

В. Н. Наумов, К. Ю. Машков,
Г. О. Котиев, Д. А. Чижев,
В. А. Горелов

МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ РОБОТИЗИРОВАННЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ ПО ДЕФОРМИРУЕМОМУ ГРУНТУ

Приведена математическая модель, описывающая совместную динамику корпуса машины, ходовой части, включая систему поддрессования и деформируемую шину, при прямолинейном движении колесной многоосной машины по деформируемому грунту с учетом колееобразования, цикличности нагружения грунта колесом, радиальной деформации, жесткости и демпфирования шин, а также колебательных процессов, характерных для неустановившихся режимов движения.

E-mail: tankist_83@mail.ru

Ключевые слова: буксование, энергетическая и сцепная характеристика, динамика, опорная проходимость.

Проблема обеспечения опорной и профильной проходимости роботизированных транспортных средств (РТС) в настоящее время очень актуальна. Создано достаточно много различных систем автоматического управления в целях повышения плавности хода, и подобные системы успешно применяются в транспортной технике как на опытных, так и на серийных образцах.

Если сегодня вопросы профильной проходимости находят свое решение, то проблемы, связанные с созданием систем автоматического управления для обеспечения опорной проходимости автоматических РТС, практически остаются нерешенными.

Поэтому на первый план выходит задача создания системы автоматического управления системами РТС, целью которой является повышение опорной проходимости.

Решение поставленной задачи следует начинать с создания методов математического моделирования динамики транспортного средства, адекватно отражающих реальную картину взаимодействия, характерную для системы местность–машина.

Вопросам взаимодействия эластичного колесного движителя и деформируемого опорного основания посвящено достаточно много работ как отечественных, так и зарубежных авторов. Прежде всего эти работы направлены на описание процесса взаимодействия колеса с грунтом как функции конструктивных параметров движителя и физико-механических свойств опорного основания.

Однако, когда движитель уже создан и необходимо исследовать его возможности в составе колесной машины, например, в случае оценки средней скорости движения на заданном маршруте, в целях решения задачи о рациональном распределении мощности по колесам, для оценки нагруженности элементов трансмиссии представляется целесообразным использовать характеристики тягово-сцепных свойств и потерь энергии для различных условий взаимодействия колеса с опорным основанием, полученные при экспериментальных исследованиях в грунтовом канале или на полигоне.

Характеристиками процесса прямолинейного качения колеса в разных случаях движения являются удельные потери энергии f_w (потери энергии при качении на единицу пройденного колесом пути при единичной вертикальной нагрузке), удельная свободная тяга φ (продольная сила, приложенная к оси катящегося колеса, при единичной вертикальной нагрузке на его ось), коэффициент буксования [1–3] $S_0 = \frac{\omega_k r_{ko} - V_{xk}}{\omega_k r_k}$, где ω_k — угловая скорость вращения колеса; r_{ko} — радиус колеса в свободном режиме; r_k — радиус качения колеса; V_{xk} — скорость центра масс колеса в продольном направлении.

Результаты испытаний представляются в виде тягово-энергетических $f_w = f(\varphi)$ и тягово-сцепных характеристик $\varphi = f(S_0)$.

Методика проведения экспериментальных исследований в целях получения представленных характеристик опирается на уравнение энергетического баланса, суть которого заключается в том, что подводимая энергия к равномерно катящемуся колесу расходуется на совершение работы продольной силой и на потери при взаимодействии с опорным основанием:

$$M_k \omega_k = P_x V_{xk} + f_w P_z V_{xk}, \quad (1)$$

где M_k — крутящий момент, подводимый к колесу; P_x — продольная сила, действующая на ось колеса; P_z — вертикальная сила, действующая на ось колеса.

Тогда выражение для определения удельных энергетических потерь с учетом, что $\varphi = \frac{P_x}{P_z}$, примет вид

$$f_w = \frac{M_k}{P_z} \frac{\omega_k}{V_{xk}} - \frac{P_x}{P_z} = \frac{M_k}{P_z} \frac{\omega_k}{V_{xk}} - \varphi. \quad (2)$$

Параметры, входящие в правую часть уравнения (1), определяются в процессе эксперимента.

