

Алгоритм оценки параметров ориентации космического аппарата с использованием фильтра Калмана

Д.И. Галкин¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Дано описание построения фильтра Калмана для оценки параметров ориентации космического аппарата с использованием зашумленных показаний звездного датчика. Линеаризована математическая модель углового движения спутника с учетом нелинейного закона управления и механической характеристики двигателей-маховиков. Исследованы алгоритмы адаптации ковариационных матриц шума измерений и шума процесса. Рассмотрено влияние начальных ошибок фильтра на его работу.

E-mail: dr_lex@list.ru

Ключевые слова: космический аппарат, система стабилизации, фильтр Калмана, адаптивный алгоритм, ковариационные матрицы.

В настоящее время идет процесс миниатюризации в различных областях техники. И космическая отрасль не является исключением. Уменьшение массы и габаритов спутников позволяет сократить как время, так и стоимость разработки соответствующих космических аппаратов (КА). С уменьшением количества используемых приборов снижается энергопотребление КА, а также повышается надежность работы системы управления движением. Однако для достижения высоких точностей стабилизации и ориентации спутников необходимо применять дополнительные алгоритмические средства.

В данной работе решается задача управления ориентацией КА с использованием фильтра Калмана (ФК). В качестве параметров ориентации используется векторная часть кватерниона поворота из орбитальной системы координат (ОСК) в связанную с объектом систему координат (ССК) и вектор угловой скорости аппарата в инерциальной системе координат (ИСК). В качестве датчиков первичной информации используется только датчик звезд (ДЗ), а в качестве исполнительных органов — управляющие двигатели-маховики (ДМ), расположенные по осям ССК [1].

Задача оценки угловых скоростей КА решается при отсутствии соответствующих датчиков на борту спутника, кроме того, проводится уточнение оценки зашумленных показаний звездного датчика.

Математическая модель углового движения КА. Если полагать, что аппарат является абсолютно твердым телом, то *динамику вращательных движений КА* относительно центра масс можно описывать динамическим уравнением Эйлера в связанных осях:

$$\bar{M} = \frac{d\bar{H}}{dt} + \bar{\omega}^{\text{иск}} \times \bar{H}, \quad (1)$$

где \bar{M} — главный момент внешних сил, равный сумме управляющего ($\bar{M}_{\text{упр}}$) и возмущающего ($\bar{M}_{\text{возм}}$) моментов; $\bar{H} = J\bar{\omega}^{\text{иск}}$ — вектор кинетического момента КА; J — тензор инерции КА; $\bar{\omega}^{\text{иск}}$ — вектор угловой скорости ССК относительно ИСК.

С учетом сказанного выше уравнение (1) перепишем в следующем виде:

$$\frac{d\bar{\omega}^{\text{иск}}}{dt} = J^{-1} (\bar{M}_{\text{упр}} + \bar{M}_{\text{возм}} - \bar{\omega}^{\text{иск}} \times J\bar{\omega}^{\text{иск}}).$$

Управляющий момент, развиваемый ДМ, будем представлять в виде

$$M_{\text{упр}}^i = F_i(\sigma_i) M_i^{\text{max}},$$

где $F_i(\sigma_i)_{i=x, y, z}$ — закон управления маховиками, представленный на рис. 1; $\sigma_i = k_i^1 \varphi + k_i^2 \omega_i^{\text{иск}}$ $_{i=x, y, z}$ — управляющий сигнал; k_i^1, k_i^2 $_{i=x, y, z}$ — коэффициенты сигналов управления ДМ; M_i^{max} $_{i=x, y, z}$ — управляющий момент, который дает маховик при его текущем кинетическом моменте (моментная характеристика маховиков приведена на рис. 2).

