

В. Е. Карасик, В. И. Рыжий, И. Н. Фокина,
Л. А. Членова

ИССЛЕДОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ТОНКИХ СЛОЯХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

На основе алгоритмов вычислительной электродинамики разработан метод исследования процесса рассеяния терагерцового излучения в тканях одежды, позволяющий определять дифференциальное и интегральное сечения и индикатрису рассеяния терагерцового излучения. Проведена верификация данного метода, включавшая исследование характеристик рассеяния одиночного диэлектрического цилиндра и сравнение их с известным аналитическим решением. Рассмотрена структура нескольких видов тканей, в результате чего предложена математическая модель ткани в виде системы периодически расположенных диэлектрических цилиндров. В ходе вычислительного эксперимента получены характеристики рассеяния образцов нескольких видов тканей и их спектральные коэффициенты пропускания. Проведено сравнение полученных результатов с результатами экспериментальных исследований на терагерцовом спектрометре. Показана эффективность предложенного метода исследования процесса рассеяния.

E-mail: fokina.irina@bk.ru

Ключевые слова: рассеяние излучения, численное моделирование, терагерцовое излучение.

Введение. Область терагерцового (ТГц) излучения занимает промежуточное положение между инфракрасной и микроволновой областями электромагнитного спектра. Условно ее границами считаются частоты 0,1 и 10 ТГц, что соответствует длинам волн 3 мм и 30 мкм. Излучение данного диапазона имеет уникальные свойства. Оно является неионизирующим, поэтому безопасно для человека, сильно поглощается водой. Спектральные характеристики (коэффициенты поглощения и отражения излучения, диэлектрическая проницаемость и др.) различных веществ, в том числе наркотических и взрывчатых, имеют характерные особенности в ТГц-области электромагнитного спектра. Поглощение ТГц-излучения веществом обусловлено переходом энергии квантов излучения в энергию колебательных и вращательных уровней молекул. В работах [1–3] исследована возможность поиска скрытых взрывчатых и наркотических веществ, холодного и огнестрельного оружия с помощью ТГц-спектроскопии и ТГц-систем.

Изучение спектральных свойств диэлектрических материалов является важной задачей при разработке ТГц-систем поиска скрытых объектов и веществ. В работах [1, 4, 5] исследован эффект ослабления излучения в тканях одежды, определены спектральные зависимости коэффициентов пропускания ТГц-излучения различными материалами. Полученные результаты спектральных исследований позволяют говорить о возможности поиска скрытых веществ и предметов, а также их идентификации с помощью ТГц-спектроскопии.

Следует отметить, что в работах [1, 4, 5] при измерении спектральных характеристик не учитывался тот факт, что существенный вклад в общий спектральный коэффициент ослабления ТГц-излучения материалом вносят процессы рассеяния излучения на неоднородностях среды. Если размеры неоднородностей, имеющихся в материале, сопоставимы с длиной волны излучения, то рассеяние имеет сложный характер, зависящий от структуры среды, и существенно искажает регистрируемые спектральные характеристики объекта. Процесс поиска и идентификации взрывчатого или наркотического вещества по его спектральным ТГц-характеристикам может быть затруднителен в связи с тем, что и само вещество, и упаковочные среды являются рассеивающей средой.

Поиск скрытого оружия с помощью изображающих ТГц-систем также может быть осложнен процессами рассеяния в тканях одежды. Рассеивающая структура волокон таких материалов может существенно снизить контраст в изображении скрытого объекта. Очевидно, что при разработке ТГц-систем поиска и идентификации скрытых предметов необходимо исследовать рассеяние ТГц-излучения в различных средах.

До настоящего времени экспериментальные и теоретические исследования процессов рассеяния ТГц-излучения в тканях одежды и упаковочных материалах не проводились. Экспериментальное измерение характеристик рассеяния вызывает затруднения, так как требует разработки специализированных дорогостоящих устройств. Одним из возможных путей изучения характеристик рассеяния ТГц-излучения в упаковочных средах является математическое моделирование.

Целью данной работы является разработка метода теоретического исследования рассеяния излучения в тканях одежды, его верификация, а также изучение характеристик ряда образцов тканей одежды: дифференциального (ДСР) и полного (интегрального) (ПСР) сечений рассеяния и индикатрисы рассеяния (ИР).

Для описания процесса рассеяния используют два самостоятельных подхода: строгую, или аналитическую, теорию и теорию переноса.

В строгой теории процесс рассеяния описывается с помощью основных дифференциальных уравнений: волнового уравнения и урав-

нений Максвелла. Данная теория позволяет учесть влияние дифракции и интерференции света на характеристики рассеяния излучения. Необходимо отметить, что аналитически с помощью строгой теории не всегда возможно получить характеристики для любой частицы или среды.

