УДК 629.783

Б. М. Пахомов, К. В. Садовсков

УЧЕТ ВЗАИМНОЙ ЗАТЕНЕННОСТИ СТЕРЖНЕЙ ПРИ РАСЧЕТЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО СОСТОЯНИЯ КРУПНОГАБАРИТНОГО ТРАНСФОРМИРУЕМОГО РЕФЛЕКТОРА

Предложен эффективный метод учета затенения стержней раскрываемого рефлектора, находящегося в космосе. Основанный на простых геометрических представлениях, метод позволяет автоматизировать процесс определения температурного состояния стержней, включая их взаимную затененность.

E-mail: pahomovb@sm.bmstu.ru

Ключевые слова: *рефлектор, температурное состояние, стержни, взаимная затененность.*

Расчетам теплообмена тел, находящихся в космическом пространстве, посвящено большое число работ (см., например, [1, 2]) Все многообразие случаев, определяющих температурное состояние таких элементов конструкции, как крупногабаритные трансформируемые антенны, обычно можно представить как набор конечного числа расчетных схем, в каждой из которых фиксируются интенсивность источников теплового излучения и их ориентация относительно рефлектора. Сам рефлектор в развернутом состоянии представляется в виде совокупности цилиндрических стержней, связанных между собой. При этом необходимо учитывать расположение стержней как относительно источников излучения, так и относительно друг друга. В некоторых случаях плотность тени, падающей на периферийные стержни от стержней, расположенных ближе к источнику излучения, может быть значительной. Поэтому в расчет температурного состояния необходимо включать процедуру определения влияния затененности элементов конструкции рефлектора.

В настоящей работе рассматриваем только вопрос о влиянии взаимной затененности стержней на их температурное состояние. Поэтому не учитываем другие факторы, определяющие нагрев элементов конструкции рефлектора. Чтобы ограничиться рассмотрением только данного вопроса, принимаем следующие допущения:

— рассматриваем стационарную задачу, т.е. во всех расчетных случаях определяем мгновенные равновесные температуры;

— при расчете рефлектора не учитываем взаимное облучение стержней и влияние излучения космического аппарата на стержни;

— считаем, что тепловые лучи распространяются параллельно, т.е. источник излучения располагается бесконечно далеко от рефлектора;

— не учитываем влияние сетеполотна и элементов конструкций системы раскрытия на температурное состояние стержней рефлектора;

— считаем, что рефлектор состоит только из стержней; не учитываем участие в теплообмене соединительных элементов;

— для простоты диаметры всех стержней принимаем равными.

Алгоритм программы расчета температурного состояния рефлектора в развернутом виде. Для каждой расчетной схемы, т.е. для каждого случая взаимного расположения рефлектора и конкретного источника излучения вводим свою систему координат. При этом ось Z направляем на источник излучения. Ось X во всех случаях направляем вдоль, а ось Y — поперек длинной стороны рефлектора. Начало координат для определенности всегда устанавливаем в какой-либо точке, связанной с конструкцией рефлектора и удобной для вычислений. Затем с помощью известных соотношений, связывающих координаты точек в двух разных декартовых системах, определяем координаты всех узлов в новой системе координат (СК), ось Z которой должна быть направлена параллельно данному излучению. При этом формулы преобразования имеют вид

$$
\begin{aligned}
x &= t_{11}\left(\overline{x} - x_0\right) + t_{21}\left(\overline{y} - y_0\right) + t_{31}\left(\overline{z} - z_0\right);\\
y &= t_{12}\left(\overline{x} - x_0\right) + t_{22}\left(\overline{y} - y_0\right) + t_{32}\left(\overline{z} - z_0\right);\\
z &= t_{13}\left(\overline{x} - x_0\right) + t_{23}\left(\overline{y} - y_0\right) + t_{33}\left(\overline{z} - z_0\right),
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где $\overline{x},\ \overline{y},\ \overline{z}$ и $x,\ y,\ z$ — координаты точки в старой и новой СК; $x_0,\ y_0,\ z_0$ — координаты начала новой СК в старой; $t_{ij}\ \ (i,\ j = 1,\ 2,\ 3)$ — направляющие косинусы (НК), причем

$t_{11},\ t_{21},\ t_{31}$ — НК оси X в старой СК;

$t_{12},\ t_{22},\ t_{32}$ — НК оси Y в старой СК;

$t_{13},\ t_{23},\ t_{33}$ — НК оси Z в старой СК.