Экспериментальные исследования должны проводиться на разных скоростных режимах (для учета реологии опорного основания), при различном числе проходов колеса по колее и разных режимах качения (свободном, ведомом, ведущем, тормозном). Таким образом,

для совокупности дорожных условий могут быть получены тягово-энергетические $f_w = f(\varphi)$ и тягово-сцепные $\varphi = f(S_6)$ характеристики.

Итак, теоретический подход предполагает использование непосредственных экспериментальных характеристик качения и квазистатического взаимодействия колеса с деформируемым грунтом, а именно:

- тягово-сцепных характеристик (удельной силы тяги);
- тягово-энергетических характеристик (удельных потерь энергии).

Достоинство предлагаемого теоретического подхода, положенного в основу моделирования динамики прямолинейного движения многоосной полноприводной машины по деформируемому грунту, заключается в том, что в модели отсутствует формализация грунтового основания по какой-либо известной эмпирической теории, полное определение которой требует довольно большого набора экспериментальных данных, получаемых, как правило, из штамповых испытаний. Кроме того, подобная формализация не всегда дает высокую сходимость результатов расчетов и натурных экспериментов.

В общем случае уравнения динамики прямолинейного движения РТС (рис. 1) выглядят следующим образом [4]:

$$\begin{aligned} m_c \dot{V}_{xc} &= 2 \sum_{i=1}^n P_{xi} - (m_c g \sin(\alpha + \vartheta) + P_{кр}); \\ J_{ki} \dot{\omega}_{ki} &= M_{ki} - (1 - S_{\delta i})(f_{wi} + \varphi_i) r_{ко} R_{zi}; \\ m_{ki} \dot{V}_{xki} &= \varphi_i R_{zi} - P_{xi} - m_{ki} g \sin(\alpha + \vartheta), \end{aligned} \quad (3)$$

где $n = k = 3$ – число колес и амортизаторов по борту соответственно; m_c – масса РТС; m_{ki} – масса деталей подвески, приведенная к оси i -го колеса; J_{ki} – момент инерции колеса; i – номер колеса; $\dot{\omega}_{ki}$ – угловое ускорение i -го колеса; \dot{V}_{xki} – продольное ускорение центра масс i -го колеса; g – ускорение свободного падения; α – угол наклона профиля опорной поверхности; ϑ – угол наклона корпуса относительно опорной поверхности; M_{ki} – крутящий момент, реализуемый на соответствующей оси РТС.

Сила, действующая на корпус РТС со стороны колеса по оси x ,

$$P_{xi} = (X_{ki} - L_{ki}) C_{xпр} + (V_{xki} - V_{xc}) B_{xпр}, \quad (4)$$

где $C_{xпр}$ – коэффициент жесткости подвески в продольном направлении; $B_{xпр}$ – коэффициент демпфирования в подвеске в продольном направлении; X_{ki} – расстояние от центра масс до оси колеса по оси x ; L_{ki} – расстояние от центра масс до точки крепления подвески по оси x ; V_{xc} – скорость центра масс РТС; V_{xki} – скорость центра масс колеса.

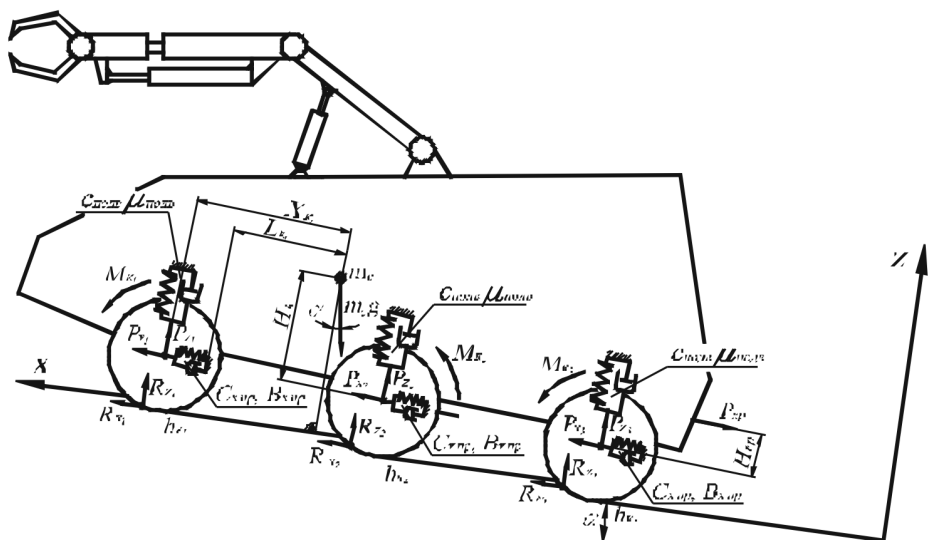


Рис. 1. Расчетная схема динамики прямолинейного движения РТС

Теперь рассмотрим процесс движения РТС по деформируемому грунту более детально.

