

Усредненная сила радиационного давления оптико-акустического пинцета с пузырьком на малую сферическую частицу

Т.В. Малинский¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия.

Рассмотрен оптико-акустический (ОА) пинцет с пузырьком субмикронного размера. Показано, что под действием лазерного излучения пузырек начинает совершать затухающие колебания, значительно увеличивающие усредненную силу давления на расположенную рядом малую сферическую частицу. Проведено сравнение силы ОА пинцета без пузырька и с малым газовым пузырьком.

E-mail:tm2@newmail.ru

Ключевые слова: лазеры, кавитационный пузырь, радиационное давление, оптико-акустический эффект.

Задача удержания частиц малых (до нескольких десятков микрон) размеров и перемещение их по требуемой траектории является достаточно актуальной в биологии, биохимии, биофизике и медицине. Для этих целей, кроме механических манипуляторов, в настоящее время используются оптические, акустические, магнитные и гидродинамические пинцеты [1]. Перспективными являются и устройства, основанные на оптико-акустическом (ОА) эффекте [2]. Так же, как оптические и акустические пинцеты, их можно использовать для проведения исследований *in vivo*. По сравнению с оптическими ОА пинцеты обладают большими силами удержания и меньше нагревают перемещаемую частицу, так как фокусировка лазерного излучения происходит не внутри частицы, а рядом с ней. В отличие от акустических ОА пинцеты не требуют акустического контакта со средой, в которой находится удерживаемый объект.

Теоретическая оценка сил удержания для линейного режима ОА пинцетов с импульсными лазерами дана в работе [3]. Экспериментальные результаты, приведенные в той же работе, показали значительное увеличение силы воздействия ОА пинцета при образовании кавитационного пузыря, которое не описывается теорией для линейного режима.

Цель данной работы — получение теоретических оценок увеличения эффективности ОА манипулятора, в котором присутствует газовый пузырек.

Постановка задачи и основные теоретические положения. Рассмотрим бесконечную жидкую среду с плотностью ρ , через которую распространяется лазерное излучение. Пусть максимальная плотность излучения находится в точке O , в которую поместим начало координат

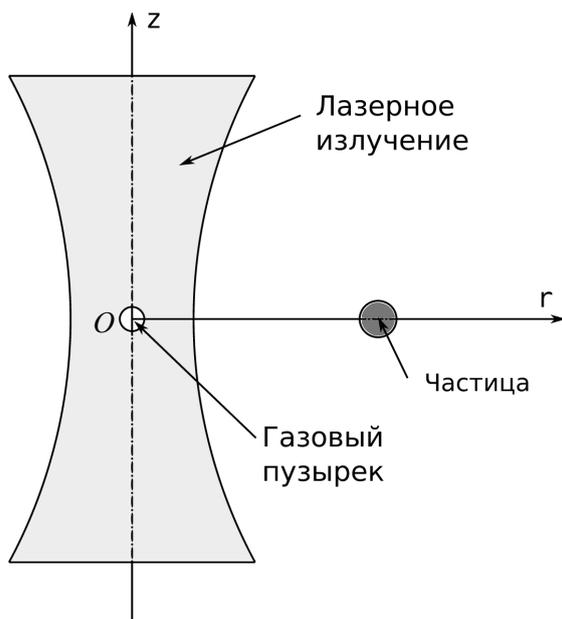


Рис. 1. ОА пинцет с пузырьком и малая сферическая частица

(рис. 1). В этой же точке расположен и маленький газовый пузырек субмикронного размера радиусом R_0 . Оценим усредненную силу радиационного давления, действующую на находящуюся на расстоянии r малую сферическую частицу.

