

Р. И. Широков, В. И. Алехнович, О. А. Ивлев

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЙ МЕТОД ЮСТИРОВКИ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ ЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ СФЕРИЧЕСКОГО ОБЗОРА

Рассмотрена оптико-электронная локационная система полного (сферического) обзора, состоящая из шести отдельных оптических систем (инфракрасных камер), указано их расположение на летательном аппарате. Приведены краткое описание принципа действия этой системы и геодезический метод ее юстировки. Разработаны алгоритмы определения правил перехода между системами координат летательного аппарата, тахеометра и отдельной оптической локационной станции по трем и четырем точкам. В первом случае применяется геометрический метод, во втором — решается система линейных уравнений. Приведена оценка погрешности рассмотренных алгоритмов.

E-mail: m.scofield@mail.ru

Ключевые слова: оптико-электронная станция, юстировка, привязка, матрица перехода, погрешность входных данных, моделирование.

Оптико-электронная локационная система (ОЭЛС) полного обзора представляет собой шесть камер, работающих в инфракрасном диапазоне излучения и расположенных таким образом, чтобы обеспечивать непрерывный сферический обзор с формированием мнемоники и видеозображений окружающей обстановки. Поле обзора системы — сфера (для шести постов), т. е. поле обзора одной камеры составляет $90^\circ \times 90^\circ$ (рис. 1).

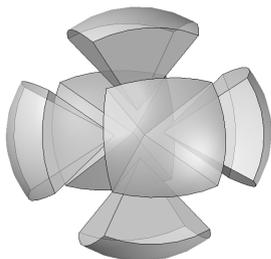


Рис. 1. Сферическая зона обзора ОЭЛС

Одной из важных задач является юстировка данной многокомпонентной системы на борту самолета, под которой понимается размещение всех локационных станций (ЛС) в определенные посадочные места на борту. Размещение ЛС должно быть спланировано таким образом, чтобы между ними не было мертвых зон (зон, не попадающих в поле зрения ОЭЛС). Далее проводится привязка систем коор-

динат ЛС (СКЛС) к единой системе координат — системе координат самолета (СКС).

Юстировка ОЭЛС. Схемы расположения ЛС на борту самолета приведены на рис. 2.

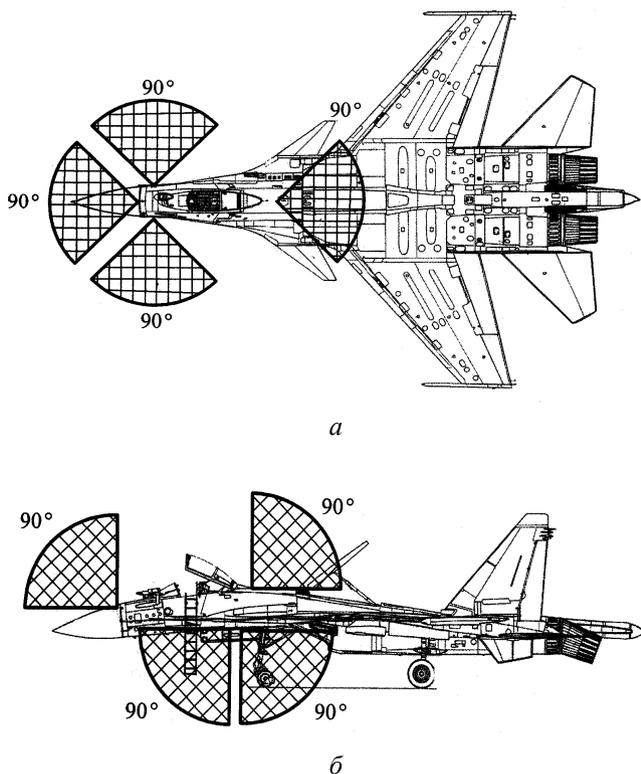


Рис. 2. Расположение ЛС:
a — вид сверху; *б* — вид сбоку

В процессе юстировки ЛС предлагается использовать измерительный прибор тахеометр. На нижней поверхности планера имеются три базовые точки, положение которых в СКС известно с точностью 5 мм и не изменяется при деформациях самолета. Две базовые точки расположены под левым и правым крылом ближе к фюзеляжу, третья базовая точка расположена в плоскости симметрии ближе к носу планера. Данные точки используются для определения перехода между СКС и системой координат тахеометра (СКТ) (рис. 3).

