

Расчет максимальных значений инерционных моментов в гироскопических стабилизаторах для маневренных объектов

В.Д. Арсеньев¹, Е.Р. Рахтеенко¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрены инерционные моменты, парируемые двигателями стабилизации гиросtabilизатора, которые возникают при движении высокоманевренного объекта с угловыми скоростями и ускорениями, а также при наличии угловых колебаний основания. Получены расчетные соотношения, описана методика определения максимальных величин инерционных моментов для двух- и трехосного гиросtabilизаторов. Приведены результаты анализа и примеры расчета.

E-mail: arsv@inbox.ru

Ключевые слова: гироскопический стабилизатор, инерционные моменты, моменты двигателей стабилизации.

В инерциальных системах ориентации и навигации, построенных на базе двух- и трехосных гиросtabilизаторов (ГС), выбор приводов стабилизации и оценка динамических погрешностей в значительной степени определяются величиной инерционных моментов [1, 2]. Особенно актуальна задача определения максимальных величин инерционных моментов, парируемых приводами стабилизации, для ГС высокоманевренных подвижных объектов, характеризующихся большими угловыми скоростями (до сотен градусов в секунду) и угловыми ускорениями (до сотен град/с²), а также наличием угловых колебаний объекта со значительными угловыми скоростями и ускорениями.

В силовых гиросtabilизаторах моменты внешних сил, изменяющиеся с высокой частотой, уравниваются как двигателями стабилизации, так и гироскопическими и инерционными моментами. В индикаторных же гиросtabilизаторах уравнивание постоянных и знакопеременных моментов должно полностью обеспечиваться приводами стабилизации. Поэтому расчет максимальных величин инерционных моментов в случае комплексных внешних воздействиях, заданных траекторным движением подвижного объекта, необходим при проектировании ГС.

Данная работа посвящена анализу величин инерционных моментов в ГС. Вывод аналитических выражений приведен для расчета инерционных моментов в двухосном и трехосном гиросtabilизаторах в зависимости от параметров движения объекта, также рассмотрена методика определения максимальных величин инерционных моментов при комплексных воздействиях угловых скоростей, угловых ускорений и при качке объекта вокруг произвольно заданной оси.

Рассмотрим возникновение инерционного момента в двухосном ГС (рис. 1). Введем системы координат (СК) (см. рис. 1, 2): $Ox_c y_c z_c$ — СК, связанная с подвижным объектом; $Ox_1 y_1 z_1$ — СК, связанная с наружной рамой; $Ox_2 y_2 z_2$ — СК, связанная с платформой.

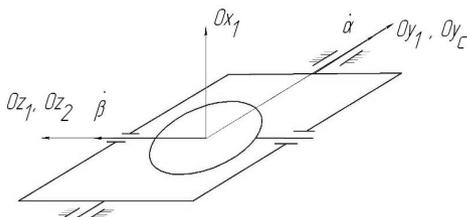


Рис. 1. Карданов подвес двухосного ГС

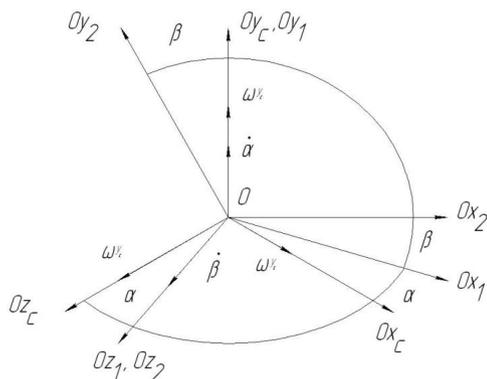


Рис. 2. Системы координат двухосного ГС

Уравнения Эйлера, движения наружной рамы и платформы ГС соответственно имеют вид:

$$\begin{aligned} J_{y1} \dot{\omega}_{y1} + (J_{x1} - J_{z1}) \omega_{x1} \omega_{z1} &= M_{y1}^{np} + M_{y1}^{д.с}; \\ J_{x2} \dot{\omega}_{x2} + (J_{z2} - J_{y2}) \omega_{y2} \omega_{z2} &= -M_{x2}^{np}; \\ J_{y2} \dot{\omega}_{y2} + (J_{x2} - J_{z2}) \omega_{x2} \omega_{z2} &= -M_{y2}^{np}, \end{aligned} \quad (1)$$

где J — моменты инерции; ω — угловые скорости и $\dot{\omega}$ — угловые ускорения вокруг соответствующих осей имеют индексы этих осей; M^{np} — момент сил реакций со стороны платформы на наружную раму в проекции на соответствующую ось; $M_{y1}^{д.с}$ — момент, создаваемый двигателем стабилизации вокруг оси Oy_1 .