Теория переноса не является строгой в математическом отношении, так как в ней предполагается, что при сложении электромагнитных полей между ними отсутствует корреляция, а основным понятием является интенсивность излучения. В ее основе лежит уравнение переноса, которое в большинстве случаев не имеет точного решения. Но в то же время известны его различные приближения. Так, диффузионное приближение предполагает, что рассеяние происходит равномерно во всех направлениях. Приближение первого порядка теории многократного рассеяния применимо для разреженных сред. Малоугловое приближение справедливо, если характерные размеры рассеивателей (частиц) существенно больше длины волны излучения. Гибридный метод является комбинацией малоуглового и диффузионного методов.

Все перечисленные приближения теории переноса не подходят для описания рассеяния ТГц-излучения в тканях одежды, поэтому в данном случае необходимо использовать строгую теорию или численные методы поиска характеристик рассеяния.

Для математического моделирования процесса рассеяния ТГц-излучения в тканях одежды воспользуемся комбинацией двух численных методов вычислительной электродинамики: конечно-разностным методом решения уравнений Максвелла и методом вычисления дифракционного интеграла Рэлея—Зоммерфельда. Несмотря на длительность расчетов, данные методы целесообразно использовать для описания исследуемого процесса взаимодействия излучения с объектом, поскольку при этом не накладываются никакие ограничения на структуру и свойства последнего объекта.

При проведении исследований с помощью этих методов необходимо провести их верификацию путем исследования рассеяния электромагнитного излучения на диэлектрическом цилиндре, в ходе вычислительного эксперимента определить характеристики рассеяния цилиндра и сравнить их с результатами, полученными в явном виде.

На основании результатов экспериментальных исследований реальных образцов тканей следует разработать их математические модели, провести вычислительный эксперимент по исследованию процесса рассеяния излучения на полученных моделях и определить ДСР, ПСР и ИР.

В ходе экспериментального исследования образцов одежды на ТГц-спектрометре необходимо определить спектральные коэффициенты пропускания образцов и сравнить результаты математического

моделирования с результатами спектральных исследований в предельном случае.

Затем следует установить возможность дальнейшего использования предложенной математической модели ткани и методики исследования рассеяния для определения характеристик рассеяния различных видов одежды и упаковочных материалов.

Теоретическое исследование характеристик рассеяния тканей. Рассмотрим структуру ткани и получим ее модель для проведения численных экспериментов. В большинстве случаев одежда состоит из упорядоченных переплетенных волокон — нитей. Нити можно представить в виде диэлектрических цилиндров, бесконечно длинных по сравнению с размерами пятна подсвета и диаметром цилиндра. Для упрощения пренебрежем переплетениями нитей, представляя ткань в виде системы слоев параллельных цилиндров, расположенных в пределах каждого слоя периодически (рис. 1).

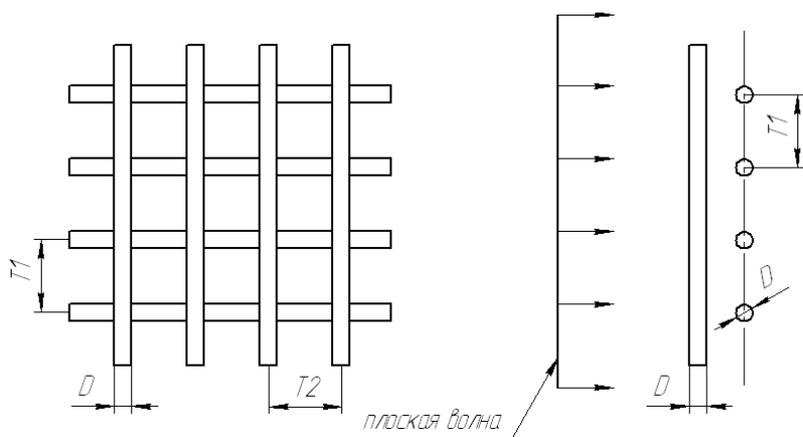


Рис. 1. Модель ткани на основе бесконечно длинных цилиндров

Основными характеристиками модели являются диэлектрическая проницаемость ε материала цилиндров и относительные геометрические размеры структуры:

$$T_\lambda = T / \lambda; \rho = R / \lambda; R = D / 2, \quad (1)$$

где T_λ — отношение периода расположения цилиндров к длине волны падающего излучения; ρ — дифракционный параметр цилиндра; T, D — период расположения и диаметр цилиндров.

Полагая, что рассеяние ТГц-излучения происходит независимо в двух ортогональных направлениях, а параметры одного слоя остаются неизменными вдоль одной из осей пространства, исследуем каждый слой модели отдельно, а характеристики рассеяния представим как суперпозицию характеристик отдельных слоев (рис. 2). Такой

способ ориентации структуры позволяет перейти к двумерному случаю моделирования.