Тахеометр находится рядом с планером. В связи с тем, что базовые точки расположены на нижней поверхности планера, они могут не входить в поле зрения тахеометра. Поэтому необходимо использовать выносную линейку с известной длиной. Линейка последовательно прикладывается одним концом к каждой из базовых точек. На другом конце линейки находится маркер, его положение фиксируется

тахеометром. Таким образом, будут формироваться вынесенные базовые точки (ВБТ). Измерив их координаты и зная длину линейки, можно найти переход между СКС и СКТ, а именно вектор переноса и матрицу поворота.

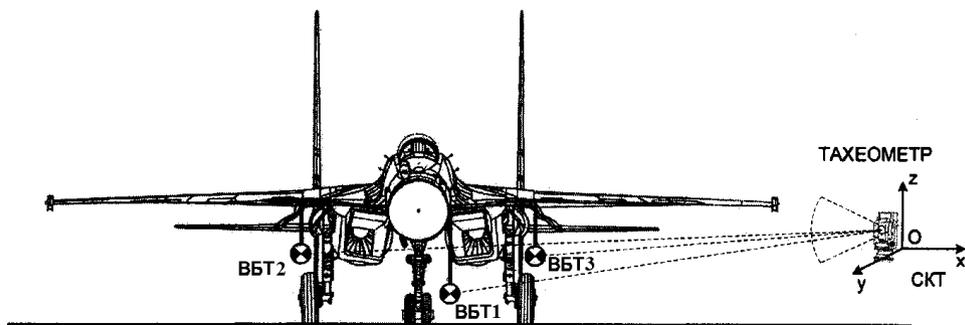


Рис. 3. Расположение ВБТ и тахеометра (вид спереди)

Следующий этап — последовательное выставление в полях зрения различных ЛС источников излучения (ИИ) на штативе. ИИ выставляется таким образом, чтобы можно было измерить его координаты с помощью тахеометра. Получив координаты ИИ в СКТ, можно преобразовать их в координаты в СКС. Определив с помощью ЛС угловое положение нескольких ИИ (ЛС выдает только угловое положение объекта), измерив дальность и зная положение ИИ в СКС, можно осуществить привязку всех ЛС (выбрав систематическую ошибку) к СКС.

Процесс юстировки можно разделить на ряд этапов:

1. Размещение тахеометра таким образом, чтобы можно было определять положение ВБТ и ИИ.
2. Определение правила перехода между СКС и СКТ по найденным с помощью тахеометра положениям ВБТ.
3. Размещение вешки в различных местах поля зрения ЛС и определение ее координат в СКС и углового положения с помощью ЛС.
4. Привязка всех ЛС к СКС по ряду координат ИИ в СКС и соответствующих им угловым координатам, выданным ЛС.

Определение правила перехода между СКС и СКТ по трем ВБТ геометрическим методом. Пусть имеются три ВБТ: A , B и C . Их координаты в СКС и в СКТ равны соответственно $A_c = \{x_c^A, y_c^A, z_c^A\}$, $B_c = \{x_c^B, y_c^B, z_c^B\}$, $C_c = \{x_c^C, y_c^C, z_c^C\}$ и $A_t = \{x_t^A, y_t^A, z_t^A\}$, $B_t = \{x_t^B, y_t^B, z_t^B\}$, $C_t = \{x_t^C, y_t^C, z_t^C\}$. Расположим все эти шесть точек в одной системе координат (например, в СКС), как показано на рис. 4.

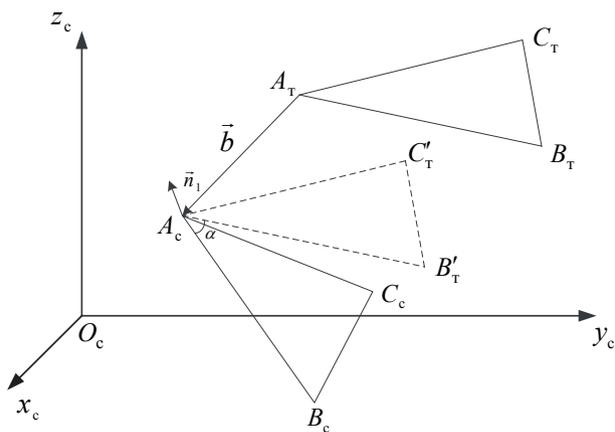


Рис. 4. Совмещение точки A_T с точкой A_C

Таким образом, две системы координат (СКС и СКТ) совмещены в одну. Далее, если последовательно совместить соответствующие точки треугольников $A_C B_C C_C$ и $A_T B_T C_T$, получим изначальное положение СКС и СКТ относительно друг друга, а значит, — правило преобразования одной СК в другую и наоборот.