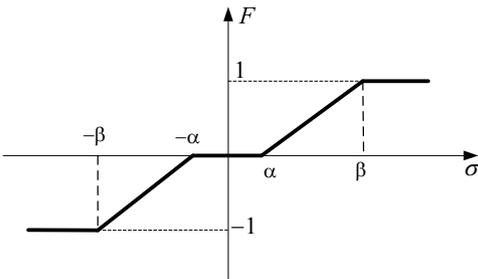


Рис. 1. Линейный закон управления ДМ

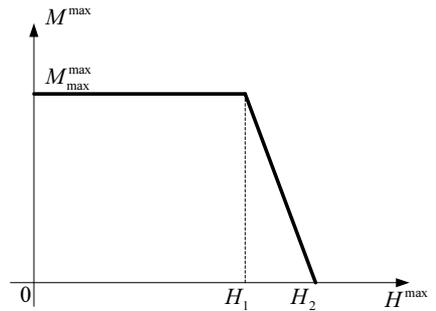


Рис. 2. Моментная характеристика ДМ

В качестве *возмущающего момента* рассматривается действие только гравитационного момента, который вычисляется по формуле

$$\bar{M}_{\text{грав}} = \frac{3\mu}{(R + H)^3} ([\bar{\eta} \times J\bar{\eta}]),$$

где H — высота орбиты; R — радиус Земли; μ — гравитационная постоянная для Земли, равная $398\,600,448 \text{ км}^3 / \text{с}^2$; J — тензор инерции

КА; $\bar{\eta}$ — единичный вектор направления от центра Земли, записанный в ССК.

Кинематика КА. Угловое положение КА будем описывать с помощью кватерниона поворота из ОСК в ССК [2], матрично-дифференциальное уравнение для которого запишем следующим образом:

$$\dot{\bar{q}} = \frac{1}{2} \Omega \bar{q},$$

$$\text{где } \Omega = \begin{pmatrix} 0 & \omega_z^{\text{оск}} & -\omega_y^{\text{оск}} & \omega_x^{\text{оск}} \\ -\omega_z^{\text{оск}} & 0 & \omega_x^{\text{оск}} & \omega_y^{\text{оск}} \\ \omega_y^{\text{оск}} & -\omega_x^{\text{оск}} & 0 & \omega_z^{\text{оск}} \\ -\omega_x^{\text{оск}} & -\omega_y^{\text{оск}} & -\omega_z^{\text{оск}} & 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{q} = (q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3)^T \text{ — ква-}$$

тернион перехода из ОСК в ССК; q_0 — скалярная часть кватерниона; $(q_1 \quad q_2 \quad q_3)$ — векторная часть кватерниона.

Зная кватернион поворота, можно найти матрицу перехода от ОСК к ССК:

$$A = \begin{pmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_0) & 2(q_1q_3 - q_2q_0) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_0) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_0) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_0) & 2(q_2q_3 - q_1q_0) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_0^2 \end{pmatrix}.$$

С помощью этой матрицы легко найти угловые скорости КА в ОСК:

$$\begin{pmatrix} \omega_x^{\text{оск}} \\ \omega_y^{\text{оск}} \\ \omega_z^{\text{оск}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_x^{\text{иск}} \\ \omega_y^{\text{иск}} \\ \omega_z^{\text{иск}} \end{pmatrix} - A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Omega \end{pmatrix},$$

где Ω — орбитальная угловая скорость КА.

Фильтр Калмана. В качестве оцениваемого вектора состояния выбраны угловая скорость КА относительно ИСК и векторная часть кватерниона (скалярный компонент может быть найден из условия нормировки):

$$x(t) = \left[q^{\text{оск}}(t) \quad \omega^{\text{иск}}(t) \right]_{1 \times 6}^T.$$

Далее запишем краткий алгоритм работы фильтра Калмана (априори оценку обозначим верхним индексом «-», а апостериори — верхним индексом «+»).

Общий вид системы дифференциальных уравнений, описывающих угловое положение КА, выглядит следующим образом:

$$\dot{x} = f(x, t).$$

Для работы ФК требуется линеаризованная модель. Поэтому сначала необходимо найти матрицу частных производных по формуле

$$F_{ij} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_{i, j=1, \dots, 6} \quad (2)$$

и определить переходную матрицу состояния

$$\Phi_k \approx I + F(x_k^+, t_k) \Delta T, \quad (3)$$

где I — единичная матрица размерности 6×6 ; ΔT — шаг моделирования.

На следующем шаге определяют априори оценки вектора состояния

$$\hat{x}_k^- = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}^+ \quad (4)$$

и ковариационную матрицу ошибки вектора состояния (матрица P)

$$P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1}, \quad (5)$$

где Q_{k-1} — ковариационная матрица модели движения на предыдущем шаге.