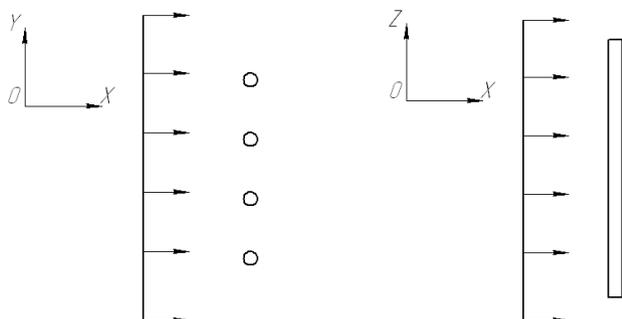


Рис. 2. Модель одного слоя ткани — система периодических бесконечно длинных цилиндров

В данной работе исследовали следующие образцы тканей: нейлон, джинсовую ткань, хлопок (рис. 3).

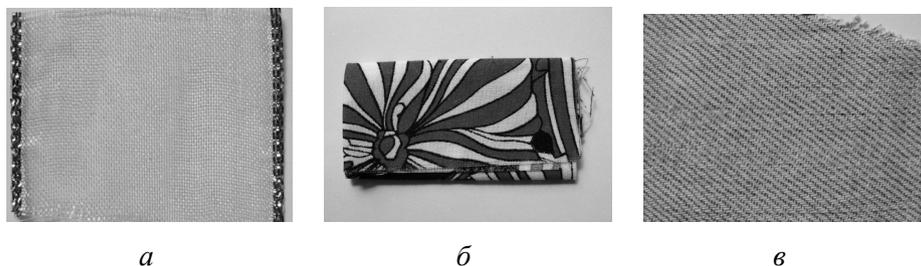


Рис. 3. Исследуемые образцы тканей: нейлон (а), хлопок (б), джинсовая ткань (в)

Оптические и геометрические характеристики образцов приведены в таблице. Геометрические размеры диаметра и периода нитей измеряли с помощью микроскопа. Оптические характеристики тканей определены на ТГц-спектрометре, диэлектрическую проницаемость материала образцов вычисляли расчетным путем.

Характеристики образцов ткани

Материал	Относительная диэлектрическая проницаемость	Диаметр нити, мкм	Период расположения нитей, мкм
Нейлон	1,2	190	350
Хлопок	1,4	200	250; 375
Джинсовая ткань	1,5	320	550

На основе данных таблицы сформированы модели соответствующих образцов.

Для описания процесса рассеяния использовали алгоритм численного решения уравнений Максвелла методом конечных разностей [6]. Следует учитывать, что применение FDTD-метода (метод конечных разностей) для расчета поля в дальней зоне и, следовательно, определение ДСР и ИР нецелесообразно, так как затраты машинного времени при этом будут существенными, а погрешности при моделировании распространения волны на большие расстояния при очень малом шаге дискретизации пространственных и временных координат значительными.

Запишем уравнения Максвелла в разностной форме:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= -\frac{1}{\mu} [\nabla \times \vec{E}] - \frac{1}{\mu} (\vec{M}_{source} + \sigma^* \vec{H}), \\ \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} [\nabla \times \vec{H}] - \frac{1}{\varepsilon} (\vec{J}_{source} + \sigma \vec{E}),\end{aligned}\quad (2)$$

где \vec{H} — вектор напряженности магнитного поля; ε, μ — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; \vec{E} — вектор напряженности электрического поля; \vec{M}_{source} — вектор эквивалентной плотности магнитного тока; σ — электрическая проводимость среды; \vec{J}_{source} — вектор плотности электрического тока; σ^* — эквивалентные магнитные потери.

Пусть на среду падает плоская электромагнитная волна с ТЕМ-поляризацией:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z \neq 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{H} = \begin{pmatrix} H_x \neq 0 \\ H_y = 0 \\ H_z = 0 \end{pmatrix}.\quad (3)$$

Поскольку структура и свойства объекта неизменны в направлении оси OZ (см. рис. 2), а рассматриваемые среды являются линейными, рассеянное на объекте излучение будет ТМ-поляризованным:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z \neq 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{H} = \begin{pmatrix} H_x \neq 0 \\ H_y \neq 0 \\ H_z = 0 \end{pmatrix}.\quad (4)$$

Используя двумерность принятой модели, задачу моделирования взаимодействия электромагнитной волны с объектом можно решать в сечении трехмерного пространства $z = z'$, сократив тем самым объем и продолжительность требуемых вычислений.