Алгоритм совмещения треугольников приведен ниже:

а) совместим любую точку одного треугольника с соответствующей точкой другого треугольника, например точку A_T с точкой A_C . Для этого выполним параллельный перенос (см. рис. 4) треугольника $A_T B_T C_T$ по вектору $\vec{b} = (x_C^A - x_T^A, y_C^A - y_T^A, z_C^A - z_T^A)$, умножив вектор координат каждой точки треугольника на матрицу перемещения

$$T_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ b(1) & b(2) & b(3) & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда точка C_T перейдет в точку C'_T , точка B_T — в точку B'_T (см. рис. 4).

б) далее совместим точки B'_T и B_C поворотом вокруг оси, проходящей через точку A_C и перпендикулярной плоскости $B_C A_C B'_T$, на угол α . Направляющий вектор \vec{n}_1 этой оси определим с помощью векторного произведения $\overrightarrow{A_C B_C} \times \overrightarrow{A_C B'_T}$ (см. рис. 4). Результат векторного произведения (вектор) перенесем из начала координат в точку A_C путем умножения $B_C \times B'_T$ справа на матрицу переноса T_{n_1} :

$$T_{n_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_c^A & y_c^A & z_c^A & 1 \end{pmatrix}.$$

Угол α определяется через скалярное произведение векторов $\overline{A_c B_c} \cdot \overline{A_c B'_T}$. Точка C'_T перейдет в точку C''_T (рис. 5);

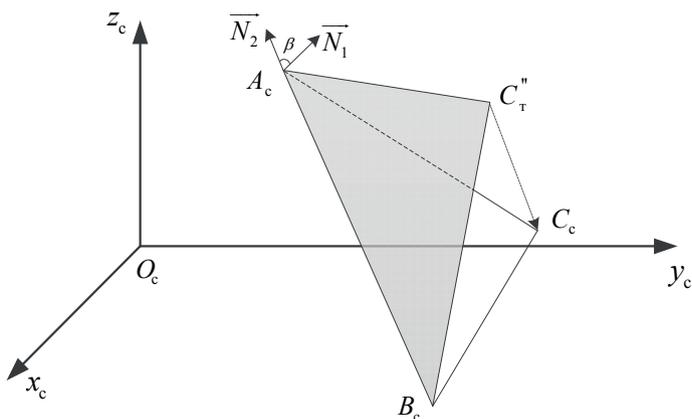


Рис. 5. Поворот точки C''_T вокруг оси $A_c B_c$

в) совместим точку C''_T с точкой C_c . Для этого повернем ее вокруг образовавшейся линии вращения $A_c B_c$ на угол β между двумя плоскостями треугольников. Этот угол определяется как угол между соответствующими нормальными \overline{N}_1 и \overline{N}_2 плоскостей треугольников и скалярного произведения;

г) в п. б) и в) выполняется вращение вокруг некоторой произвольной оси. Рассмотрим более подробно эту процедуру в общем случае [1].

Предположим, что произвольная ось в пространстве проходит через точку (x_0, y_0, z_0) с направляющим вектором (c_x, c_y, c_z) . Поворот вокруг этой оси на некоторый угол δ осуществляется следующим образом: 1) выполняют перенос так, чтобы точка (x_0, y_0, z_0) находилась в начале системы координат; 2) проводят соответствующие повороты так, чтобы ось вращения совпала с осью z ; 3) поворот на угол δ вокруг оси z ; 4) осуществляют преобразование, обратное преобразованию, позволившему совместить ось вращения с осью z ; 5) выполняют обратный перенос.

В общем случае, для того чтобы произвольная ось, проходящая через начало координат, совпала с одной из координатных осей, необходимо сделать два последовательных поворота вокруг двух других координатных осей. Для совмещения произвольной оси вращения с осью z сначала выполним поворот вокруг оси x , а затем вокруг оси y . Чтобы определить угол поворота α вокруг оси x , используемый для перевода произвольной оси в плоскость zOx , спроецируем сначала на плоскость yOz направляющий единичный вектор этой оси (рис. 6, а).