Известно, что на частицы, расположенные в акустическом поле, действует сила радиационного давления. Л.П. Горьков в своей работе [4] получил следующее выражение для потенциала сил $F = -\nabla U$:

$$U = 2\pi r_s^3 \rho \left(\frac{\bar{p}_\Pi^2}{3\rho^2 c_0^2} f_1 - \frac{\bar{v}_\Pi^2}{2} f_2 \right), \quad (1)$$

где r_s — радиус частицы; \bar{p}_Π^2 , \bar{v}_Π^2 — средние значения квадрата колебаний давления и скорости в волне в точке нахождения частицы; ρ , c_0 — плотность жидкости и скорость звука в ней; f_1 и f_2 — постоянные, определяемые физическими параметрами среды и частицы:

$$f_1 = 1 - \frac{c^2 \rho}{c_s^2 \rho_s}; \quad f_2 = 2 \frac{\rho_s - \rho}{2\rho_s + \rho}, \quad (2)$$

где ρ_s и c_s — плотность и скорость звука в частице.

Обозначим \bar{V}_Π , \bar{T}_Π — усредненные по времени плотности кинетической и потенциальной энергии. Учитывая, что

$$\bar{V}_n = \frac{1}{2} \rho \bar{v}_n^2; \quad (3)$$

$$\bar{T}_n = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho c_0^2} \bar{p}_n^2, \quad (4)$$

уравнение (1) можно записать в виде

$$U = 2\pi r_s^3 \left(\frac{2}{3} f_1 \bar{T}_n - f_2 \bar{V}_n \right). \quad (5)$$

Таким образом, на частицу будет действовать сила

$$\mathbf{F} = 2\pi r_s^3 \left(\frac{2}{3} f_1 \mathbf{F}_1 - f_2 \mathbf{F}_2 \right), \quad (6)$$

где $\mathbf{F}_1 = -\nabla \bar{T}_n$; $\mathbf{F}_2 = -\nabla \bar{V}_n$.

В ОА пинцете акустическое поле создается, во-первых, областью, в которой произошло поглощение лазерного излучения, и во-вторых, колебаниями пузырька. Пусть через жидкость проходит импульсное излучение с характерной длительностью τ , которое представим в виде функции пространственных и временных координат:

$$I(r, t) = I_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) f(r), \quad (7)$$

где $I(r, t)$ — интенсивность излучения в точке r в момент времени t ; I_0 — интенсивность на оси лазерного излучения; $f(r)$ — пространственное распределение интенсивности излучения.

Для лазерных импульсов длительностью десятки или сотни наносекунд длина термодиффузии $\sqrt{4k\tau}$ намного меньше характерного размера лазерного луча r_0 и расстояния, на которое распространяется звук $c_0\tau$. При этом процесс возникновения акустических колебаний в линейном приближении описывается уравнением [5]

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \Delta \phi = \frac{\beta \alpha I_0}{\rho c_p} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) f(r), \quad (8)$$

где ϕ — скалярный потенциал поля скоростей; Δ — оператор Лапласа; β и c_p — коэффициенты линейного расширения и удельной теплоемкости жидкости.

Будем считать, что показатель поглощения жидкости мал, а пространственное распределение интенсивности в среде имеет гауссову форму. Тогда уравнение (7) запишется в следующем виде:

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (9)$$

где r_0 , τ — характерный радиус и длительность лазерного излучения. В этом случае возбуждение акустических колебаний в среде описывается уравнением

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \Delta \phi = \frac{\beta \alpha I_0}{\rho c_p} \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right). \quad (10)$$

Кроме поля, определяемого уравнением (10), на частицу также действует поле, вызванное колебаниями газового пузырька.

Пусть до лазерного импульса пузырек имеет радиус R_0 , температура паров внутри пузырька равна температуре окружающей жидкости, а давление газа внутри пузырька равно p_c . Предположим, что давление внутри пузырька распределено однородно, состоит из постоянного давления насыщенных водяных паров p_v и зависит от объема давления неконденсируемого газа. Будем считать, что внутри пузырька происходит адиабатический процесс, т. е. давление меняется согласно закону [6]

$$p_c = p_v + p_g (R_0 / R)^\gamma, \quad (11)$$

где p_g — давление неконденсируемого газа при начальном размере пузырька; γ — отношение удельных теплоемкостей газа.