Из уравнений (1) следует, что момент реакции со стороны платформы на наружную раму вокруг оси наружной рамы определяется следующим соотношением:

$$M_{y1}^{np} = -[J_{x2} \dot{\omega}_{x2} + (J_{z2} - J_{y2}) \omega_{y2} \omega_{z2}] \sin \beta - [J_{y2} \dot{\omega}_{y2} + (J_{x2} - J_{z2}) \omega_{x2} \omega_{z2}] \cos \beta.$$

Тогда момент, развиваемый приводом стабилизации вокруг оси наружной рамы,

$$\begin{aligned} M_{y1}^{np} &= J_{y1} \dot{\omega}_{y1} + (J_{x1} - J_{z1}) \omega_{x1} \omega_{z1} + J_{x2} \dot{\omega}_{x2} \sin \beta + J_{y2} \dot{\omega}_{y2} \cos \beta + \\ &+ (J_{z2} - J_{y2}) \omega_{y2} \omega_{z2} \sin \beta + (J_{x2} - J_{z2}) \omega_{x2} \omega_{z2} \cos \beta. \end{aligned} \quad (2)$$

Отметим, что инерционный момент вокруг оси наружной рамы численно равен моменту, развиваемому приводом стабилизации, но противоположен ему по знаку:

$$M_{y1}^{\text{ин}} = -M_{y1}^{\text{пр}}.$$

Кинематические уравнения для двухосного ГС, соответствующие системам координат на рис. 1, имеют вид

$$\begin{aligned} \omega_{x1} &= \omega_{xc} \cos \alpha - \omega_{zc} \sin \alpha; \quad \omega_{y1} = \omega_{yc} + \dot{\alpha}; \quad \omega_{z1} = \omega_{xc} \sin \alpha + \omega_{zc} \cos \alpha; \\ \omega_{z2} &= \omega_{z1} + \dot{\beta}; \quad \omega_{x2} = \omega_{x1} \cos \beta + \omega_{y1} \sin \beta; \quad \omega_{y2} = \omega_{y1} \cos \beta - \omega_{x1} \sin \beta. \end{aligned} \quad (3)$$

Из уравнений (3) следует, что

$$\omega_{y1} = \omega_{x1} \operatorname{tg} \beta + \frac{\omega_{y2}}{\cos \beta}. \quad (4)$$

Полагая, что собственные скорости дрейфа гиросtabilизатора малы по сравнению с угловыми скоростями основания $\omega_{y2} \rightarrow 0$, $\omega_{z2} \rightarrow 0$, $\omega_{y2} \rightarrow 0$, $\dot{\omega}_{y2} \rightarrow 0$, $\dot{\omega}_{z2} \rightarrow 0$, получаем

$$\omega_{x2} = \omega_{y2} \operatorname{tg} \beta + \frac{\omega_{x1}}{\cos \beta}; \quad \dot{\omega}_{y1} = \dot{\omega}_{x1} \operatorname{tg} \beta - \frac{\omega_{x1} \omega_{z1}}{\cos^2 \beta}; \quad \dot{\omega}_{x2} = \frac{\dot{\omega}_{x1}}{\cos \beta} - \frac{\omega_{x1} \omega_{z1} \sin \beta}{\cos^2 \beta}. \quad (5)$$

Тогда из (2), (3) и (5) инерционный момент вокруг оси наружной рамы

$$M_{y1}^{\text{ин}} = -(J_{y1} + J_{x2}) \dot{\omega}_{x1} \operatorname{tg} \beta - \left(J_{x1} - J_{z1} - \frac{J_{y1}}{\cos^2 \beta} - J_{x2} \operatorname{tg}^2 \beta \right) \omega_{x1} \omega_{z1}. \quad (6)$$

Инерционный момент вокруг оси платформы определяется соотношением

$$M_{z1}^{\text{ин}} = -J_{z2} \dot{\omega}_{z2} - (J_{y2} - J_{x2}) \omega_{y2} \omega_{x2}.$$

Пренебрегая малыми величинами второго порядка относительно ω_{y2} и полагая $\dot{\omega}_{z2} = 0$, инерционный момент вокруг оси Oz_1 определяем соотношением

$$M_{z1}^{\text{ин}} = -(J_{y2} - J_{x2}) \frac{\omega_{x1} \omega_{y2}}{\cos \beta},$$

где ω_{y2} — угловая скорость дрейфа (или управления) платформы.