Расчетная область дискретизируется в соответствии с алгоритмом Yee [6]. Шаг пространственной дискретизации выбирается из условия обеспечения корректности моделирования:

$$\Delta x = \Delta y \leq \frac{\lambda_{\min}}{20}, \quad (5)$$

где λ_{\min} — минимальная длина волны падающего излучения. В случае монохроматического излучения $\lambda_{\min} = \lambda$.

Дискретизация по времени определяется в соответствии с условием устойчивости Куранта—Фридрихса—Леви:

$$\Delta t \leq \frac{1}{c\sqrt{(1/\Delta x)^2 + (1/\Delta y)^2}} = \frac{\Delta x}{c\sqrt{2}}. \quad (6)$$

На границах расчетной области вводятся граничные поглотители, которые предотвращают нефизическое отражение электромагнитного поля, выходящего из расчетной области обратно в моделируемое пространство. В работе используются поглотители Мура второго рода [7].

Для введения поля в расчетную область воспользуемся методом полного и рассеянного полей (Total Field/Scattered Field (TF/SF)) [5]. В соответствии с ним в расчетной области выделяется замкнутый контур TF/SF, охватывающий рассеивающую среду (рис. 4).

Внутри контура TF/SF существуют как падающее, так и рассеянное поля:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{total} &= \vec{E}_{inc} + \vec{E}_{scat}; \\ \vec{H}_{total} &= \vec{H}_{inc} + \vec{H}_{scat}, \end{aligned} \quad (7)$$

где \vec{E}_{total} , \vec{H}_{total} — полное поле; \vec{E}_{inc} , \vec{H}_{inc} — падающее поле; \vec{E}_{scat} , \vec{H}_{scat} — рассеянное поле. Вне контура TF/SF присутствует только рассеянное поле.

Расчет полей осуществляется в двух модельных областях пространства: пустой и содержащей рассеивающую среду. В первой области задается источник электромагнитного поля, причем плоская волна вводится с помощью метода мягкого источника [7]. Электромагнитная волна из вспомогательной области вводится через границу контура TF/SF во вторую область. Рассчитывается полное поле после дифракции волны на структуре. Параллельно с вычислением полного поля моделируется распространение плоской волны в пустой расчетной области. На границе контура TF/SF осуществляется вычитание

падающего поля (поля пустой расчетной области) из полного поля, после чего вне контура TF/SF присутствует только расчетное поле.

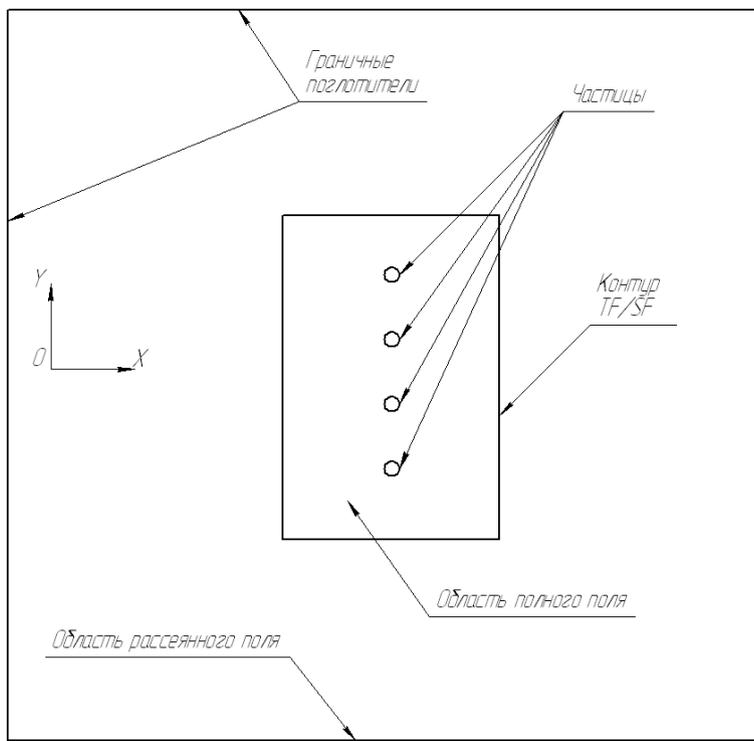


Рис. 4. К методу полного и рассеянного полей

В результате численного моделирования взаимодействия электромагнитной волны со слоем ткани определим зависимость векторов напряженностей электрического $\vec{E}(t)$ и магнитного $\vec{H}(t)$ полей для каждой точки расчетной области. От временных зависимостей с помощью алгоритма фурье-преобразования перейдем к комплексным амплитудам электрического $\vec{E}(\omega)$ и магнитного $\vec{H}(\omega)$ полей.