После того как найдены априори значения данных величин, определяют апостериори их оценки, которые рассчитывают по следующим выражениям:

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + \bar{K}_k [z_k - H \hat{x}_k^-];$$

$$P_k^+ = (I - \bar{K}_k H_k) P_k^-,$$

где \bar{K}_k — матрица коэффициентов обратной связи на шаге k , определяемая по формуле $\bar{K}_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R_k]^{-1}$; z_k — вектор измерений на k -м шаге; H_k — матрица чувствительности; I — единичная матрица размерности 6×6 ; R_k — ковариационная матрица шумов измерений на k -м шаге.

При этом модель измерений будет представлять собой векторную часть кватерниона, которую находят как сумму истинного значения векторной части кватерниона и белого шума определенной амплитуды:

$$z_k = q_k + v_k.$$

Матрица чувствительности является постоянной величиной для решаемой задачи и имеет вид

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Общая схема работы ФК представлена на рис. 3.

Начальные условия

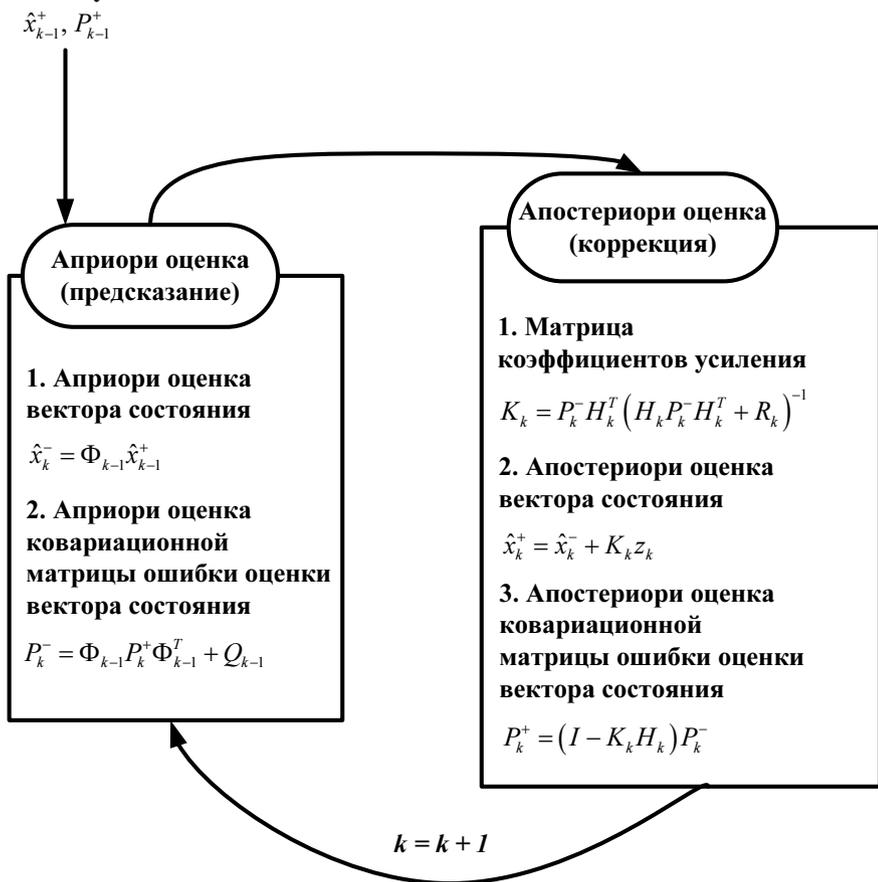


Рис. 3. Общая схема работы фильтра Калмана

Результаты моделирования работы адаптивного ФК. При моделировании работы адаптивного ФК будем опираться на алгоритмы, описанные в [3]. В табл. 1 приведены результаты моделирования угловой стабилизации КА в ОСК при наличии показаний датчиков угловых скоростей и ДЗ, когда оба типа датчиков не шумят. Эти результаты являются тем эталоном, при сравнении с которым

будем делать выводы о работе алгоритма ФК. Параметры моделирования приведены далее.