Выражая угловое ускорение $\dot{\omega}_{x1}$ и угловые скорости ω_{x1} , ω_{z1} через угловые скорости объекта в связанных с ним осях, получаем следующее соотношение для инерционного момента вокруг оси наружной рамы:

$$M_{y1}^{ин} = -B \operatorname{tg} \beta [\dot{\omega}_{xc} \cos \alpha - \dot{\omega}_{zc} \sin \alpha + \dot{\omega}_{yc} (\omega_{xc} \sin \alpha + \omega_{zc} \cos \alpha)] + \frac{A}{2} [(\omega_{xc}^2 - \omega_{zc}^2) \sin 2\alpha + 2\omega_{xc} \omega_{zc} \cos 2\alpha], \quad (7)$$

где $B = J_{y1} + J_{x2}$; $A = J_{z1} + \frac{J_{y1}}{\cos \beta} + \operatorname{tg}^2 \beta (B + J_{x2}) - J_{x1}$.

Из соотношения (7) видно, что максимальное значение инерционного момента зависит не только от величин моментов инерции рамы и платформы, угловых скоростей и ускорений объекта, но и от величин углов α и β и может иметь выраженный максимум.

Рассмотрим методику расчета максимального значения инерционного момента вокруг оси наружной рамы при движении объекта с постоянными угловыми скоростями и ускорениями на примере двухосного ГС при следующих исходных данных:

параметры движения объекта — угловые скорости в проекциях на оси объекта $\omega_{xc} = -24$ град/с, $\omega_{yc} = 30$ град/с, $\omega_{zc} = 30$ град/с; модуль вектора угловой скорости объекта при этом составляет 48,7 град/с. Угловые ускорения $\dot{\omega}_{xc} = 50$ град/с², $\dot{\omega}_{zc} = 80$ град/с²;

параметры двухосного гиросtabilизатора — моменты инерции $J_{x1} = 16 \cdot 10^{-3}$ кг·м², $J_{y1} = 28 \cdot 10^{-3}$ кг·м², $J_{z1} = 17 \cdot 10^{-3}$ кг·м², $J_{x2} = 12 \cdot 10^{-3}$ кг·м²; углы прокачки $\alpha_{\max} = 70^\circ$, $\beta_{\max} = 60^\circ$.

На рис. 3, 4 представлены зависимости инерционного момента при положительных и отрицательных значениях углов α и β .

На кривых рис. 3 видно, что максимальное значение инерционного момента имеет место при угле $\alpha = -16,2^\circ$ ($M_{y1}^{ин}$)_{max} = -1502 сН·см, при этом угол $\beta = \beta_{\max} = 60^\circ$. На рис. 4 максимальное значение инерционного момента имеет место при угле $\beta = \beta_{\max} = 60^\circ$ ($M_{y1}^{ин}$)_{max} = -1502 сН·см, при этом угол $\alpha = -16,2^\circ$.