Процесс взаимодействия колесной машины с неровной грунтовой поверхностью осложняется взаимообусловленным влиянием, с одной стороны, колебаний машины на деформацию грунта (глубину колеи), с другой — деформации грунта на колебательные процессы машины.

В процессе неустановившегося движения РТС по деформируемому грунту, вследствие непостоянной силы тяги, изменения дорожных условий, изменения типа грунта возникают колебания корпуса, которые, в свою очередь, вызывают перераспределение вертикальных реакций на колесах.

Изменение вертикальных реакций приводит к изменению режима качения колеса и глубины колеи, вследствие чего происходит изменение удельной силы тяги и удельных затрат энергии.

Изменение реакций рессор (вертикальных реакций), вызванное отклонением корпуса от статического положения в процессе колебаний, определяется упругими силами P_{yi} и демпфирующими силами P_{di} , возникающими в упругодемпфирующем элементе системы поддрессоривания, эластичной шине и грунте.

При движении многоосной колесной машины по деформируемому грунту образуется колея, размер которой зависит от числа проходов колеса и машины, вертикальной нагрузки на колесо, режима качения (степени буксования) и времени взаимодействия с грунтом (скорости движения).

Следует отметить, что с увеличением скорости движения машины глубина колеи уменьшается, это обусловлено наличием реологических, упругих и демпфирующих свойств грунтового основания.

Вертикальное ускорение \ddot{z}_{ki} оси i -го колеса определяется дифференциальным уравнением [5]

$$\ddot{z}_{ki} m_{ki} = P_{ши} - P_{подви} - m_{ki} g, \quad (5)$$

где $P_{ши}$ — усилие в шине i -го колеса; $P_{подви}$ — усилие в подвеске i -го колеса,

Вертикальное ускорение центра масс корпуса определяется дифференциальным уравнением

$$m_c \ddot{z}_c = 2 \sum_{i=1}^n P_{подви} - m_c g. \quad (6)$$

Угловое ускорение корпуса определяется дифференциальным уравнением [5]

$$J_y \ddot{\vartheta} = 2 \sum_{i=1}^n P_{подви} X_{ki} + \left(m_c \dot{V}_{xc} H_c + P_{кр} H_{кр} + \sum_{i=1}^n M_{ki} \right), \quad (7)$$

где J_y — момент инерции корпуса относительно поперечной оси, проходящей через центр масс корпуса; H_c — высота центра масс; $H_{кр}$ — высота приложения силы тяги на крюке $P_{кр}$.

Следует отметить, что слагаемое $\left(m_c \dot{V}_{xc} H_c + P_{кр} H_{кр} + \sum_{i=1}^n M_{ki} \right)$ является источником возмущающего воздействия, вследствие которого могут возникать колебания.

Сила в подвеске колеса равна сумме сил в упругом и демпфирующем элементах, которые определяются по соответствующим характеристикам элементов системы поддрессоривания в соответствии с ходом и скоростью хода колеса [5]:

$$P_{подви} = P_{ди} + P_{yi}, \quad P_{yi} = P_y(h_i), \quad P_{ди} = P_d(\dot{h}_i), \quad (8)$$

где h_i — ход колеса относительно корпуса машины; \dot{h}_i — скорость хода колеса относительно корпуса машины.

И в самом простейшем случае получим

$$P_{yi} = c_{подви} h_i, \quad P_{ди} = \mu_{подви} \dot{h}_i, \quad (9)$$

где c_i — приведенная жесткость рессоры; μ_i — приведенный коэффициент демпфирования рессоры.