Таблица 1

Результаты моделирования идеального случая

Параметр	Данные датчиков	
	угловых скоростей	звезд
Точность стабилизации	0,001 град/с	30"
Время сходимости, с	$T_{\omega_x} = 82,1$ $T_{\omega_y} = 108,9$ $T_{\omega_z} = 96,3$	$T_\gamma = 70,5$ $T_\psi = 116,5$ $T_\theta = 104,8$

При моделировании работы метода уточнения ковариации матрицу R приняли как постоянную величину, а матрицу Q пересчитывали во время моделирования для более гибкого учета неточности задания математической модели [3]. Параметры моделирования приведены ниже:

- Тензор инерции J diag (50, 70, 80)
- Высота орбиты H , км 500
- Параметры закона управления, град:
 - α 0,005
 - β 0,8
- Параметры для линейного управляющего момента маховиков, с:
 - k^1 1
 - k^2 2
- Начальные параметры движения КА:
 - $\omega^{\text{ок}}$, град/с (0,02 0,05 -0,04)
 - $(\gamma \ \psi \ \theta)^T$, град (0,2 -0,4 0,6)^T
- Параметры шума ДЗ (максимальная амплитуда белого шума) σ_q 30"
- Ошибка в задании начального вектора состояния для фильтра Калмана:
 - по определению ориентации $\Delta\alpha$, град 0,15
 - по определению угловой скорости $\Delta\omega$, град/с 0,1
- Шаг моделирования ΔT , с 10

Результаты моделирования работы метода уточнения ковариации представлены в табл. 2 и на рис. 4—7. Точность оценки угловых скоростей получили порядка 10^{-4} град/с, а точность оценки углов — порядка 7".

Результаты моделирования работы метода уточнения ковариации для матрицы Q

Параметр	Данные датчиков	
	угловых скоростей	звезд
Точность стабилизации	0,001 град/с	30"
Время сходимости, с	$T_{\omega_x} = 52,7$	$T_{\gamma} = 69,9$
	$T_{\omega_y} = 95,8$	$T_{\psi} = 140,2$
	$T_{\omega_z} = 83,9$	$T_{\vartheta} = 127,6$

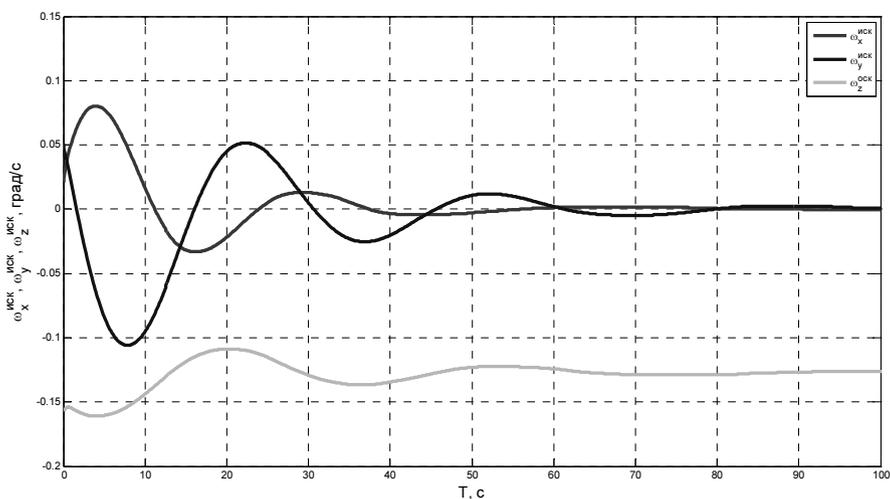


Рис. 4. Абсолютные угловые скорости КА при использовании метода уточнения ковариации для оценки матрицы Q