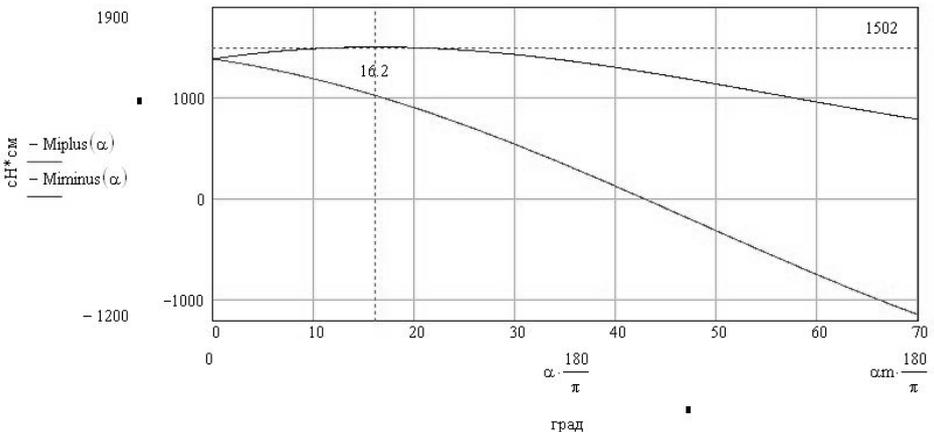


Рис. 3. Зависимость значения инерционного момента от угла α

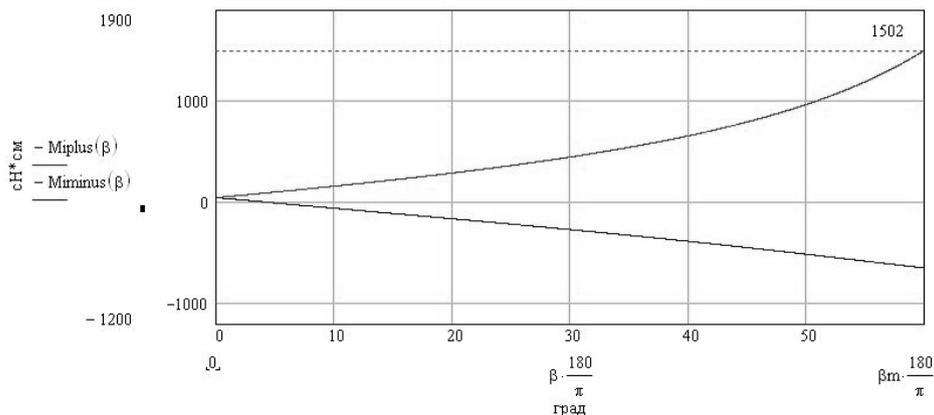


Рис. 4. Зависимость значения инерционного момента от угла β

Следует отметить, что вклад в суммарный момент составляющих инерционного момента, зависящих от угловых ускорений, меньше, чем от угловых скоростей основания.

Таким образом, максимальное значение инерционного момента при указанных исходных данных определяется соотношением (7) в случае, если $\alpha = -16,2^\circ$ и $\beta = \beta_{\max} = 60^\circ$.

Значительную величину инерционного момента имеет составляющая, определяемая малыми колебаниями объекта с высокой частотой, ввиду больших значений амплитуд угловых скоростей и ускорений.

Получим соотношения для определения инерционного момента при малых угловых колебаниях объекта вокруг произвольным образом расположенной оси. Зададим угловые колебания объекта вокруг трех осей:

$$\alpha_{xc} = a \sin vt; \quad \alpha_{yc} = b \sin vt; \quad \alpha_{zc} = c \sin vt,$$

где a, b, c — амплитуды угловых колебаний вокруг соответствующих осей; v — круговая частота колебаний объекта.

Тогда выражения для угловых скоростей и угловых ускорений примут вид

$$\begin{aligned} \omega_{xc} &= av \cos vt; \quad \omega_{yc} = bv \cos vt; \quad \omega_{zc} = cv \cos vt; \\ \dot{\omega}_{xc} &= -av^2 \sin vt; \quad \dot{\omega}_{zc} = -cv^2 \sin vt. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя соотношения (8) в (7), получим выражения для постоянной и переменной составляющих инерционного момента при малых угловых колебаниях подвижного объекта:

$$M_{y1}^{\text{инн}} = -\frac{Bv^2}{2} b \operatorname{tg} \beta (a \sin \alpha + c \cos \alpha) + \frac{Av^2}{4} [(a^2 - c^2) \sin 2\alpha + 2ac \cos 2\alpha];$$

$$M_{y1}^{\text{инн}} = -Bv^2 b \operatorname{tg} \beta (c \sin \alpha - a \cos \alpha) \sin vt - \frac{1}{2} \{Bv^2 b \operatorname{tg} \beta (a \sin \alpha + c \cos \alpha) -$$

$$-\frac{Av^2}{2} [(a^2 - c^2) \sin 2\alpha + 2ac \cos 2\alpha]\} \cos 2vt,$$

где $M_{y1}^{\text{инн}}$, $M_{y1}^{\text{инн}}$ — постоянная и переменная составляющие инерционного момента соответственно.

