

А. Ю. Жердев, С. Б. Одинокоев,
Д. С. Лушников, А. Б. Соломашенко

ФУНКЦИЯ РАССЕЯНИЯ ГОЛОГРАММНОЙ СТЕРЕОГРАММЫ

Проведено математическое моделирование процесса преобразования сигнала голограммным оптическим элементом (ГОЭ) голограммной стереограммы. Получены выражения для функции рассеяния ГОЭ в плоскости наблюдения. Проанализированы ограничения и перспективы развития голограммной стереографии в области художественных и защитных технологий.

E-mail: odinokov@bmstu.ru

Ключевые слова: голография, голограммный оптический элемент, стереография.

Введение. Голограммная стереограмма (ГС) — это стереограмма, в которой стереобраз формируется посредством голограммных оптических элементов (ГОЭ), называемых голопикселями. Выполнение пикселей ГС посредством ГОЭ позволяет реализовать произвольную зависимость цвета (яркости) пикселя от угла наблюдения. Как в растровой стереографии функцию селекции кадров выполняет линзовый растр, под которым размещается кодовое изображение, так в ГС эту функцию выполняет голопиксел.

Голограммная стереография позволяет получать высококачественные трехмерные и цветные художественные изображения произвольных объектов и сцен. При этом стереограммы в отличие от аналоговых голограмм не ограничены по размеру и не требуют наличия объекта в схеме записи. Входными данными для получения ГС являются компьютерная модель, видеоролик или серия фотоснимков объекта или сцены.

В данной работе описаны и проанализированы результаты математического моделирования голограммной стереограммы.

Предпосылки исследования. Принципы и подходы, непосредственно приведшие к появлению голограммных стереограмм, представлены в работах [1—3]. Однако активно развиваться голограммная стереография начала лишь в начале 1990-х годов, когда этой темой занялись три научных коллектива: Массачусетский технологический институт [4], Токийский технологический институт [6] и Голландская голографическая лаборатория [5]. Вскоре после этого дополнительный импульс исследовательской деятельности придало распространение жидкокристаллических пространственных модуляторов света высокого разрешения.

За прошедшее время образовались только два независимых предприятия, которые вышли на рынок со своими предложениями ГС: Geola ltd (Литва) и Zebra Imaging Inc (США). Из-за достаточно узкого рынка этим фирмам не удалось добиться популярности ГС, сравнимой с популярностью аналоговых голограмм Денисюка. Вместе с этим по-прежнему не раскрыт потенциал голограммной стереографии как цифровой голографической технологий.

Математическая модель голограммной стереограммы. Рассмотрим голографический процесс получения голопиксела голограммной стереограммы как фурье-голограммы плоского амплитудного транспаранта с использованием одного фурье-объектива только на этапе получения голограммы. Для упрощения будем считать, что при получении голопиксела не используются методы разрушения спектра в плоскости получения ГОЭ для снижения динамического диапазона интенсивности предметной волны. Пусть транспарант освещается нормально падающей плоской волной с единичной амплитудой, как показано на рисунке.

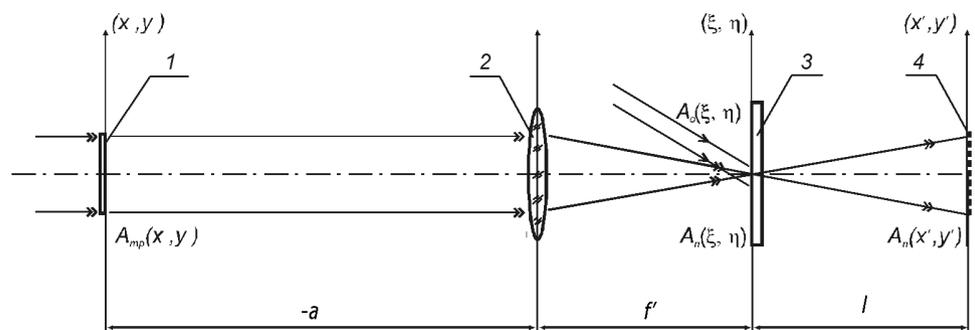


Схема получения фурье-голограммы и воспроизведения изображения транспаранта с одним преобразующим фурье-объективом:

1 — транспарант; 2 — преобразующий фурье-объектив; 3 — носитель записи; 4 — действительное изображение транспаранта в плоскости глаз наблюдателя

Транспарант производит амплитудную модуляцию падающей волны и в плоскости за транспарантом:

$$A'_{\text{тр}}(x, y) = \tau_{\text{тр}}(x, y). \quad (1)$$

где $\tau_{\text{тр}}(x, y)$ — функция пропускания транспаранта.