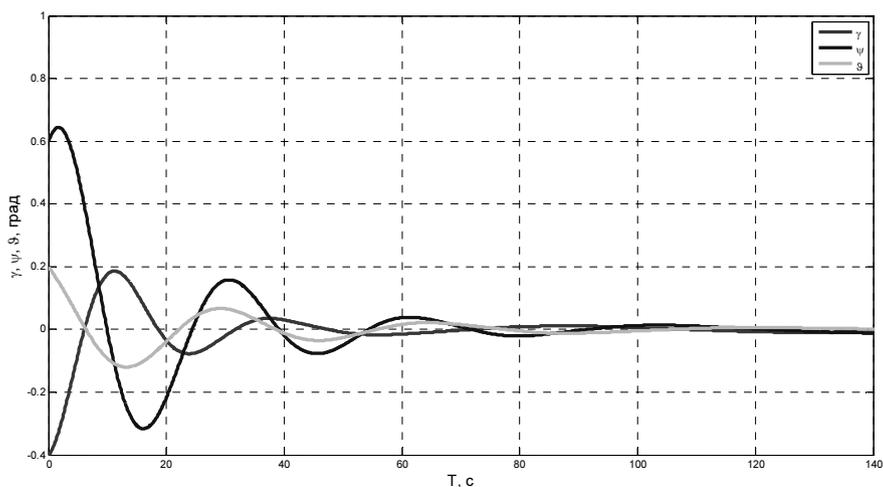


Рис. 5. Углы КА при использовании метода уточнения ковариации для оценки матрицы Q

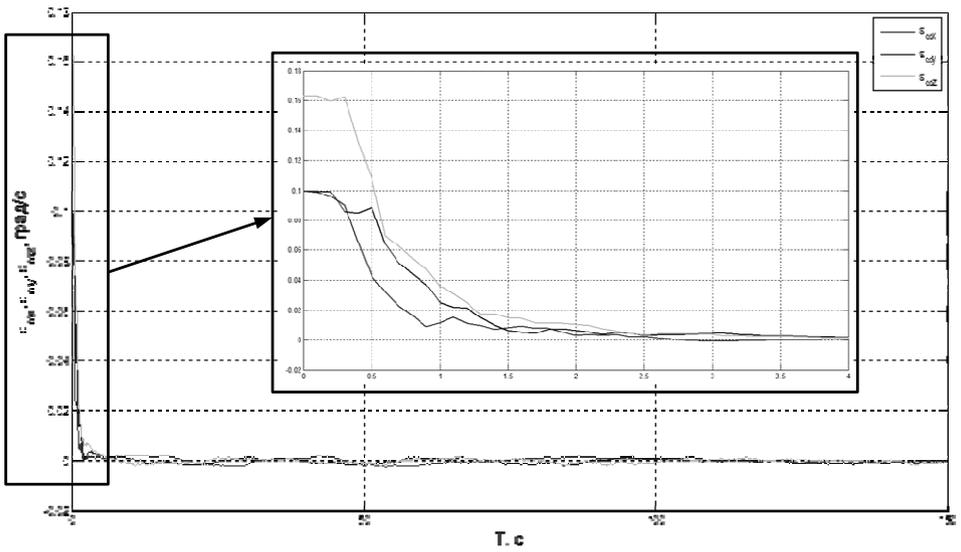


Рис. 6. Точность оценки угловых скоростей КА при использовании метода уточнения ковариации для оценки матрицы Q

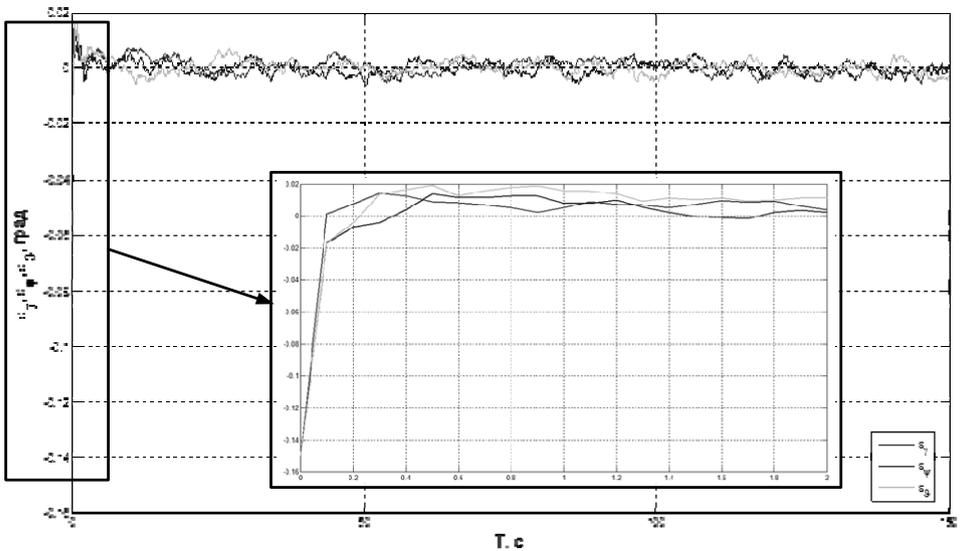


Рис. 7. Точность оценки углов КА при использовании метода уточнения ковариации для оценки матрицы Q