Сумма постоянной и переменной составляющих момента образуют суммарный инерционный момент

$$M_{y1}^{\text{инн}} = M_{y1}^{\text{инн}} + M_{y1}^{\text{инн}}. \quad (10)$$

Рассмотрим методику расчета максимального значения инерционного момента вокруг оси наружной рамы при колебаниях объекта на примере двухосного ГС при следующих исходных данных.

Параметры движения объекта. Амплитуды колебаний вокруг осей объекта $a = 0,4^\circ$, $c = 0,2^\circ$ на частоте 4 Гц ($v = 25,1$ 1/с), что соответствует амплитуде угловой скорости при качке $\sim 11,2$ град/с, амплитуде углового ускорения $\sim 282,5$ град/с². Модуль амплитуды угла колебаний объекта при этом составляет $0,45^\circ$. Параметры гиросtabilизатора используем те же, что и ранее.

Зависимости постоянной составляющей инерционного момента, возникающей при угловых колебаниях объекта для положительных и отрицательных значений углов α и β соответственно, представлены на рис. 5, 6.

Проведем расчет величины инерционного момента (10), возникающего при угловых колебаниях объекта. Расчет включает постоянную составляющую и составляющие, изменяющиеся с двойной и одинарной частотами колебаний.

На рис. 7, 8 приведены зависимости амплитуды суммарного значения инерционного момента, возникающего при угловых колебаниях объекта, для положительных и отрицательных значений углов α , β . При этом амплитуда колебаний инерционного момента определяется в основном амплитудой изменения первой гармоники колебаний объекта.

На рис. 7 видно, что инерционный момент достигает максимального значения при угле $\alpha = -26,7^\circ$ и составляет $M_{\max y1}^{\text{инн}} = 3416$ сН·см, при этом постоянная составляющая инерционного момента всего лишь $M_{\max y1}^{\text{инн}} = 18,4$ сН·см.