Поскольку для расчета поля в дальней зоне FDTD-метод применять нецелесообразно, для получения характеристик рассеяния воспользуемся дифракционным интегралом Рэлея—Зоммерфельда для ТМ-поляризации:

$$\tilde{E}_z(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{C_a} \left[\frac{\partial \tilde{E}_z(\vec{r}')}{\partial \hat{n}_{C_a}} G(\vec{r}, \vec{r}') - \tilde{E}_z(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial \hat{n}_{C_a}} \right] dC, \quad (8)$$

где \vec{r} — радиус-вектор, соединяющий центр частицы (либо системы частиц) и точку анализа поля в дальней зоне; C_a — контур интегри-

рования; \vec{r}' — радиус-вектор, соединяющий центр частицы (либо системы частиц) и точку на контуре интегрирования; \hat{n}_{Ca} — единичный вектор — нормаль контура; $G(\vec{r}, \vec{r}')$ — функция Грина цилиндрической волны [8]. При этом

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{j}{4} H_0^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|), \quad (9)$$

где $H_0^{(2)}(x)$ — функция Ханкеля 2-го рода нулевого порядка.

При $|\vec{r} - \vec{r}'| \rightarrow \infty$ (9) принимает вид

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{j^{\frac{3}{2}} e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}'|}}{\sqrt{8\pi k} |\vec{r} - \vec{r}'|^{\frac{1}{2}}}. \quad (10)$$

Вычисляя (8) с учетом (10) в цилиндрической системе координат, получаем интенсивность электрического поля $|\tilde{E}_z(\varphi)|^2$ на цилиндре радиусом r .

Далее определим ДСР [9]:

$$\sigma(\varphi) = \lim_{r \rightarrow \infty} 2\pi r \frac{|\tilde{E}_z(\varphi)|^2}{|\tilde{E}_z^{inc}|^2}, \quad (11)$$

где r — расстояние от начала координат до точки анализа в дальней зоне; \tilde{E}_z^{inc} — комплексная амплитуда падающего поля.

Полное сечение рассеяния можно определить интегрированием ДСР в пределах угла 2π [10]:

$$\sigma_p = \int_0^{2\pi} \sigma(\varphi) d\varphi. \quad (12)$$

ИР частицы связана с ДСР и ПСР следующей зависимостью [10]:

$$\chi(\varphi) = \frac{\sigma(\varphi)}{\sigma_p}. \quad (13)$$

Для верификации алгоритма производился расчет ДСР цилиндрической частицы [11]. Результаты расчета приведены на рис. 5.

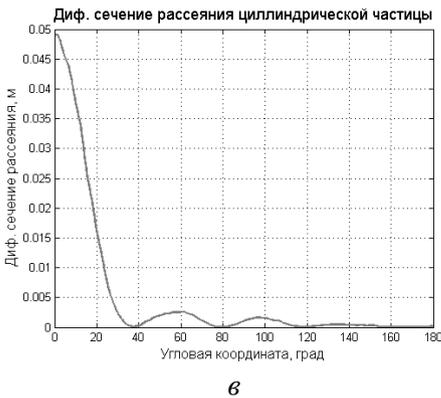
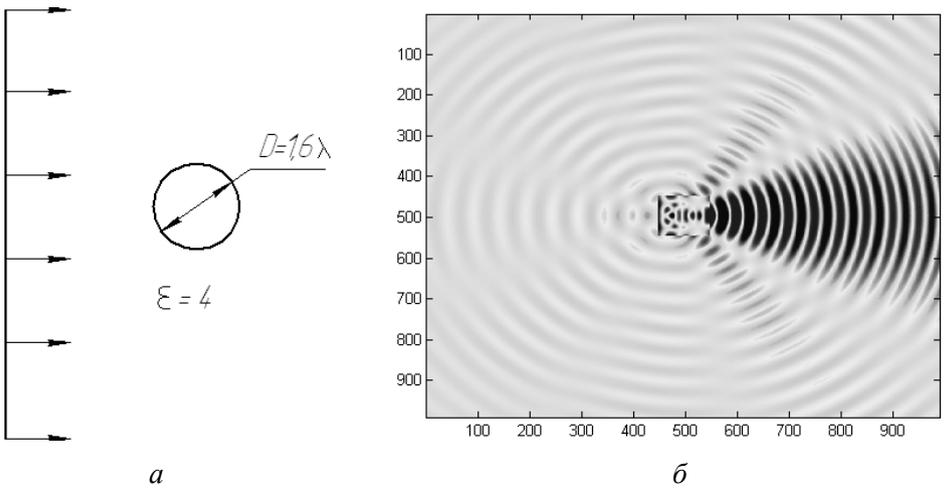
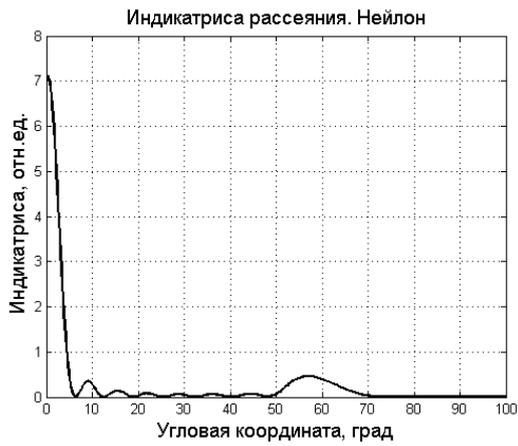