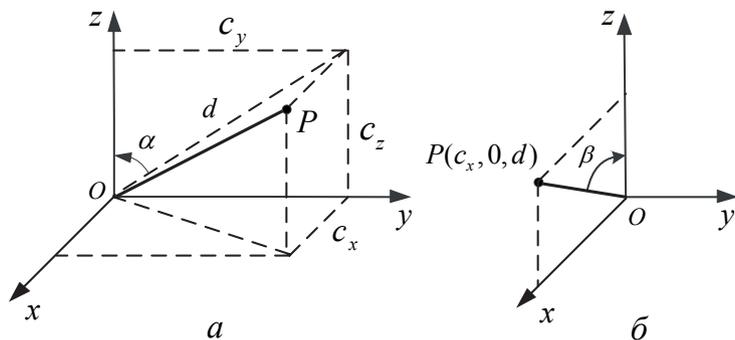


Рис. 6. Повороты, обеспечивающие совмещение единичного вектора \overline{OP} с осью z :

a — поворот вокруг оси x ; b — поворот вокруг оси y

Компоненты y и z спроецированного вектора равны компонентам c_y и c_z единичного направляющего вектора оси вращения. Из данных рис. 6, а следует, что

$$d = \sqrt{c_y^2 + c_z^2}; \quad (1)$$

$$\cos \alpha = \frac{c_z}{d}; \quad \sin \alpha = \frac{c_y}{d}. \quad (2)$$

После перевода в плоскость zOx с помощью поворота вокруг оси x , z -компонента единичного вектора равна d , а x -компонента равна c_x , т. е. x -компоненте направляющего вектора, как это показано на рис. 6, б. Длина единичного вектора равна единице. Таким образом, угол поворота β вокруг оси y , необходимый для совмещения произвольной оси с осью z , определяется из соотношений

$$\cos \beta = d; \quad \sin \beta = c_x. \quad (3)$$

Тогда полное преобразование можно представить в виде

$$M = TR_x R_y R_\delta R_y^{-1} R_x^{-1} T^{-1}, \quad (4)$$

где матрица переноса, матрица поворота вокруг оси x и матрица поворота вокруг оси y равны соответственно

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_0 & -y_0 & -z_0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_z/d & c_y/d & 0 \\ 0 & -c_y/d & c_z/d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

и

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos(-\beta) & 0 & -\sin(-\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(-\beta) & 0 & \cos(-\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d & 0 & c_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -c_x & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Вращение вокруг произвольной оси задается матрицей поворота вокруг оси z

$$R_\delta = \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

На практике углы α и β не вычисляют явным образом. Элементы матриц поворотов R_x и R_y в выражении (4) получают из уравнений (1) и (2) путем выполнения двух операций: деления и извлечения квадратного корня. Хотя данные результаты получены для произвольной оси в первом квадранте, они применимы во всех квадрантах.

Если компоненты направляющего вектора произвольной оси неизвестны, то, зная вторую точку (x_1, y_1, z_1) на оси, их можно определить, нормализовав вектор, соединяющий первую и вторую точки.

Более точно вектор оси, направленный из точки (x_0, y_0, z_0) в точку (x_1, y_1, z_1) , можно представить в следующем виде:

$$V = [(x_1 - x_0)(y_1 - y_0)(z_1 - z_0)].$$

Нормализация позволяет получить компоненты направляющего вектора:

$$(c_x, c_y, c_z) = \frac{[(x_1 - x_0)(y_1 - y_0)(z_1 - z_0)]}{[(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

Итак, выполним вращение на угол α .

Компоненты направляющего вектора

$$(c_x, c_y, c_z) = \frac{(n_1(1) - A_c(1), n_1(2) - A_c(2), n_1(3) - A_c(3))}{\sqrt{(n_1(1) - A_c(1))^2 + (n_1(2) - A_c(2))^2 + (n_1(3) - A_c(3))^2}}.$$

Матрицы преобразования имеют следующий вид:

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -A_c(1) & -A_c(2) & -A_c(3) & 1 \end{pmatrix}; \quad R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_z}{d} & \frac{c_y}{d} & 0 \\ 0 & -\frac{c_y}{d} & \frac{c_z}{d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$R_y = \begin{pmatrix} d & 0 & c_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -c_x & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad d = \sqrt{c_y^2 + c_z^2};$$