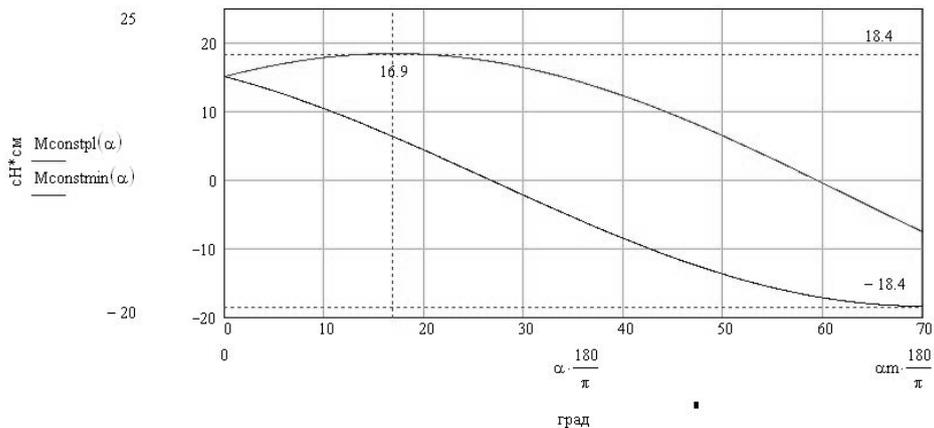


Рис. 5. Зависимость постоянной составляющей инерционного момента от угла α

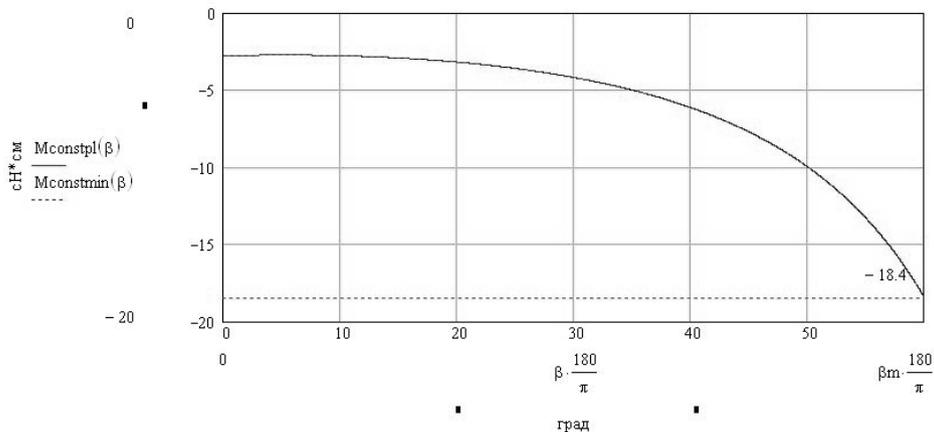


Рис. 6. Зависимость постоянной составляющей инерционного момента от угла β

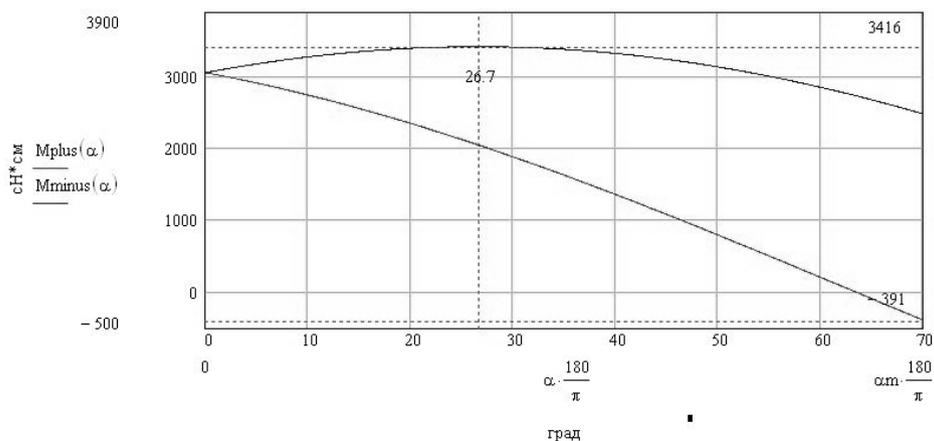


Рис. 7. Зависимость значения инерционного момента от угла α

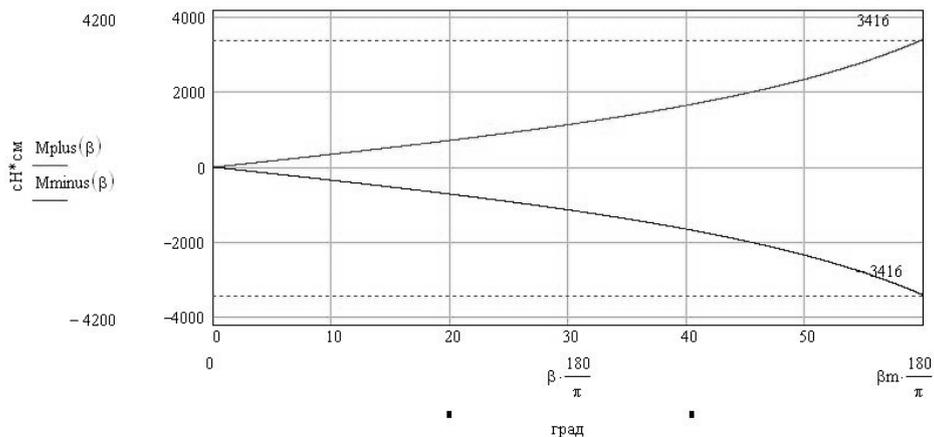


Рис. 8. Зависимость значения инерционного момента от угла β

Следует также отметить, что для реальных конструкций ГС амплитуда составляющей инерционного момента, изменяющаяся с удвоенной частотой колебаний, и постоянная составляющая момента значительно меньше амплитуды составляющей, изменяющейся с частотой колебаний объекта.

Для высокоманевренных объектов соотношение значений составляющих инерционного момента можно привести в соответствии с соотношением (9).

Таким образом, приближенный расчет амплитудного значения инерционного момента при угловых колебаниях объекта может быть проведен по формуле

$$M_{\max y_1}^{\text{ин}} = -Bv^2 \operatorname{tg} \beta_{\max} (|c \sin \alpha - a \cos \alpha|)_{\max},$$

где $B = J_{y_1} + J_{x_2}$; a, c — амплитуды колебаний объекта вокруг осей Ox_c, Oz_c соответственно; $(|c \sin \alpha - a \cos \alpha|)_{\max}$ — максимальное значение модуля функции $f(\alpha) = (|c \sin \alpha - a \cos \alpha|)$ в диапазоне углов $\pm \alpha_{\max}$.