Ход колеса относительно корпуса машины определяется выражениями

$$h_i = -z_c - X_{ki} \vartheta + z_{ki} - z_{ст,ki}, \quad \dot{h}_i = -\dot{z}_c - \dot{\vartheta} X_{ki} - \dot{X}_{ki} \vartheta + \dot{z}_{ki}, \quad (10)$$

где $z_{ст,ki}$ — расстояние от центра масс до оси колеса при нулевом ходе подвески.

Силы в шинах колес определяются по величине и скорости деформации бандажа катка и включают в себя упругую и демпфирующую составляющие:

$$P_{ши} = P_{шyi} + P_{шдi}, \quad P_{шyi} = P_y(\delta r_{ki}), \quad P_{шдi} = P_d(\delta \dot{r}_{ki}); \quad (11)$$

здесь δr_{ki} — деформация шины i -го колеса, которая определяется по формуле

$$\delta r_{ki} = r_{к0} - z_{ki} + z_{гр}(x), \quad \delta \dot{r}_{ki} = -\dot{z}_{ki} + \frac{dz_{гр}(x)}{dx} V_{xki}, \quad (12)$$

где $z_{гр}(x)$ — координата грунта под колесом; $\frac{dz_{гр}(x)}{dx}$ — тангенс угла наклона профиля трассы относительно горизонтали; V_{xki} — горизонтальная скорость движения i -го колеса.

И в самом простейшем случае получим

$$P_{шyi} = c_{ши} \delta r_{ki}, \quad P_{шдi} = \mu_{ши} \delta \dot{r}_{ki}; \quad (13)$$

при отрыве колеса от грунта

$$P_{шдi} = P_{шyi} = 0, \quad (14)$$

вертикальная реакция в пятне контакта колеса с опорной поверхностью

$$R_{zi} = (P_{шyi} + P_{шдi}) \cos \alpha. \quad (15)$$

Таким образом, с учетом выражений (3)–(15), система дифференциальных уравнений, описывающих динамику продольного движения машины, выглядит следующим образом:

$$m_c \dot{V}_{xc} = 2 \sum_{i=1}^n P_{xi} - (m_c g \sin \alpha + P_{кр});$$

$$J_{ki} \dot{\omega}_{ki} = M_{ki} - (1 - S_{\delta i})(f_{wi} + \varphi_i) r_{ко} R_{zi};$$

$$m_{ki} \dot{V}_{xki} = \varphi_i R_{zi} - P_{xi} - m_{ki} g \sin \alpha;$$

$$\ddot{z}_{ki} m_{ki} = (c_{ши} \delta r_{ki} + \mu_{ши} \delta \dot{r}_{ki}) - (c_{подви} h_i + \mu_{подви} \dot{h}_i) - m_{ki} g;$$

$$m_c \ddot{z}_c = 2 \sum_{i=1}^n c_{подви} h_i + 2 \sum_{i=1}^k \mu_{подви} \dot{h}_i - m_c g;$$

$$J_y \ddot{\vartheta} = 2 \sum_{i=1}^n c_{подви} h_i X_{ki} + \sum_{i=1}^k \mu_{подви} \dot{h}_i X_{ki} + \left(m_c \dot{V}_{xc} H_c + P_{кр} H_{кр} + 2 \sum_{i=1}^n M_{ki} \right);$$

$$\begin{aligned} \delta r_{ki} &= r_{k0} - z_{ki} + z_{\text{гр}}(x); \\ \delta \dot{r}_{ki} &= -\dot{z}_{ki} + \frac{dz_{\text{гр}}(x)}{dx} V_{xki}; \\ h_i &= -z_c - X_{ki} \vartheta + z_{ki} - z_{\text{ст.}ki}; \\ \dot{h}_i &= -\dot{z}_c - \dot{\vartheta} X_{ki} - \dot{X}_{ki} \vartheta + \dot{z}_{ki}; \\ R_{zi} &= (P_{\text{шyi}} + P_{\text{шди}}) \cos \alpha; \\ P_{xi} &= (X_{ki} - L_{ki}) C_{\text{хпр}} + (V_{xki} - V_{xc}) B_{\text{хпр}}; \\ P_{zi} &= (P_{\text{подвyi}} + P_{\text{подвди}}) \cos \alpha. \end{aligned} \tag{16}$$

Поскольку в уравнениях системы имеются перекрестные связи, необходимо рассматривать только их совместное решение.