Тогда преобразующий фурье-объектив, отстоящий от транспаранта на расстоянии a (здесь a неотрицательно) и имеющий фокальное расстояние f' , формирует в частотной плоскости спектр функции пропускания транспаранта

$$A_n(\xi, \eta, z = f') = \frac{\exp\left[i\frac{\pi}{\lambda f'}\left(1 - \frac{a}{f'}\right)(\xi^2 + \eta^2)\right]}{i\lambda f'} \tilde{\tau}_{\text{тр}}\left(-\frac{\xi}{\lambda f'}, -\frac{\eta}{\lambda f'}\right). \quad (2)$$

Фазовая дисперсия $\left[i\frac{\pi}{\lambda f'}\left(1 - \frac{a}{f'}\right)(\xi'^2 + \eta'^2)\right]$ возникает вследствие того, что расстояние от транспаранта до передней главной плоскости объектива не равно фокальному расстоянию объектива.

Слой регистрирующей среды записывает интерференционное поле, образованное предметной $A_n(\xi, \eta, z)$ и опорной $A_0(\xi, \eta, z)$ волнами. С учетом влияния квадратной апертуры, формируемой ГОЭ, можно записать

$$A_n(\xi, \eta, z = f') = \frac{\exp\left[i\frac{\pi}{\lambda f'}\left(1 - \frac{a}{f'}\right)(\xi^2 + \eta^2)\right]}{i\lambda f'} \tilde{\tau}_{\text{тр}}\left(-\frac{\xi}{\lambda f'}, -\frac{\eta}{\lambda f'}\right) \text{rect}\left(\frac{\xi}{d}, \frac{\eta}{d}\right), \quad (3)$$

где d — сторона квадратного ГОЭ или апертура Найквиста,

$$d = 2\frac{\lambda f' N_x}{\Delta x}.$$

Допустим, что при освещении восстанавливающей волной, тождественной опорной волне $A_0(\xi, \eta, z)$, голограмма без искажения восстанавливает поле предметной волны $A_n(\xi, \eta, z)$. Рассмотрим преобразование восстановленной волны френелевским слоем пространства толщиной l . Для этого запишем оператор преобразования слоя пространства:

$$\begin{aligned} A'_n(x', y') &= h_{\text{фр}}(x', y') \tilde{f} \left\{ A_s(x, y) \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda l}(x^2 + y^2)\right] \right\} = \\ &= \frac{\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}l\right)}{i\lambda l} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda l}(x'^2 + y'^2)\right] \tilde{f} \left\{ \frac{1}{i\lambda f'} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda f'}\left(1 - \frac{a}{f'}\right)(\xi^2 + \eta^2)\right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \tilde{\tau}\left(-\frac{\xi}{\lambda f'}, -\frac{\eta}{\lambda f'}\right) \text{rect}\left(\frac{\xi}{d}, \frac{\eta}{d}\right) \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda l}(\xi^2 + \eta^2)\right] \right\} = \frac{\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}l\right)}{i\lambda l} \times \end{aligned}$$

$$\times \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda l} (x'^2 + y'^2) \right] \tilde{f} \left\{ \frac{1}{i\lambda f'} \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda f'} \left(1 - \frac{a}{f'} + \frac{l}{f'} \right) (\xi^2 + \eta^2) \right] \right. \\ \left. \times \tilde{\tau} \left(-\frac{\xi}{\lambda f'}, -\frac{\eta}{\lambda f'} \right) \text{rect} \left(\frac{\xi}{d}, \frac{\eta}{d} \right) \right\},$$

где $v_x = \frac{x'}{\lambda l}$, $v_y = \frac{y'}{\lambda l}$ в соответствии с оператором френелевского слоя пространства; член $\exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} l \right)$ — фазовый множитель, который далее можно не учитывать.

Множитель $1 - \frac{a}{f'} + \frac{l}{f'}$ представим как

$$1 - \frac{a}{f'} + \frac{l}{f'} = \frac{f' - a + l}{f'} = \delta^2. \quad (4)$$

Тогда после фурье-преобразования имеем

$$A'_s(x', y') = \frac{1}{i\lambda l} \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda l} (x'^2 + y'^2) \right] \tilde{f} \left\{ \tilde{\tau} \left(-\frac{x}{\lambda f'}, -\frac{y}{\lambda f'} \right) = \right. \\ = \frac{1}{i\lambda f'} \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda f'} \delta^2 (x^2 + y^2) \right] \left. \right\} = \frac{1}{i\lambda l} \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda l} (x'^2 + y'^2) \right] |\lambda f'|^2 \times \\ \times \tau \left(-\lambda f' \frac{x'}{\lambda l}, -\lambda f' \frac{y'}{\lambda l} \right) \otimes \frac{1}{\delta^2} \exp \left(-i\lambda f' \frac{1}{\delta^2} \left[\left(\frac{x'}{\lambda l} \right)^2 + \left(\frac{y'}{\lambda l} \right)^2 \right] \right) \otimes \\ \otimes d^2 \text{sinc} \left(\pi d \frac{x'}{\lambda l}, \pi d \frac{y'}{\lambda l} \right).$$