Зависимость радиуса пузырька от времени описывается уравнением Рэлея — Плессета [6]:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho_l} \left(p_v + p_g - p_\infty - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R} \right), \quad (12)$$

где R — радиус пузырька в момент времени t ; \dot{R} , \ddot{R} — соответственно первая и вторая производные от радиуса пузырька по времени; ρ_l , p_∞ — плотность и давление жидкости в бесконечности; p_g — давление газов на стенки пузырька; σ и μ — поверхностное натяжение и динамическая вязкость жидкости.

Колебания поверхности пузырька создают в жидкости поле скоростей. Для сферического пузырька зависимость скорости в точке r , полученная из закона сохранения массы для несжимаемой жидкости, имеет вид [7]

$$v(r) = \dot{R} \frac{R^2}{r^2}. \quad (13)$$

Из уравнения Бернулли для несжимаемой жидкости получаем следующее выражение для расчета давления

$$p(r) = p_{\infty} + \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 \right). \quad (14)$$

Таким образом, уравнения (11)—(14) полностью определяют поля скоростей и давления, создаваемые газовым пузырьком.

Оценка эффективности ОА пинцетов без пузырька и с газовым пузырьком. Оценим усредненную силу радиационного давления, действующую на частицу полистирола (плотность $1\,080\text{ кг/м}^3$, скорость звука $2\,350\text{ м/с}$) диаметром 5 мкм , помещенную в воду (плотность $1\,000\text{ кг/м}^3$, скорость звука $1\,500\text{ м/с}$). Выполним оценку для представленной на рис. 1 геометрии для двух типов пинцетов. Параметры пинцетов одинаковые, отличие состоит в том, что во втором пинцете присутствует газовый пузырек диаметром $0,5\text{ мкм}$, а в первом пузырька нет.

Расчеты проводились для лазерного излучения с энергией 100 мкДж , длительностью импульса 10 нс и радиусом 15 мкм . Излучение распространялось в среде с показателем поглощения 10 см^{-1} . В расчетах также использовались следующие параметры воды: удельная теплоемкость — $4\,200\text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, коэффициент линейного расширения — $1,84\text{ град}^{-1}$.

На первом этапе определялось пространственно-временное распределение скалярного потенциала поля скоростей путем решения уравнения (8) методом конечных разностей, далее находились усредненные значения квадратов скорости и давления, затем определялось пространственное распределение радиационной силы (процесс расчета силы удержания ОА пинцета без газового пузырька более подробно описан в работе [3]).

Для ОА пинцета с газовым пузырьком после определения поля скоростей и давлений, вызванных ОА-сигналом, решалось уравнение Рэлея — Плессета (12). Предполагалось, что газовый пузырек до лазерного импульса находился в состоянии равновесия, давление газа внутри пузыря уравнивало внешнее давление ($p_{\infty} = 10^5\text{ Па}$) и силы поверхностного натяжения. В расчете использовались следующие данные: $p_v = 2\,330\text{ Па}$, $\gamma = 1,3$, $\sigma = 0,072\text{ Н/м}$, $\mu = 10^{-3}\text{ Па}\cdot\text{с}$.

При взаимодействии ОА импульса давления и газового пузырька последний выводится из состояния равновесия и начинает совершать колебания. Зависимость радиуса пузырька от времени (рассчитанная по уравнению (12)) приведена на рис. 2. Видно, что акустический импульс длительностью несколько десятков наносекунд заставляет пульсировать пузырек в течение микросекунды. Все это время образуются поля скоростей и давлений, действующие на расположенную рядом малую сферическую частицу.

