

## **Поведение роторного вибрационного гироскопа для вращающегося носителя при его колебаниях с частотами, кратными частоте собственного вращения**

А.В. Кулешов<sup>1</sup>, В.В. Фатеев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Рассмотрены особенности поведения роторного вибрационного гироскопа для вращающегося носителя с отрицательной обратной связью по скорости и интегрирующим звеном в выходном каскаде электронного блока при угловых и круговых колебаниях носителя вокруг его поперечных осей с частотами, кратными частоте собственного вращения носителя вокруг продольной оси. Представлены кинематическая и структурная схемы гироскопа. Приведены результаты исследования влияния указанных колебаний носителя на параметры выходного сигнала прибора.*

**E-mail: akul1974@mail.ru**

**Ключевые слова:** роторный вибрационный гироскоп, вращающийся носитель, угловые и круговые колебания.

Миниатюризация чувствительных элементов систем ориентации, стабилизации и навигации является на сегодня одним из основных направлений развития гироскопической техники. Наряду с этим остаются актуальными вопросы повышения точности таких датчиков и приборов, обеспечения надежности и простоты конструкции.

Вибрационные гироскопы, в том числе и в микромеханическом исполнении, в большей степени удовлетворяют требованиям миниатюризации, надежности и простоты, а точность этих гироскопов постоянно повышается.

Впервые идея использования вибрационных гироскопов на вращающемся носителе была предложена и обоснована А.И. Сучковым [1]. Схема получила название «двумерный одноканальный измеритель угловой скорости». Будучи установленным на вращающемся носителе [1, 2], двумерный одноканальный измеритель представляет собой роторный вибрационный гироскоп (РВГ), амплитуда и фаза выходного сигнала которого содержат информацию о векторе угловой скорости носителя вокруг его поперечных осей. При этом полезная информация об измеряемой угловой скорости содержится и в амплитуде, и в фазе выходного сигнала, т. е. в его мгновенном значении.

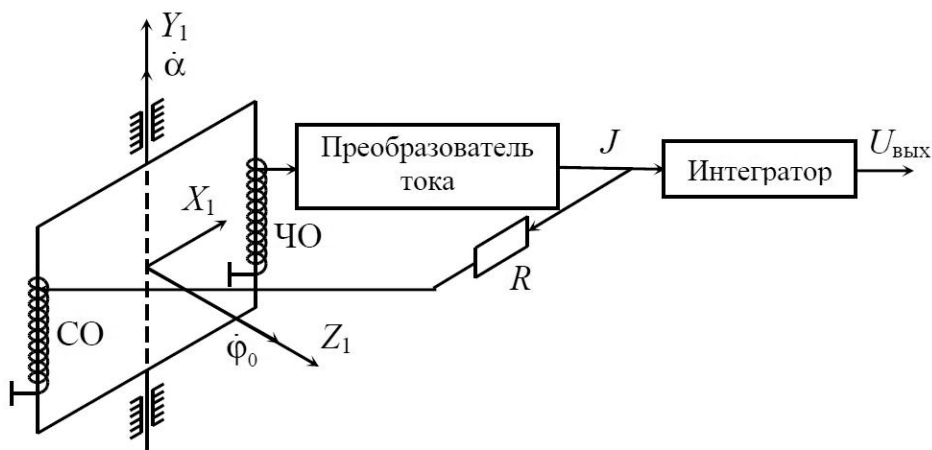
Одними из характерных движений вращающегося носителя являются угловые и круговые колебания его продольной оси. Именно для того чтобы успокоить эти колебания на вращающемся носителе, используют датчики угловых скоростей. Таким образом, основное

назначение РВГ для вращающегося носителя заключается в обеспечении демпфирования в канале управления вращающимся носителем.

Особенностью применения РВГ на вращающемся носителе является возможность использования скорости вращения носителя вокруг продольной оси  $\dot{\phi}_0$  для создания собственного кинетического момента гироскопа. Это позволяет отказаться от двигателя ротора в приборе, благодаря чему удается существенно уменьшить габариты, массу и стоимость гироскопа, значительно упростить конструкцию и технологический процесс его изготовления и повысить надежность прибора. Наряду с указанными преимуществами данная особенность содержит и недостатки, заключающиеся в малой величине и большой нестабильности скорости вращения носителя вокруг продольной оси (10...20 об/с).

На кафедре «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» МГТУ им. Н.Э. Баумана проводятся исследования по созданию миниатюрных, но в то же время обладающих достаточной точностью датчиков угловой скорости для вращающихся носителей на основе РВГ. Была разработана серия таких датчиков, в том числе и микромеханических.

