatrix}, & \text{если } t \geqslant t_I, \end{cases}$$

где $\mathbf{0}_{3,6}$, $\mathbf{0}_3$ — нулевые 3 × 6- и 3 × 3-матрицы; $\mathbf{E}_3$ — единичная квадратная матрица третьего порядка.

Построенный алгоритм позволяет по измерениям до и после импульса и моменту приложения импульса получить его оценку и вектор состояния КА на момент последнего измерения.

Рассмотрим работу алгоритма на примере оценки импульса по КА на геостационарной орбите с международным номером 2000-031A. Этот КА переводили из точки с долготой 349° в точку с долготой 38°.

В результате выполнения первого маневра 18 июня 2009 г. высота орбиты была понижена и КА стал совершать дрейф на восток со скоростью около 1°/сут. Маневр, выполненный 2 августа 2009 г., обеспечил приведение КА в точку с долготой 38°. В этой точке КА находился до начала исполнения импульса увода 20 августа 2009 г. Оценим импульс, который обеспечил прекращение дрейфа на восток, по измерениям Научной сети оптических инструментов для астрометрических и фотометрических наблюдений [3]. Для оценки импульса торможения использовали измерения от момента окончания исполнения импульса понижения высоты до момента начала выдачи импульса увода.

Сначала по измерениям на интервале от 20 июня 2009 г. до 2 августа 2009 г. оценим орбиту до импульса. Затем по измерениям на интервале от 2 августа 2009 г. до 20 августа 2009 г. оценим орбиту после выполнения импульса. Имея две орбиты: до и после импульса, можно определить момент времени, когда эти орбиты сближаются на минимальное расстояние. В результате выполненных расчетов были получены следующие значения параметров:

Дата и время достижения минимального расстояния между орбитами, UTC	2009/08/03 12:16:09.030
Минимальное расстояние между орбитами, км	86,0
Модуль разности векторов скорости, м/с	2,89

Эти результаты нельзя назвать удовлетворительными из-за большого расстояния между орбитами. В дальнейших расчетах можно использовать только оценку момента выполнения импульса. Плохое качество оценки объясняется малой длительностью интервала измерений после выполнения импульса, а также возможными дополнительными малыми импульсами, которые могли выполняться на этом интервале, например, в интересах обеспечения ориентации или выполнения маневра «удержания» в окрестности заданной долготы.

Для обеспечения более достоверной оценки следует использовать алгоритм, изложенный в настоящей работе. Следует отметить, что оценку момента приложения импульса, полученную из условия минимального расстояния между орбитами, можно рассматривать как первое приближение при получении оценки этого момента времени. Далее это время необходимо уточнять с использованием следующих критериев:

минимума среднеквадратического отклонения (СКО) взвешенных остаточных невязок;

минимума характеристической скорости импульса орбитального перехода;

минимума радиальной составляющей импульса орбитального перехода.

Поясним последний из указанных критериев. В реальных маневрах импульс крайне редко имеет компоненту по радиальной составляющей. В данном случае импульс выдавался на разгон КА, чтобы прекратить дрейф на восток, т. е. в направлении трансверсали.

Оценка импульса по критерию минимального значения приведенного СКО приведена ниже:

Дата, время импульса, UTC	2009/08/04 3:01:38.5
Приведенное СКО	2,62
Модуль импульса, м/с	6,1
Радиальная составляющая, м/с	5,02
Трансверсальная составляющая, м/с	3,4
Составляющая, ортогональная плоскости орбиты, м/с	0,4

Оценка импульса по критерию минимальных затрат характеристической скорости при условии, что приведенное СКО не превышает значения 3, позволяет получить оценку импульса, которая в большей мере соответствует представлениям о маневрировании КА:

Дата, время импульса, UTC	2009/08/04 0:01:38.5
Приведенное СКО	2,87
Модуль импульса, м/с	3,52
Радиальная составляющая, м/с	–0,40
Трансверсальная составляющая, м/с	3,47
Составляющая, ортогональная плоскости орбиты, м/с	–0,42

Последняя оценка совпадает с оценкой импульса по критерию минимального модуля трансверсальной составляющей при условии, что приведенное СКО не превышает значения 3.

По результатам проведенных исследований можно сделать вывод, что при оценке времени исполнения импульса следует использовать критерий минимальной оценки характеристической скорости при ограничении на приведенное СКО. Достоверность полученной оценки может быть проконтролирована по значению радиальной составляющей оценки импульса.

Авторы статьи благодарят координаторов и наблюдателей Научной сети оптических инструментов для астрометрических и фотометрических наблюдений за предоставленные измерения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kamensky S., Tuchin A., Stepanyants V., Kyle, Alfriend T. Algorithm of automatic detection and analysis of non-evolutionary changes in orbital motion of geocentric objects. AAS 09-103, preprint.

2. Аким Э. Л., Энеев Т. М. Определение параметров движения космического летательного аппарата по данным траекторных измерений // Космич. исслед. 1963. Вып. 1. Т. 1.

3. Научная сеть оптических инструментов для астрометрических и фотометрических наблюдений / И.Е. Молотов, В.М. Агапов, В.В. Куприянов и др. http://lfvn.astronomer.ru/report/0000042/index.htm

Статья поступила в редакцию 03.07.2012.