Следует отметить, что в предлагаемой математической модели отсутствует модель привода колес, т.е. необходимо задаться некоторыми связями моментов и оборотов на колесах, тем самым смоделировать трансмиссию. Данное обстоятельство позволяет расширить возможности применения предлагаемой модели.

Как известно, движение РТС высокой проходимости по несвязным грунтам характеризуется большими затратами энергии, обусловленными значительным буксованием ведущих колес. Такое буксование, связанное с экскавацией грунта и бульдозерным эффектом, приводит к значительным энергетическим затратам. При этом, как известно из многочисленных работ и, в частности, из работ В.Н. Наумова, К.Ю. Машкова, Ю.Л. Рождественского [1–3], энергетические потери значительно возрастают с увеличением коэффициента буксования, а коэффициент свободной тяги при этом растет незначительно и имеет определенное предельное значение, как показано на рис. 2.

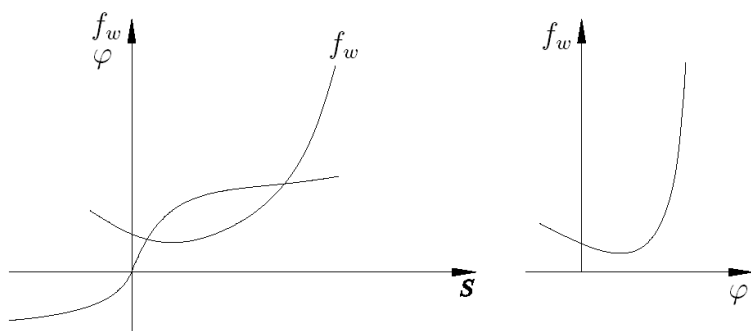


Рис. 2. Зависимости $f_w = f_w(S)$, $\varphi = \varphi(S)$ и $f_w = f_w(\varphi)$

Из рис. 2 следует, что движение возможно только с определенным ограниченным значением тяги. С ростом буксования тяга перестает увеличиваться, и вся энергия двигателя тратится на преодоление увеличивающейся силы сопротивления движению.

Заключение. Таким образом, полученная математическая модель отражает совместную динамику корпуса машины и ходовой части, включая систему поддрессоривания и деформируемую шину. В приведенной математической модели прямолинейного движения колесной многоосной машины по деформируемому грунту учтено колееобразование, цикличность нагружения грунта колесом (многопроходность), радиальная деформация, жесткость и демпфирование шин, колебательные процессы, характерные для неустановившихся режимов движения, влияние системы поддрессоривания, неподдрессоренных масс и продольной податливости направляющих элементов подвески.

На основании указанного можно заключить, что одной из задач по обеспечению опорной проходимости колесного транспортного средства является разработка системы управления подводимой к ведущим колесам мощностью в целях реализации потенциальных возможностей движителя.

Выводы. 1. Суть системы управления, направленной на повышение опорной проходимости, заключается в том, чтобы ограничить потери энергии, возникающие при буксовании.

2. Практическая реализация заключается в регулировании степени буксования и момента, подводимого к колесам. Регулирование степени буксования трудно реализовать, так как буксование – это кинематический параметр, получаемый вследствие приложения момента к колесу, находящемуся в данных внешних условиях.

3. Управление раздачей моментов по колесам, направленное на повышение опорной проходимости, является реально работоспособной системой управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Наумов В. Н. Развитие теории взаимодействия движителя с грунтом и ее реализация при повышении уровня проходимости транспортных роботов. Дисс. . . д-ра техн. наук: – М., 1993. – 410 с.
2. Рождественский Ю. Л. Анализ и прогнозирование тяговых качеств колесных движителей планетоходов: Дис. . . канд. техн. наук: – М., 1982. – 260 с.
3. Машков К. Ю. Метод оценки тягово-сцепных качеств специального транспортного средства в режиме бортового поворота на стадии проектирования: Дис. . . канд. техн. наук: – М., 1991. – 165 с.
4. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин: Учеб. для студентов машиностроительных специальностей вузов. – М.: Машиностроение, 1990. – 352 с.
5. Дмитриев А. А., Чобиток В. А., Тельминов А. В. Теория и расчет нелинейных систем поддрессоривания гусеничных машин. – М.: Машиностроение, 1976. – 207 с.

Статья поступила в редакцию 23.03.2012