Для $|\alpha_{\max}| > \left| \operatorname{arctg} \frac{c}{a} \right|$ — $(|c \sin \alpha - a \cos \alpha|)_{\max} = \sqrt{a^2 + c^2}$, максимальный инерционный момент определяется формулой

$$M_{\max y_1}^{\text{ин}} = -(J_{y_1} + J_{x_2})v^2 \operatorname{tg} \beta_{\max} \sqrt{a^2 + c^2}. \quad (11)$$

Отметим, что угловые колебания объекта вокруг оси наружной рамы непосредственно не оказывают влияния на значение инерционного момента, что физически объяснимо, так как эти колебания вызывают лишь периодически изменяющиеся моменты, действующие на платформу (момент сухого трения, диссипативный и инерционный

моменты привода и др.). Отсюда, в частности, следует, что для снижения величины инерционного момента ось наружной рамы лучше располагать по направлению оси максимальных амплитуд угловых колебаний объекта.

Соотношение (11) соответствует исходному уравнению

$$M_{y1}^{ин} = -\dot{\omega}_{x1} \operatorname{tg} \beta (J_{y1} + J_{x2}),$$

которое имеет вполне конкретную физическую интерпретацию (рис. 9).

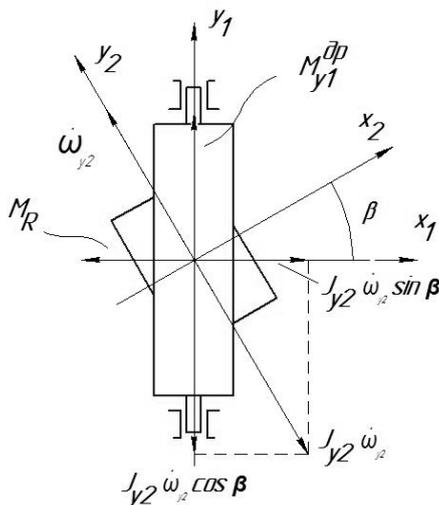


Рис. 9. Инерционные моменты в двухосном гиросtabilизаторе

При наличии углового ускорения \$\dot{\omega}_{x1}\$ вокруг осей \$Oy_1\$ и \$Ox_2\$ возникают угловые ускорения \$\dot{\omega}_{x1} \operatorname{tg} \beta\$ и \$\frac{\dot{\omega}_{x1}}{\cos \beta}\$ (см. уравнения (4), (5)) и

соответствующие им инерционные моменты \$J_{y1} \dot{\omega}_{x1} \operatorname{tg} \beta\$ и \$J_{x2} \frac{\dot{\omega}_{x1}}{\cos \beta}\$.

Составляющая инерционного момента \$-J_{y1} \dot{\omega}_{x1}\$ уравновешивается реакцией опор наружной рамы, а составляющая \$J_{x2} \dot{\omega}_{x1} \operatorname{tg} \beta\$ действует вокруг оси \$Oy_1\$.

Таким образом, суммарный инерционный момент вокруг оси \$Oy_1\$

$$M_{y1}^{ин} = -\dot{\omega}_{x1} \operatorname{tg} \beta (J_{y1} + J_{x2}).$$

Рассмотрим инерционные моменты в трехосном ГС. Для трехосного ГС (рис. 10) инерционный момент вокруг оси наружной рамы \$Oz_1\$, определенный при условии малости дрейфов платформы стабилизатора, вычисляют по формуле, аналогичной (6) [1]:

$$M_{z1}^{ин} = -(J_{z1} + J_{y2})\dot{\omega}_{y1} \operatorname{tg} \beta - \left(J_{y1} - J_{x1} - \frac{J_{z1}}{\cos^2 \beta} - J_{y2} \operatorname{tg}^2 \beta \right) \omega_{x1} \omega_{y1},$$

где $\omega_{x1} = \omega_{xc} \cos \alpha + \omega_{yc} \sin \alpha$; $\omega_{y1} = \omega_{yc} \cos \alpha - \omega_{xc} \sin \alpha$ — моменты инерции J ; угловые скорости ω и ускорения $\dot{\omega}$ имеют индексы, соответствующие обозначению осей на рис. 10, 11.