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$M_1 = T_1 R_x R_y R_\alpha R_y^{-1} R_x^{-1} T_1^{-1} \Rightarrow B'_T = (B'_T(1), B'_T(2), B'_T(3), 1) M_1;$$

$$C''_T = (C'_T(1), C'_T(2), C'_T(3), 1) M_1.$$

Аналогично выполняем поворот на угол β вокруг оси $A_c B_c$ и находим матрицу M_2 . Получаем, что

$$\text{общая матрица перехода из СКС в СКТ } M_{T \rightarrow C} = T_b M_1 M_2;$$

$$\text{общая матрица перехода из СКТ в СКС } M_T = M_{T \rightarrow C}^{-1} = (M_{T \rightarrow C})^T.$$

При этом, чтобы перевести координаты точки из СКТ в СКС, необходимо умножить вектор координат точки в СКТ на $M_{C \rightarrow T}$ слева:

$$K_{\text{СКС}} = M_{C \rightarrow T} K_{\text{СКТ}},$$

где $K_{\text{СКТ}}$ — координаты точки в СКТ; $K_{\text{СКС}}$ — координаты точки в СКС.

Алгоритм определения матрицы перехода между СКС и СКЛС. В данном случае для определения матрицы перехода используем четыре точки. Четыре ИИ располагаются в полях зрения ЛС и тахеометра. Определяем их координаты в СКЛС и в СКТ. Координаты, полученные тахеометром, переводим в СКС. Таким образом, получаем четыре набора координат в СКС и в СКЛС. По этим данным можно составить систему линейных уравнений для определения матрицы перехода между СКС и СКЛС. Пусть M — искомая матрица перехода от СКЛС к СКС. Тогда справедливы следующие соотношения связи координат ИИ в одном базисе с координатами в другом базисе:

$$\begin{aligned} M\vec{a}_1 &= \vec{b}_1; \\ M\vec{a}_2 &= \vec{b}_2; \\ M\vec{a}_3 &= \vec{b}_3; \\ M\vec{a}_4 &= \vec{b}_4, \end{aligned} \tag{5}$$

где \vec{a}_i — координаты i -го ИИ в СКС; \vec{b}_i — координаты i -го ИИ в СКЛС.

Матрицу перехода запишем в следующем виде:

$$M = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \\ x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где (x_4, x_8, x_{12}) — вектор трансляции (перемещения). Векторы координат запишем в виде $(s_1, s_2, s_3, 1)^T$, где s_1, s_2, s_3 — координаты некоторой точки. Приведем уравнения (5) к стандартной форме записи систем линейных уравнений:

$$A\vec{x} = \vec{p}, \quad (6)$$

где A — матрица коэффициентов; \vec{x} — вектор неизвестных, \vec{p} — вектор правой части. Итак, \vec{x} — вектор компонент матрицы перехода M за исключением последней строки. Запишем подробно каждое уравнение системы:

$$M\vec{a}_1 = \vec{b}_1 \Rightarrow \begin{cases} a_1^1 x_1 + a_1^2 x_2 + a_1^3 x_3 + a_1^4 x_4 = b_1^1; \\ a_1^1 x_5 + a_1^2 x_6 + a_1^3 x_7 + a_1^4 x_8 = b_1^2; \\ a_1^1 x_9 + a_1^2 x_{10} + a_1^3 x_{11} + a_1^4 x_{12} = b_1^3. \end{cases}$$

Аналогичные системы уравнений можно записать для точек a_2, a_3 и a_4 . Тогда получим систему 12 уравнений с 12 неизвестными. Матрица A в системе уравнений (6) будет состоять из коэффициентов при $x_i, i = \overline{1, 12}$, вектор \vec{p} есть вектор координат четырех точек (ИИ) в СКЛС,

$$\vec{p} = (b_1^1, b_1^2, b_1^3, b_2^1, b_2^2, b_2^3, b_3^1, b_3^2, b_3^3, b_4^1, b_4^2, b_4^3)^T.$$

Получили систему линейных уравнений $Ax = p$. Решив эту систему одним из известных методов, например методом Гаусса или итерационным методом Якоби, найдем компоненты матрицы перехода M [2].