Так, в работе [3] приведены результаты исследований, направленных на повышение точности РВГ для вращающегося носителя, и представлена схема (рис. 1) роторного вибрационного гироскопа с отрицательной обратной связью по скорости и интегрированием выходного сигнала (РВГ с ОС), позволяющая повысить точность измерения угловой скорости более чем в 8 раз. Работа данного прибора рассмотрена для случая постоянной измеряемой угловой скорости. На основании проведенных исследований показано, что применение РВГ с ОС на вращающемся носителе позволяет на порядок повысить точность измерения угловой скорости носителя вокруг поперечных осей.



**Рис. 1. Схема роторного вибрационного гироскопа с демпфированием посредством обратной связи и интегратором на выходе**

Плоский неэлектропроводящий чувствительный элемент гироскопа (например, в виде рамки) крепят в одноосном свободном подвесе таким образом, чтобы его плоскость была перпендикулярна продольной оси вращения носителя. На чувствительном элементе размещают две электрические обмотки в однородном магнитном поле. Одна из обмоток — чувствительная (ЧО), предназначена для измерения угловой скорости колебаний чувствительного элемента, другая — силовая (СО), обеспечивает моментное воздействие, пропорциональное угловой скорости колебаний. Для этого обмотки соединены между собой с помощью предварительного усилителя и усилителя тока. Сигнал, пропорциональный току  $J$  в СО, подается на интегратор, амплитуда и фаза выходного напряжения  $U_{\text{вых}}$  которого будут зависеть от угла  $\alpha$  колебаний рамки.

Проведенные в работах [4] и [5] исследования позволяют определить степень влияния частоты угловых и круговых колебаний вращающегося носителя вокруг его поперечных осей на амплитуду и фазу выходного сигнала гироскопа, сформулировать требования к параметрам гироскопа для обеспечения необходимой точности измерения угловой скорости колебаний носителя.

Следует отметить, что в проведенных исследованиях рассматривается ограниченный диапазон частот колебаний носителя, не превышающий половины значения частоты собственного вращения носителя вокруг продольной оси. Однако наряду с такими колебаниями у любого вращающегося объекта возникают колебания на частотах, кратных частоте собственного вращения объекта. Такие колебания на практике присущи любым вращающимся телам, а также и вращающимся частям РВГ. Изучению влияния таких колебаний на РВГ для вращающегося носителя посвящена данная работа.

В соответствии с [3] уравнение движения гироскопа имеет вид

$$\ddot{\alpha} + 2\xi\omega_0\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \frac{(C_1 - A_1 + B_1)\dot{\phi}_0}{B_1}\Omega\sin(\dot{\phi}_0t - \delta_1) - \dot{\Omega}\sin(\dot{\phi}_0t + \delta_2),$$

где  $\xi = \frac{D_\alpha}{2B\omega_0}$  — относительный коэффициент затухания колебаний

чувствительного элемента;  $\omega_0 = \dot{\phi}_0\sqrt{\frac{C_1 - A_1}{B_1}}$  — собственная частота

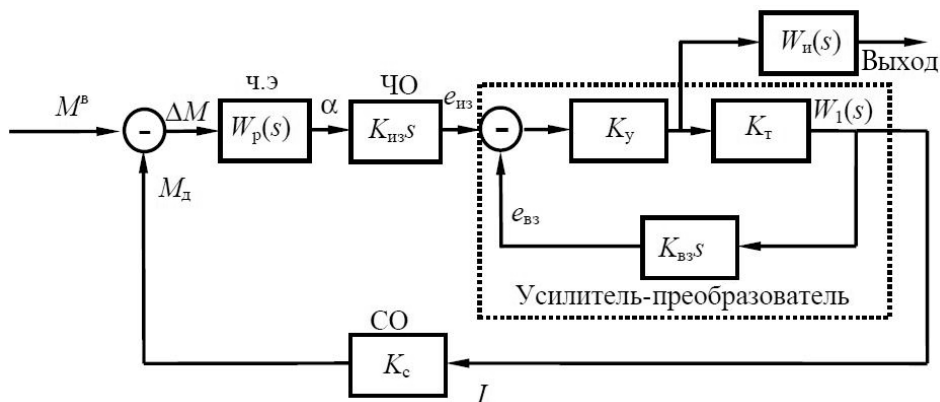
колебаний чувствительного элемента;  $A_1, B_1, C_1$  — моменты инерции чувствительного элемента соответственно по осям чувствительности, колебаний и собственного вращения;  $\dot{\phi}_0$  — частота вращения носителя