При сравнении результатов моделирования работы различных реализаций ФК установлено, что алгоритмы адаптации матрицы шума R показали результаты хуже (точность оценки угловых скоростей составила порядка 10^{-3} град/с, точность оценки углов — порядка $35''$), чем остальные алгоритмы оценки параметров ориентации КА. Это можно объяснить тем, что белый шум, использующийся для моделирования показаний ДЗ, имеет нулевое математическое ожидание, и статистической обработкой показаний ДЗ нельзя обеспечить его сгла-

живание. Кроме того, при линеаризации математической модели для построения ФК происходит резкое снижение степени адекватности модели реальному процессу: ошибки работы фильтра обусловлены не шумом показаний датчиков, а именно неточностью задания математической модели.

Результаты, которые показало моделирование работы ФК с адаптацией матрицы шума процесса Q , оказались лучше. Точность оценки угловых скоростей составила порядка 10^{-4} град/с, а по углам — порядка $10''$. При этом сами угловые скорости непосредственно не измерялись на борту КА, а амплитуда шума показаний ДЗ составила $30''$. Также алгоритм показал хорошие результаты при достаточно высоких начальных параметрах движения КА.

Следует отметить преимущество использования адаптивных алгоритмов по сравнению с алгоритмами без адаптации, потому что, во-первых, при их применении время на настройку ковариационных матриц не затрачивается; во-вторых, они позволяют более гибко реагировать на внешние условия, которые нельзя учесть при проведении наземных испытаний и построении математической модели ФК.

Влияние начального рассогласования на работу ФК. Рассмотрим влияние начальной ошибки ФК на его работу. Моделирование работы фильтра без адаптации проведем при следующих начальных рассогласованиях: $\Delta\gamma = 15^\circ$, $\Delta\psi = 20^\circ$, $\Delta\vartheta = 17^\circ$ — по определению ориентации; $\Delta\omega_x = 10^\circ$, $\Delta\omega_y = 8^\circ$, $\Delta\omega_z = 5^\circ$ — по определению угловой скорости. Зависимости ошибки оценки параметров ориентации ФК от времени показаны на рис. 8 и 9.

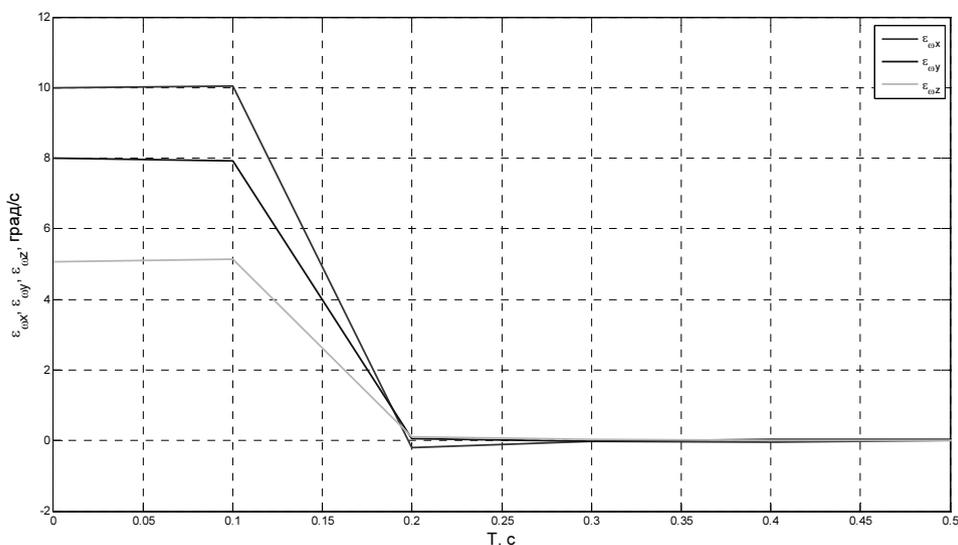


Рис. 8. Ошибка оценки угловых скоростей КА ФК при больших начальных рассогласованиях