В данном случае система уравнений (6) является плохо обусловленной, т. е. число обусловленности довольно велико. Числом обусловленности называется коэффициент связи между относительными погрешностями вектор-решения, вектора \vec{p} и матрицей A . Если в системе уравнений (6) возмущены и матрица A , и вектор \vec{p} , т. е. по сути решается система уравнений

$$\tilde{A}\tilde{x} = \tilde{p} \quad \text{или} \quad (A + \Delta A)(x + \Delta x) = \vec{p} + \Delta \vec{p},$$

то справедлива оценка

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|}{\|x\|} \leq \frac{\|A\| \|A^{-1}\|}{1 - \|A^{-1} \Delta A\|} \left(\frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} + \frac{\|\Delta p\|}{\|p\|} \right) \quad (7)$$

при условии, что $\|A^{-1}\Delta A\| < 1$.

В неравенстве (7) положительное число $\|A\|\|A^{-1}\|$ называется числом обусловленности. Отсюда следует, что чем больше число обусловленности, тем сильнее влияют на решение исходной системы погрешности в исходных данных. Таким образом, число обусловленности можно рассматривать как меру чувствительности решения к погрешностям системы [3].

Поэтому имеет смысл взять большее число точек для составления системы уравнений. Тогда получается переопределенная система линейных уравнений, решение которой можно искать итерационным методом наименьших квадратов. В результате находится приближенное решение, которое минимизирует вектор невязки. Таким образом, при увеличении числа измеряемых ИИ увеличивается точность определения матрицы перехода M .

Погрешности описанных алгоритмов определения матрицы перехода. Для оценки относительных и абсолютных погрешностей смоделировали следующую ситуацию (рассмотрим СКТ и СКС). Выбираем произвольно одну систему координат (например, СКТ). Затем произвольно выбираем матрицу перехода M как произведение матриц поворота вокруг трех осей (на произвольно выбранные углы) и матрицы трансляции (на произвольно выбранный вектор). С помощью матрицы M рассчитываем точные координаты точек в СКС (три точки заранее выбраны в СКТ). Таким образом, имеем две системы координат и точную матрицу перехода между ними, в этом случае можно переводить любую точку из СКТ в СКС и наоборот.

Далее задаем некоторое возмущение в начальные данные (три ВБТ). В качестве возмущения используем аддитивный гауссов шум, т. е. случайные величины, распределенные по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

с нулевым математическим ожиданием [4]. Дисперсию выберем таким образом, чтобы значение 3σ было равно либо погрешности тахеометра, либо погрешности задания координат в СКС. Погрешность угловых измерений тахеометра составляет 5" (угловых секунд), погрешность измерения дальности тахеометром и погрешность задания координат в СКС — 5 мм. Для угловых измерений среднее квадратическое отклонение (СКО) равно примерно 2", по дальности и по заданию координат в СКС — 2 мм. Таким образом, смоделирована ситуация, аналогичная реальным измерениям.

По возмущенным данным найдем приближенную матрицу перехода между СКС и СКТ. Обозначим ее M^* .

Оценим погрешность найденной приближенно матрицы перехода M_1^* , полученной с помощью геометрического подхода по следующим формулам:

$$\text{абсолютная погрешность } \Delta M_1^* = \|M - M_1^*\|,$$

$$\text{относительная погрешность } \delta M_1^* = \frac{\Delta M_1^*}{\|M\|}.$$

При заданных начальных условиях получаем

$$\Delta M_1^* = 31,7; \quad \delta M_1^* = 0,022.$$

Теперь найдем погрешность перевода произвольной точки из СКТ в СКС. Для этого зададим произвольную точку P в СКТ. Погрешность задания этой точки примем равной погрешности тахеометра, т. е. по углу — $5''$, по дальности — 5 мм, и зададим ее также в виде аддитивного гауссова шума. Получим, таким образом, возмущенную точку P^* . Используя матрицу перехода M^* , найдем координаты точки P^* в СКС и оценим погрешность, тогда имеем

$$\Delta P_1^* = 20,14 \text{ мм}; \quad \delta P_1^* = 0,0055.$$

Аналогичным образом и с теми же начальными условиями оценим погрешности алгоритма, основанного на решении системы линейных уравнений:

$$\Delta M_2^* = 15,3; \quad \delta M_2^* = 0,012;$$

$$\Delta P_2^* = 13,81 \text{ мм}; \quad \delta P_2^* = 0,0031.$$

Таким образом, второй алгоритм немного точнее первого, однако для него требуется большее число измерений.