Далее введем увеличение $\beta = -f'/l$ (с учетом оборачивания изображения):

$$A'_s(x', y') = -\frac{i\lambda l \beta^2 d^2}{\delta^2} \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda f} \left[(\beta x')^2 + (\beta y')^2 \right] \right) \times \\ \times \tau(\beta x', \beta y') \otimes \exp \left(\frac{1}{i\lambda f'} \left[\left(\frac{\beta x'}{\delta} \right)^2 + \left(\frac{\beta y'}{\delta} \right)^2 \right] \right) \otimes \text{sinc} \left(\pi d \frac{x'}{\lambda l}, \pi d \frac{y'}{\lambda l} \right). \quad (5)$$

Таким образом, голограмма в плоскости наблюдения, отстоящей на расстоянии l от нее, восстанавливает увеличенное в β раз изображение транспаранта, а также вносит фазовые искажения и размывает

изображение функцией рассеяния $\text{sinc}\left(\pi d \frac{x'}{\lambda l}, \pi d \frac{y'}{\lambda l}\right)$ из-за режектирования высоких частот в частотной плоскости. Функцию рассеяния ГС можно записать в виде

$$h_s(x', y') = -\frac{i\lambda\beta^2 d^2}{\delta^2} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda f} \left[(\beta x')^2 + (\beta y')^2 \right]\right) \times \lim_{x \rightarrow \infty} \quad (6)$$

$$\times \exp\left(\frac{1}{i\lambda f'} \left[\left(\frac{\beta x'}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\beta y'}{\delta}\right)^2 \right]\right) \otimes \text{sinc}\left(2\pi \frac{x'}{\Delta}, 2\pi \frac{y'}{\Delta}\right),$$

где $\beta = -f'/l$ — увеличение; $\delta^2 = (f' - a + l)/f'$ — параметр; $\Delta = 2\lambda l/d$ — радиус пятна рассеяния; d — диаметр голопиксела.

Заключение. Построенная математическая модель голопиксела ГС позволяет описывать восстанавливаемое им изображение формулой (5), в которой различается исходное изображение транспаранта (1), функция рассеяния (6) и увеличение β . Поскольку диаметр пятна рассеяния линейно зависит от расстояния наблюдения, глубина резкости восстанавливаемого изображения практически бесконечна.

Пятно рассеяния Δ влияет на разрешение восстанавливаемого изображения, т. е. на число ракурсов. Зависимость радиуса пятна рассеяния от расстояния наблюдения и размера голопиксела позволяет на основании требований к разрешению ракурсов определить минимально возможный размер голопиксела.

Для комфортного наблюдения автостереограммы необходимо, чтобы ширина одного ракурса, ограниченного пятном рассеяния голопиксела, была не меньше диаметра зрачка. Иначе можно будет видеть одновременно несколько ракурсов каждого голопиксела, причем в обратном порядке следования ракурсов в связи с переворотом изображения. Для диаметра зрачка наблюдателя 3 мм и расстояния наблюдения 250 мм (в нормальных условиях) и при максимизации числа кадров автостереограммы (ракурсов) размер голопиксела составит 0,2 мм, что гораздо больше, чем разрешение человеческого глаза, равное 80 мкм. Это означает, что голограммная стереография неприменима для художественных стереограмм малого размера, наблюдаемых вблизи (до 1 м). Вместе с тем уровень развития регистрирующих сред не позволяет создавать большие голографические баннеры и плакаты для использования в помещениях с широко изменяющимися температурой и влажностью. Понижение размера голопиксела вызовет значительную потерю числа кадров автостереограммы, т. е. понизится визуальное качество объемного образа. Сле-

довательно, для голограммной стереографии остается только одна область применения — небольшие защитные этикетки и ламинаты с условным, а не художественным дизайном.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного контракта от 13 мая 2011 г. № 16.740.11.0461 федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009—2013 гг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. de Bitetto D. J. Holographic panoramic stereograms // Applied optics. 1969. Vol. 8. P. 1740.
2. King M. C., Noll A. M., Berry D. H. A new approach to computer-generated holography // Applied optics. 1970. Vol. 9. P. 471.
3. Benton S. A. Survey of holographic stereograms // SPIE Conference Proceeding. 1982. Vol. 367. P. 15.
4. Halle M. W., Benton S. A., Klug M. A. The ultragram. A generalized holographic stereogram // Practical holography. 1991. Vol. 1461.
5. van Nuland E., Spierings W. C. Development of an office holoprinter IV // SPIE Conference Proceeding. 1996. Vol. 2652. P. 62.
6. Maruyama S. High-density recording of full-color full-parallax holographic stereogram // SPIE Conference Proceeding. 2008. Vol. 2912.

Статья поступила в редакцию 26.09.2012.