Рис. 5. Результаты верификации алгоритма определения характеристик рассеяния для одиночной цилиндрической частицы с параметрами $D = 1,6 \lambda = 160$ отн. ед. ($\lambda = 100$ отн. ед.), $\varepsilon = 4$:

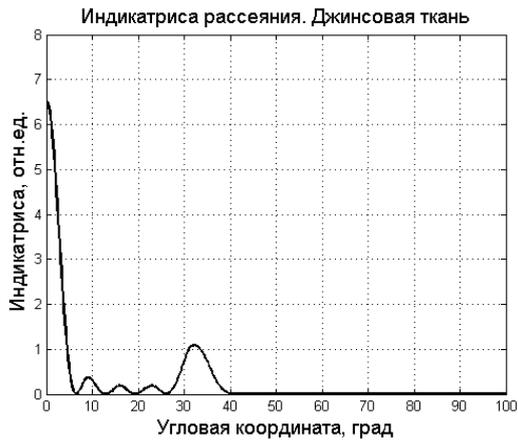
a — исходные характеристики частицы; *б* — вид дифракционной картины; *в*, *г* — ДСР, полученные соответственно численным методом и аналитически по известным выражениям [10]

Анализ результатов показал, что положения нулей графиков (рис. 5, *в*, *г*) отличаются менее чем на 1 %, а различия амплитуд второго и третьего максимумов составляют 1...2 %. Следовательно, данный метод можно использовать для расчета характеристик рассеяния.

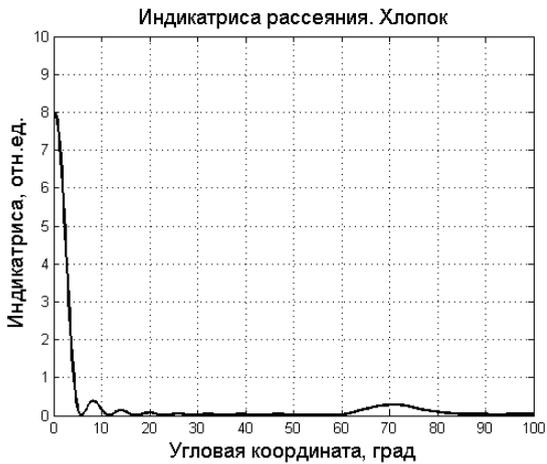
После верификации алгоритма проводились вычисления сечения и ИР рассматриваемых образцов (см. рис. 3). Моделировалось взаимодействие излучения с одним слоем цилиндров в соответствии с принятыми ранее допущениями. Для трех типов исследуемых тканей ИР приведены на рис. 6.



a



б



в

Рис. 6. Индикатриса рассеяния (частота 1 ТГц) нейлона (а), джинсовой ткани (б) и хлопка (в)

Экспериментальное исследование образцов и получение коэффициента пропускания излучения. Для оценки эффективности разработанного метода необходимо сравнить результаты численного моделирования и эксперимента. Для этого были получены коэффициенты пропускания излучения тканями.

Исходные образцы трех типов тканей (см. рис. 3) исследовались на ТГц-спектрометре с временным разрешением фирмы zOmega. Эксперимент проводился в два этапа. На первом этапе регистрировался сигнал, прошедший через пустую кювету с известными характеристиками, на втором этапе — сигнал, прошедший через кювету, содержащую исследуемый образец.

В результате обработки двух сигналов получен спектральный коэффициент пропускания образцом ткани по интенсивности излучения:

$$T(f) = \frac{|E(f)|^2}{|E_0(f)|^2}, \quad (14)$$

где $E(f)$ — амплитуда прошедшего через образец поля; $E_0(f)$ — амплитуда падающего поля.

Зарегистрированный коэффициент пропускания $T(f)$ образца искажен периодической модуляцией, возникающей вследствие интерференции излучения в плоскопараллельных пластинах кюветы. На рис. 7 приведены усредненные значения коэффициента пропускания.