вокруг продольной оси;  $\Omega = \sqrt{\Omega_\eta^2 + \Omega_\xi^2}$  — проекция угловой

скорости носителя на плоскость чувствительности;  $\dot{\Omega} = \sqrt{\dot{\Omega}_\eta^2 + \dot{\Omega}_\xi^2}$  —

проекция углового ускорения на плоскость чувствительности;  
 $\delta_1 = \arctg\left(\frac{\Omega_\eta}{\Omega_\xi}\right)$ ,  $\delta_2 = \arctg\left(\frac{\dot{\Omega}_\xi}{\dot{\Omega}_\eta}\right)$  — углы, определяющие соответственно положение векторов угловой скорости и углового ускорения ракеты в плоскости чувствительности;  $\Omega_\xi$ ,  $\Omega_\eta$  — проекции угловой скорости носителя на оси опорного трехгранника (фактически трехгранника, связанного с носителем и участвующего во всех его движениях, кроме собственного вращения вокруг продольной оси);  $D_\alpha$  — коэффициент демпфирования.

Структурная схема рассматриваемого прибора [3—5] представлена на рис. 2.



**Рис. 2. Структурная схема роторного вибрационного гироскопа для вращающегося носителя с обратной связью по скорости**

На рис. 2 использованы следующие обозначения:

$M^B$  — измеряемый инерционный момент, определяемый угловой скоростью носителя вокруг поперечной оси;  $M_d$  — демпфирующий момент, создаваемый силовой обмоткой; Ч.Э — чувствительный элемент;  $W_p(s)$  — передаточная функция чувствительного элемента,

$$W_p(s) = \frac{1}{(C_1 - A_1)\dot{\phi}_0^2} \frac{1}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1},$$

где  $T_0 = 1/\omega_0$ ;  $\xi_0$  — относительный коэффициент затухания колебаний чувствительного элемента, обусловленный только аэродинамическим демпфированием;  $\alpha$  — угол колебаний чувствительного элемента; ЧО — чувствительная (сигнальная) обмотка;  $K_{из3}$  — коэффициент передачи чувствительной обмотки;  $e_{из3}$  — ЭДС, наводимая в чувствительной обмотке;  $K_y$  — коэффициент усиления предварительного усилителя;  $K_T$  — коэффициент передачи усилителя тока;  $K_{вз3}$  — коэффициент взаимной индукции;  $e_{вз3}$  — ЭДС взаимной ин-

дукции чувствительной и силовой обмоток; СО — силовая обмотка датчика момента;  $K_c$  — коэффициент передачи силовой обмотки;  $W_{\text{и}}(s)$  — передаточная функция интегратора с корректирующим звеном, необходимым для обеспечения стабильности фазовой характеристики при изменении скорости вращения носителя вокруг продольной оси,

$$W_{\text{и}}(s) = K_{\text{и}} \frac{1 + T_{\text{д}}s}{1 + T_{\text{и}}s},$$

где  $K_{\text{и}}$  — коэффициент усиления интегратора;  $T_{\text{д}}$  — постоянная времени корректирующего звена;  $T_{\text{и}}$  — постоянная времени интегратора.

В соответствии со структурной схемой прибора передаточная функция замкнутой системы имеет вид

$$\Phi_1(s) = \frac{KK_{\text{и}}}{K_c K_{\text{т}}} \frac{1 + T_{\text{д}}s}{1 + T_{\text{и}}s} \frac{s}{T_0^2 n T_y s^3 + (T_0^2 + 2\xi_0 T_0 n T_y) s^2 + (n T_y + 2\xi_0 T_0 + K) s + 1},$$

где  $K = \frac{K_c K_{\text{из}} K_y K_{\text{т}}}{K_p} = \frac{D_{\text{ос}}}{B_0} = 2\xi T_0$ ,  $D_{\text{ос}}$  и  $\xi$  — коэффициент демпфирования и относительный коэффициент затухания колебаний, обусловленные отрицательной обратной связью по скорости;  $T_y = K_y K_{\text{т}} K_{\text{вз}}$  — постоянная времени усилителя-преобразователя;  $n$  — коэффициент, характеризующий точность компенсации влияния взаимной индукции силовой и чувствительной обмоток.