Наконец, оценим погрешность пересчета координат из СКЛС в СКС. Погрешность угловых измерений ЛС равна $20'$, погрешность измерения дальности до ЛС — 7 мм. В качестве погрешности полученных координат в СКС примем абсолютную погрешность первого алгоритма, тогда

$$\Delta M_3^* = 105,1; \quad \delta M_3^* = 0,08;$$

$$\Delta P_3^* = 140,5 \text{ мм}; \quad \delta P_3^* = 0,035.$$

Если рассматривать СКС как сферическую систему координат, то абсолютная погрешность составляет примерно $50'$.

Алгоритм определения расстояния от ИИ до СКЛС. Для определения расстояния от вешки (ИИ) до СКЛС используем тахеометр и цилиндрическую насадку на объектив камеры с выступающим стержнем, на конце которого расположен некоторый маркер. Рассмотрим концептуальную схему для определения расстояния от центра СКЛС до выбранного источника излучения (рис. 7).

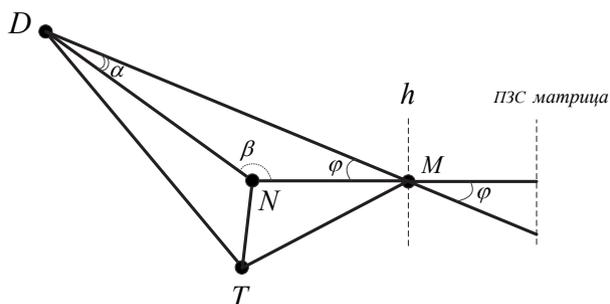


Рис. 7. Концептуальная схема:

T — тахеометр; D — точечный ИИ; h — сложная линза камеры; N — маркер на стержне цилиндрической насадки

Необходимо определить расстояние от точки D до точки M . Координаты точек D и N измеряются тахеометром относительно СКТ. Таким образом, можно найти расстояние DN координатным способом, переведя координаты точек D и N в декартову систему координат тахеометра:

$$DN = \sqrt{(x_D - x_N)^2 + (y_D - y_N)^2 + (z_D - z_N)^2},$$

где (x_D, y_D, z_D) — декартовы координаты точки D в СКТ; (x_N, y_N, z_N) — декартовы координаты точки N в СКТ.

Расстояние MN складывается из длины стержня на насадке и расстояния от вершины первой линзы до первой главной плоскости ($L + 19,5$ мм (23,14 мм)). Угол φ можно найти, используя азимут и угол места, выдаваемые ЛС, по формуле

$$\varphi = \arccos(\cos(\alpha)\cos(\varepsilon)),$$

где α — азимут; ε — угол места.

Далее найдем искомое расстояние DM . Обозначим DM через x , DN — v , NM — a . Тогда справедлива теорема синусов:

$$\frac{v}{\sin(\varphi)} = \frac{a}{\sin(\alpha)}. \text{ Отсюда находим угол } \alpha, \text{ а затем и угол } \beta:$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{a \sin(\varphi)}{v}\right); \quad \beta = 180 - \alpha - \varphi.$$

Для определения x еще раз применим теорему синусов $\frac{x}{\sin(\beta)} = \frac{a}{\sin(\alpha)}$.

В результате получим

$$\begin{aligned} x = \frac{a \sin(\beta)}{\sin(\alpha)} &= \frac{a \sin\left(180 - \varphi - \arcsin\left(\frac{a \sin(\varphi)}{v}\right)\right)}{\sin\left(\arcsin\left(\frac{a \sin(\varphi)}{v}\right)\right)} = \\ &= v \sqrt{1 - \frac{a^2 \sin^2(\varphi)}{v^2}} + a \cos(\varphi), \end{aligned}$$

т. е. искомое расстояние $DM = \sqrt{v^2 - a^2 \sin^2(\varphi)} + a \cos(\varphi)$.

Таким образом, разработанные алгоритмы нахождения правил перехода между различными системами координат по трем вынесенным базовым точкам и четырем источникам излучения позволяют проводить юстировку оптико-электронной локационной системы сферического обзора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М.: Мир, 2001. 604 с.
2. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Наука, 1987. 630 с.
3. Воеводин В. В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977. 307 с.
4. Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория вероятностей. Математическая статистика. М.: Гардарики, 1998. 327 с.

Статья поступила в редакцию 28.09.2012.