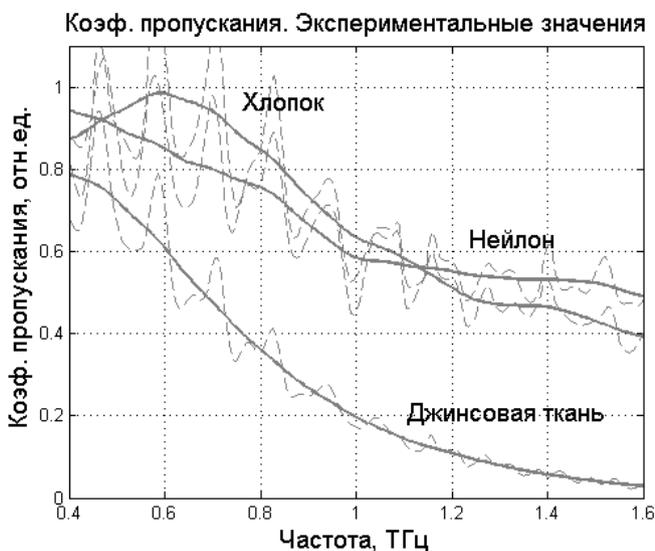


Рис. 7. Спектральный коэффициент пропускания исследуемыми образцами ткани по интенсивности излучения

Также коэффициенты пропускания излучения образцами определялись из результатов численного моделирования. Для этого была проинтегрирована индикатриса рассеяния каждого слоя, полученная ранее, в пределах приемного угла φ_{sp} спектрометра:

$$I_{sample}^{\lambda} = \int_0^{\varphi_{sp}} \chi_{sp}(\varphi) d\varphi. \quad (15)$$

Поскольку принимали, что ткань состоит из двух параллельных слоев цилиндров, ориентированных взаимно перпендикулярно, коэффициент пропускания излучения представляет собой произведение:

$$T_{\lambda} = I_{sample,x}^{\lambda} I_{sample,y}^{\lambda}, \quad (16)$$

где $I_{sample,i}^{\lambda}$ — интеграл (15) для i -ориентированного слоя цилиндров, составляющего объект.

На рис. 8 приведены коэффициентов пропускания излучения для трех видов исследуемых тканей, полученные экспериментально и численными методами.

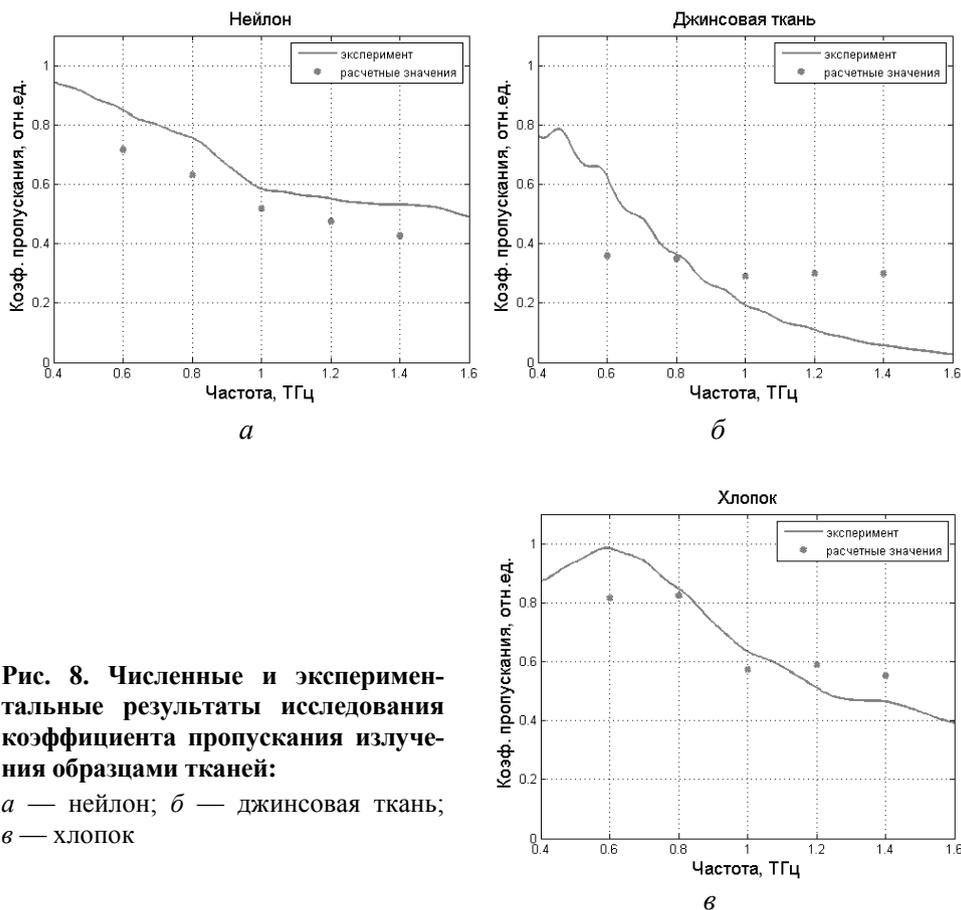


Рис. 8. Численные и экспериментальные результаты исследования коэффициента пропускания излучения образцами тканей:

a — нейлон; *б* — джинсовая ткань; *в* — хлопок

Обсуждение результатов. Проведем сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных исследований. На рис. 8, а, в видно, что для образцов нейлона и хлопка коэффициент пропускания излучения, полученный с помощью разработанного метода, близок к результатам экспериментальных исследований. Отличия обусловлены тем, что реальные образцы состоят из нитей, которые не являются идеальными цилиндрами, и полотно ткани представляет собой не строго периодическую структуру; также имеет значение переплетение нитей.

Для джинсовой ткани (см. рис. 8, б) результаты моделирования и эксперимента сильно расходятся между собой. Различия связаны с тем, что образец этого типа ткани состоит из трех слоев, причем для одного из них ось цилиндров расположена под углом к двум другим. Это приводит к взаимовлиянию дифрагировавшего на соседних слоях излучения. В данном методе этот факт не учитывается, что и приводит к ошибке. В более общем случае нельзя пренебрегать взаимодействием дифрагировавших волн и рассматривать для таких структур только один слой цилиндров. Следует модифицировать и дополнить исходную модель такой ткани, а также проводить трехмерное моделирование рассеяния.

Выводы. В работе приведены основные положения метода определения характеристик рассеяния излучения в ТГц-диапазоне различными тканями, разработанного в НОЦ «Фотоника и ИК-техника» при МГТУ им. Н.Э. Баумана. Результаты тестирования метода путем вычисления характеристик рассеяния излучения одиночным цилиндром подтвердили возможность использования алгоритма расчета коэффициента пропускания излучения образцами ткани.

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования рассмотренных структур показали, что разработанный метод определения характеристик рассеяния может эффективно использоваться для анализа пропускающей способности большинства тканей. Однако для достижения универсальности требуется введение уточнений, в частности обобщения на трехмерный случай моделирования.

Преимущество данного метода заключается в том, что он может быть использован для исследования рассеяния на сложных структурах с плотной упаковкой частиц, для которых не существует аналитического решения задачи описания рассеяния. При проведении дальнейших исследований необходимо усовершенствовать алгоритм и модель рассеивающей среды, что позволит применять метод для других объектов исследования.

Работа выполнена в рамках государственного контракта с Минобрнауки России № 07.524.11.4016.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kemp M. C. Optics and Photonics for Counter-Terrorism and Crime Fighting. II. Millimetre Wave and Terahertz Technology for the Detection of Concealed Threats // Proc. of SPIE. Vol. 6402 64020D, (2006).
2. Hoshina H., Sasaki Y., Hayashi A., Otani C., Kawase K. Non-invasive mail inspection system with terahertz radiation // Applied Spectroscopy. 2009. Vol. 63. No. 1. P. 81–86.
3. Shen X., Dietlein C. R., Grossman E., Popovic Z., Meyer F. G. Detection and segmentation of concealed objects in terahertz images // IEEE Transactions on Image Processing. 2008. Vol. 17. No. 12. P. 2465–2475.
4. Gatesman A. J., Danylov A., Goyette T. M. et al. Terahertz Behavior of Optical Components and Common Materials // Proc. of the SPIE. 2006. Vol. 6212. P. 62120E.
5. Dickinson J. C., Goyette T. M., Gatesman A. J. Terahertz Imaging of Subjects With Concealed Weapons // Proc. of the SPIE. 2006. Vol. 6212. P. 62120Q.
6. Taflove A., Hagness S. C., Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. Boston: Artech House, 2000.
7. Schneider J. B. / Understanding the Finite-Difference Time-Domain Method. Online book. 2012 URL <http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdttd>
8. Hao Y., Mittra R. FDTD Modeling of Metamaterials. Theory and Applications. Boston: Artech House, 2009. 379 p.
9. Umashankar K., Taflove A. A Novel Method to Analyse Electromagnetic Scattering of Complex Objects // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. 1982. Vol. EMC-24. No. 4. P. 397–405.
10. Исмару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах: пер. с англ. Т. 1. М.: Мир, 1981. 280 с.
11. Алехнович В. И., Зайцев К. И., Карасик В. Е., Фокина И. Н. Математическое моделирование процесса рассеяния электромагнитного излучения на проводящих диэлектрических телах сложной формы // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012.

Статья поступила в редакцию 28.09.2012.