Предположим наличие гармонических составляющих в скоростях  $\Omega_{\xi}$ ,  $\Omega_{\eta}$  вращения носителя вокруг его поперечных осей:

$$\Omega_{\xi} = \Omega^{\psi} \sin \delta_{\psi} \cos(\psi t + \gamma_{\psi}) + \Omega^{\nu} \sin \delta_{\nu} \cos \gamma_{\nu} \cos vt; \quad (1)$$

$$\Omega_{\eta} = \Omega^{\psi} \sin \delta_{\psi} \sin(\psi t + \gamma_{\psi}) + \Omega^{\nu} \sin \delta_{\nu} \sin \gamma_{\nu} \cos vt. \quad (2)$$

В выражениях (1), (2) углы  $\delta_{\psi}$ ,  $\delta_{\nu}$ ,  $\gamma_{\psi}$  и  $\gamma_{\nu}$  определяют положение вектора абсолютной угловой скорости носителя относительно осей опорного трехгранника. Все эти углы не влияют на поведение РВГ с ОС при колебаниях носителя, поскольку вносят постоянное изменение либо в амплитуду, либо в фазу выходного сигнала гироскопа, а следовательно, в дальнейших исследованиях могут быть приняты любыми, в том числе и нулевыми.

В выражениях (1), (2) круговые колебания носителя описываются первыми слагаемыми, а угловые колебания — вторыми. Влияние угловых колебаний на поведение РВГ с ОС рассмотрено в [4], влияние круговых колебаний — в [5].

Согласно [4], уравнение движения гироскопа при угловых колебаниях носителя записывают следующим образом:

$$\ddot{\alpha} + 2\xi\omega_0\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \left(\frac{H}{2B_1} + \frac{\nu}{2}\right)\Omega^\nu \sin((\dot{\phi}_0 + \nu)t) + \left(\frac{H}{2B_1} - \frac{\nu}{2}\right)\Omega^\nu \sin((\dot{\phi}_0 - \nu)t),$$

а в соответствии с [5] при круговых колебаниях носителя

$$\ddot{\alpha} + 2\xi\omega_0\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \left(\frac{H}{B_1} - \psi\right)\Omega^\psi \sin((\dot{\phi}_0 - \psi)t),$$

где  $H = (C_1 - A_1 + B_1)\dot{\phi}_0$ .

Установившееся значение выходного сигнала, согласно [4] и [5], для случая угловых колебаний определяется выражением

$$U_{\text{вых}}(t) = \left| \Phi(j\omega) \right|_{\omega=\dot{\phi}_0+\nu} \Omega^\nu \left( \frac{H}{2} + \frac{\nu B_1}{2} \right) \sin \left( (\dot{\phi}_0 + \nu)t + \arg(\Phi(j\omega)) \right)_{\omega=\dot{\phi}_0+\nu} + \left| \Phi(j\omega) \right|_{\omega=\dot{\phi}_0-\nu} \Omega^\nu \left( \frac{H}{2} - \frac{\nu B_1}{2} \right) \sin \left( (\dot{\phi}_0 - \nu)t + \arg(\Phi(j\omega)) \right)_{\omega=\dot{\phi}_0-\nu}; \quad (3)$$

для случая круговых колебаний

$$U_{\text{вых}}(t) = \left| \Phi(j\omega) \right|_{\omega=\dot{\phi}_0-\psi} \Omega^\psi (H - \psi B_1) \sin \left( (\dot{\phi}_0 - \psi)t + \arg(\Phi(j\omega)) \right)_{\omega=\dot{\phi}_0-\psi}. \quad (4)$$

Выражения (3), (4) показывают, что угловые и круговые колебания с двойной частотой собственного вращения носителя могут привести к дополнительной составляющей выходного сигнала на частоте собственного вращения, что повлияет на полезную составляющую выходного сигнала и будет являться дополнительной погрешностью гироскопа. Колебания с другими частотами, кратными частоте собственного вращения носителя, к дополнительным составляющим выходного сигнала гироскопа на частоте собственного вращения носителя не приведут.

Выделим эту составляющую из каждого из двух уравнений: для угловых колебаний

$$U_{\text{вых}}(t) = \left| \Phi(j\omega) \right|_{\omega=\dot{\phi}_0-\nu} \Omega^\nu \left( \dot{\phi}_0 B_1 - \frac{H}{2} \right) \sin \left( \dot{\phi}_0 t - \arg(\Phi(j\omega)) \right)_{\omega=\dot{\phi}_0-\nu}; \quad (5)$$

для круговых колебаний

$$U_{\text{вых}}(t) = \left| \Phi(j\omega) \right|_{\omega=\dot{\phi}_0-\psi} \Omega^\psi (2\dot{\phi}_0 B_1 - H) \sin \left( \dot{\phi}_0 t - \arg(\Phi(j\omega)) \right)_{\omega=\dot{\phi}_0-\psi}. \quad (6)$$

Вследствие качественного сходства выражений (5), (6) остановимся на рассмотрении только выражения (5).