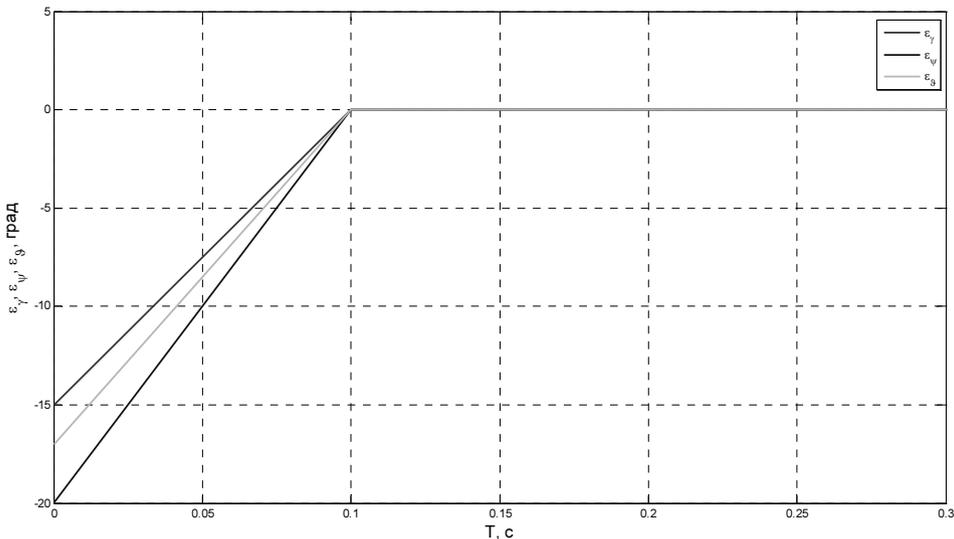


Рис. 9. Ошибка оценки углов КА ФК при больших начальных рассогласованиях

На данных графиках видно, что начальное рассогласование отрабатывается за один шаг моделирования. Это объясняется тем, что уже сразу ДЗ дает практически точное угловое положение КА с погрешностью в несколько угловых секунд и эти показания используются для оценки параметров ориентации на текущей итерации.

Анализ результатов показывает, что ошибки задания вектора состояния отрабатываются на первом шаге моделирования. Это обусловлено тем, что ДЗ дает более точные результаты с ошибкой порядка нескольких угловых секунд. Результаты используются для оценки вектора состояния в текущий момент времени.

В заключение отметим, что разработанный в данной работе алгоритм оценки параметров ориентации КА с применением ФК позволяет при использовании только показаний ДЗ управлять угловым положением спутника, а также оценивать его параметры с точностью не хуже 0,001 град/с по угловым скоростям и 30" по углам. Исследованы алгоритмы адаптации ковариационных матриц. При этом алгоритм адаптации ковариационной матрицы шума измерений показал неудовлетворительные результаты (по сравнению с алгоритмами адаптации ковариационной матрицы шума процесса) оценки параметров ориентации КА.

Алгоритм оценки параметров КА с использованием ФК позволяет уменьшить стоимость разработки системы управления угловым движением спутника, так как в данном случае отсутствует необходимость ставить на борт датчики угловых скоростей. Следует отметить увеличение при этом вычислительной сложности бортового алгоритма.

ма, что оправдано вычислительными мощностями современных компьютеров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов Д.С., Карпенко С.О., Овчинников М.Ю. Алгоритм оценки параметров ориентации малого космического аппарата с использованием фильтра Калмана. М., 2009. 32 с. (Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН).
2. Амелькин Н.И. Динамика твердого тела. М.: МФТИ, 2000. 80 с.
3. Дегтярев А.А., Тайль Ш. Элементы теории адаптивного фильтра Калмана. М., 2003. 35 с. (Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН).

Статья поступила в редакцию 25.10.2012