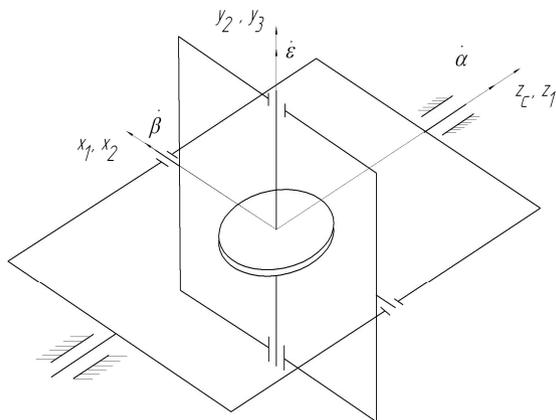


Рис. 10. Карданов подвес трехосного ГС

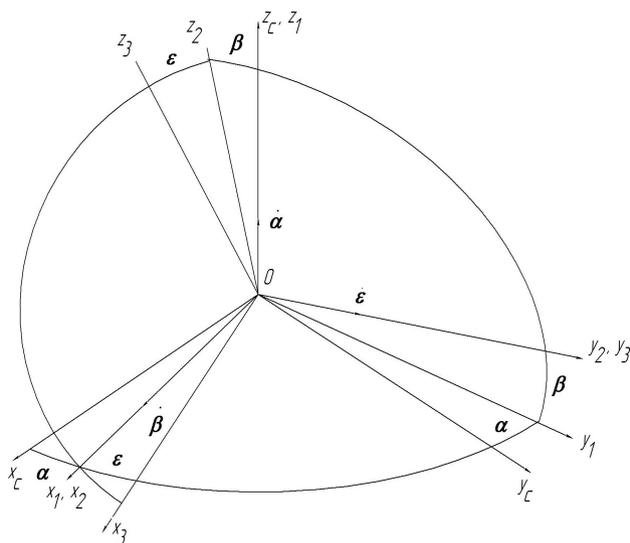


Рис. 11. Системы координат трехосного ГС

С учетом кинематических соотношений для трехосного ГС инерционный момент вокруг оси наружной рамы трехосного ГС в зависимости от угловых скоростей и ускорений объекта в связанных с ним осях определяется формулой

$$M_{z1}^{ин} = -B \operatorname{tg} \beta [\dot{\omega}_{yc} \cos \alpha - \dot{\omega}_{xc} \sin \alpha + \omega_{zc} (\omega_{yc} \sin \alpha + \omega_{xc} \cos \alpha)] + \\ + \frac{A}{2} [(\omega_{yc}^2 - \omega_{xc}^2) \sin 2\alpha + 2\omega_{yc} \omega_{xc} \cos 2\alpha],$$

где $B = J_{z1} + J_{y2}$; $A = J_{x1} + \frac{J_{z1}}{\cos \beta} + \operatorname{tg}^2 \beta (B + J_{y2}) - J_{y1}$.

Максимальную величину (амплитуду колебаний) инерционного момента при угловых колебаниях основания приближенно устанавливают соотношением

$$M_{\max z1}^{ин} = -Bv^2 \operatorname{tg} \beta_{\max} (|a \sin \alpha - b \cos \alpha|)_{\max},$$

или

$$M_{\max z1}^{ин} = -(J_{z1} + J_{y2})v^2 \operatorname{tg} \beta_{\max} \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Таким образом, получены аналитические выражения для расчета инерционных моментов в двух- и трехосном ГС при комплексных воздействиях угловых скоростей, угловых ускорений и при качке объекта вокруг произвольно заданной оси. Проведен анализ постоянных составляющих инерционного момента и амплитудных значений переменных составляющих, рассмотрена физика возникновения инерционных моментов, приведены примеры расчета.

Полученные соотношения позволяют проводить расчет величин инерционных моментов, необходимых для проектирования, расчета динамических погрешностей и синтеза параметров двух- и трехосных ГС высокоманевренных объектов при заданных параметрах движения объекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колосов Ю.А., Ляховецкий Ю.Г., Рахтеенко Е.Р. Гироскопические системы: Проектирование гироскопических систем. Ч. II: Гироскопические стабилизаторы / под ред. Д.С. Пельпора. М.: Высш. шк., 1977. 223 с.
2. Пельпор Д.С. Гироскопические системы: Теория гироскопических стабилизаторов. М.: Высш. шк., 1986. 423 с.

Статья поступила в редакцию 25.10.2012