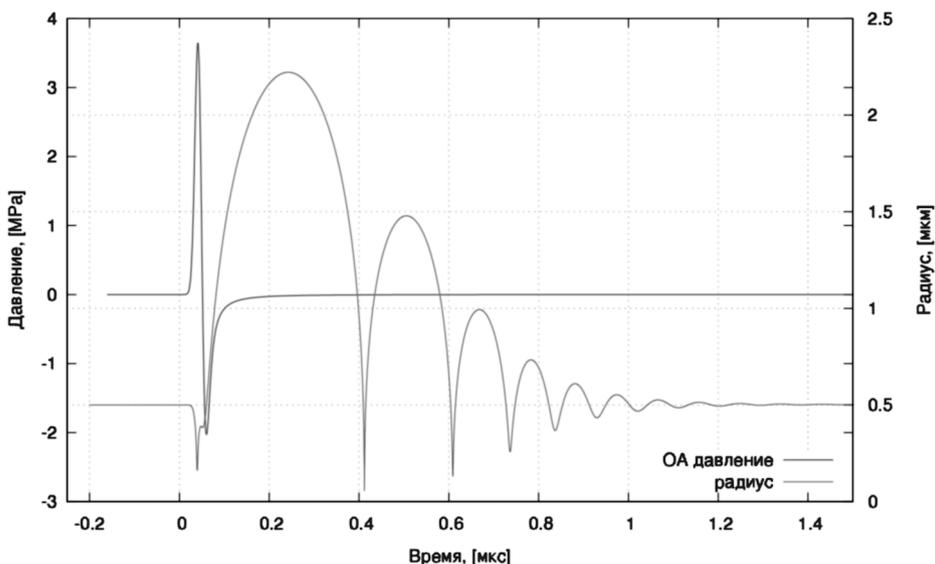


Рис. 2. Пульсации газового пузырька, вызванные импульсом давления

Для сравнения эффективности ОА пинцетов без пузырька и с пузырьком сила радиационного давления усреднялась в течение 1,5 мкс с момента лазерного импульса. По истечении этого времени давление, созданное лазерным импульсом, можно считать пренебрежимо малым. Для ОА пинцета без пузырька средняя сила, действующая на частицу, составила 0,4 нН, а для пинцета с пузырьком — 3,5 нН. Очевидно, что благодаря колебаниям пузырька сила увеличилась почти на порядок, что обусловлено увеличением времени действия акустических полей на частицу.

Проведенные на основе предложенной модели лазерного ОА пинцета с газовым пузырьком расчеты показали, что под действием возбуждаемых лазерным импульсом акустических волн газовый пузырек начинает совершать пульсации, создающие поля скоростей и давления. Эти пульсации длятся значительно дольше лазерного импульса, поэтому создаваемая пузырьком усредненная радиационная сила значительно (на порядок) превышает силу ОА пинцета без пузырька. Таким образом, введение газового пузырька субмикронного размера в ОА манипулятор позволяет увеличить эффективность последнего.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Laurell T., Nilsson, Evander, Hammarstrom. Review of cell and particle trapping in microfluidics systems // *Anal. Chem. Ac.*, 2009. Vol. 649. P. 141—157.
2. Zharov V.P., Malinsky T.V., and Alekhovich V.I. Photoacoustic manipulation of particles and cells // *Rev. Sci. Instrum.*, 2003. Vol. 74. P. 779—781.

3. Zharov V.P., Malinsky T.V., Kurten R.C. Photoacoustic tweezers with a pulsed laser: theory and experiments // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2005. P. 2262—2674.
4. Горьков Л.П. О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идеальной жидкости // Док. АН СССР. 1961. Vol. 140. P. 88—91.
5. Гусев В.Э., Карабутов А.А. Лазерная оптоакустика. М.: Наука, 1991. С. 304.
6. Leighton T.G. *The Acoustic Bubble*. Academic Press, 1994.
7. Plesset M.S. On the stability of fluid flows with spherical symmetry // *Journal of Applied Physics*, 1954. Vol. 25(1). P. 96—98.

Статья поступила в редакцию 16.10.2012