Введем обозначение

$$U_0 = \left| \Phi(j\omega) \right|_{\omega=\dot{\phi}_0-v} \Omega^v \left( \dot{\phi}_0 B_1 - \frac{H}{2} \right) \chi_0 = -\arg(\Phi(j\omega))_{\omega=\dot{\phi}_0-v}.$$

Тогда при имеющихся место на практике допущениях, когда постоянная  $T_d$  мала, постоянная  $T_n$  велика, получаем

$$U_0 = \frac{KK_{н2}(C_1 - A_1 - B_1)\dot{\phi}_0\Omega^v}{2K_e K_T T_n \sqrt{(T_0^2 n T_y \dot{\phi}_0^3 - (n T_y + 2\xi T_0)\dot{\phi}_0)^2 + (1 - T_0^2 \dot{\phi}_0^2)^2}};$$

$$\chi_0 = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}(T_d \dot{\phi}_0) + \operatorname{arctg}(T_n \dot{\phi}_0) - \operatorname{arctg} \left( \frac{(n T_y - 2 T_0 (\xi_0 + \xi)) \dot{\phi}_0 + T_0^2 n T_y \dot{\phi}_0^3}{1 - (T_0^2 + 2 \xi_0 T_0 n T_y) \dot{\phi}_0^2} \right).$$

Фазовая зависимость погрешности показывает, что изменение погрешности происходит в противофазе полезному сигналу. Рассмотрим максимальное значение погрешности, т. е. ее амплитуду.

Учитывая малость  $n T_y$ , запишем

$$U_0 = \frac{KK_{н2}(C_1 - A_1 - B_1)\dot{\phi}_0\Omega^v}{2K_c K_T T_n \sqrt{(2\xi T_0 \dot{\phi}_0)^2 + (1 - T_0^2 \dot{\phi}_0^2)^2}}. \quad (7)$$

Очевидно, что при резонансе, когда  $C_1 - A_1 = B_1$ , выражение (7) равно нулю, т. е. погрешность прибора при угловых и круговых колебаниях с двойной частотой вращения носителя вокруг продольной оси отсутствует.

Поскольку с учетом коэффициента расстройки от резонанса

$$\mu = \sqrt{\frac{C_1 - A_1}{B_1}} = \frac{\omega_0}{\dot{\phi}_0},$$

коэффициент динамичности имеет вид

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{(2\xi T_0 \dot{\phi}_0)^2 + (1 - T_0^2 \dot{\phi}_0^2)^2}} = \frac{\mu^2}{\sqrt{(2\xi \mu)^2 + (\mu^2 - 1)^2}}.$$

В итоге получаем

$$U_0 = \frac{\lambda B_1 K K_{и2} (\mu^2 - 1) \dot{\phi}_0 \Omega^y}{2 K_c K_t T_{и}}$$

Таким образом, погрешность от наличия угловых колебаний носителя с двойной частотой вращения носителя уменьшает амплитуду полезного сигнала на выходе прибора. Очевидно, что при изменении частоты вращения носителя вокруг продольной оси величина погрешности будет изменяться пропорционально изменению частоты собственного вращения. Для снижения данной погрешности в гироскопе необходимо осуществлять более точную настройку в резонанс.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. № 108731 СССР. Гироскопический измеритель угловой скорости / Сучков А.И. (СССР). 1957. Бюлл. № 12.
2. Хорол Д.М., Барский А.Г., Орлова М.С. Динамические системы с одноканальными измерителями. М.: Машиностроение, 1976. 208 с.
3. Фатеев В.В., Подчезерцев В.П., Лютый М.Н. Вибрационный датчик угловой скорости // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 1999. Спец. вып. «Системы управления». С. 59–68.
4. Фатеев В.В., Кулешов А.В., Носов Н.А. Поведение роторного вибрационного гироскопа для вращающегося носителя при наличии угловых колебаний // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2002. № 3. С. 81–93.
5. Кулешов А.В., Фатеев В.В. Погрешности роторного вибрационного гироскопа при круговых колебаниях вращающегося носителя. М.: Наука и образование, 2012. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/440772.html>

Статья поступила в редакцию 25.10.2012