Для каждой расчетной схемы один раз определяем t_{ij}. Далее находим координаты узлов каждого стержня в новой системе: $x_i^{(m)}$, $y_i^{(m)}$, $z_i^{(m)}$ (i — номер стержня; $m = 1, 2$ — номер узла). Для каждого стержня определяем φ_i — угол между его осью и осью Z, а также значения $\sin\varphi_i$ и площадь тени стержня $F_{\text{т}_i}$, т.е. площадь проекции его на плоскость XOY

$$F_{\text{т}_i} = F_i\,|\sin\varphi_i|, \qquad (2)$$

где $F_i = l_i d$ (l_i, d — длина и диаметр стержня),

$$l_i = \left[\left(x_i^{(1)} - x_i^{(2)}\right)^2 + \left(y_i^{(1)} - y_i^{(2)}\right)^2 + \left(z_i^{(1)} - z_i^{(2)}\right)^2\right]^{1/2};$$

$$|\sin\varphi_i| = \frac{1}{l_i}\left[\left(x_i^{(1)} - x_i^{(2)}\right)^2 + \left(y_i^{(1)} - y_i^{(2)}\right)^2\right]^{1/2}.$$

При определении $F_{\text{т}_i}$ по формуле (2) допускаем незначительную погрешность, которой пренебрегаем (например, при $\varphi_i = 0$ площадь тени согласно формуле (2) должна равняться нулю, в то время как на самом деле она будет равна $\pi d^2/4$). При известном значении q_i удельного лучистого теплового потока, падающего на i-й стержень, можно записать уравнение теплового баланса в виде

$$Aq_iF_{\text{т}_i} = \varepsilon\sigma_0 T_i^4 F_{\text{п}_i}, \tag{3}$$

где $F_{\text{п}_i} = \pi d l_i$ — площадь поверхности стержня; σ_0 — постоянная Стефана–Больцмана. Из формул (1) и (3) получаем выражение для определения мгновенной равновесной температуры:

$$T_i = \sqrt[4]{\frac{A|\sin\varphi_i|}{\pi\varepsilon\sigma_0} q_i}. \tag{4}$$

Здесь интегральную поглощательную способность A и степень черноты поверхности стержня ε считаем одинаковыми для всех стержней и не зависящими от угла φ_i и температуры T_i. Очевидно, что для более общих случаев уравнение (3) будет иметь более сложный вид, но при этом ничего не изменится по отношению к рассматриваемому в настоящей работе вопросу.

Учет затененности при расчете температурного состояния стержней рефлектора. Весь рефлектор представляем как совокупность состоящих из стержней слоев, средняя поверхность которых, по возможности, должна быть перпендикулярна направлению данного излучения (солнечного, собственного излучения Земли, результирующего и т.п.). В каждом слое стержни в общем случае могут быть направлены под углом, отличным от 90°, к направлению излучения. При формировании слоев главное условие — отсутствие затенения друг друга стержнями, находящимися в слое от данного излучения. Все слои нумеруем от 1 до N, начиная с ближайшего к источнику излучения внешнего слоя. Пусть K_j — число стержней в j-м слое. Введем обозначения: $F_{\text{ск}}$ — суммарная площадь теней от всех стержней k-го слоя, а $F_{\text{к}}$ — площадь тени k-го слоя, т.е. площадь проекции поверхности, ограниченной стержнями k-го слоя, на плоскость, перпендикулярную направлению излучения.

Отношение $F_{\text{ск}}$ к $F_{\text{к}}$ будем называть коэффициентом затенения k-го слоя

$$\eta_{\text{к}} = \frac{F_{\text{ск}}}{F_{\text{к}}}. \tag{5}$$

Для каждого стержня под номером i, находящегося в k-м слое, считаем, что если стержень находится внутри цилиндрической поверхности Φ_j, образованной направлением излучения и j-м слоем ($1 \le j < k-1$), то интенсивность излучения уменьшается на коэффициент $1-\eta_j$. Суммируя по всем слоям, получаем следующее выражение для интенсивности q_k^i излучения, падающего на i-й стержень k-го слоя:

$$q_k^i = \prod_{j=1}^{k-1} \left(1 - \eta_j \; p_{ki}^j\right) \, q_{\text{ои}}. \tag{6}$$

Здесь

$$p_{ki}^j = \begin{cases} 1, \text{ если стержень весь внутри поверхности } \Phi_j; \\ 0, \text{ если стержень весь вне } \Phi_j; \\ \nu, \text{ если } \; \nu\text{-я часть стержня внутри } \Phi_j. \end{cases} \tag{7}$$

Таким образом, делаем предположение о том, что учесть затененность стержнями друг друга можно равномерным “размазыванием” теней стержней, находящихся в одном слое. При этом следует отметить, что на практике направления различных видов тепловых потоков будут отличаться. Поэтому для каждого вида излучения определяем свои коэффициенты затенения каждого слоя η_j. Порядок расчета в этом случае выглядит следующим образом. Для каждого стержня 1-го слоя принимаем, что удельный тепловой поток, падающий на стержень, равен $q_{\text{ои}}$. Для расчета удельных тепловых потоков q_k^i организуем процедуру определения коэффициентов p_{ki}^j (7). Затем все q_k^j, полученные из выражения (6) для каждого вида излучения, суммируем и эту величину Σq_k^j подставляем в уравнение баланса тепловых потоков.

На основе информации о данном излучении, т.е. его направлении и интенсивности, о координатах узлов и размерах стержней составлена программа расчета температурного состояния развернутого рефлектора с учетом взаимной затененности стержней. Далее приведены математические соотношения, использованные в разработанной программе.

Определение площади проекции слоя стержней на плоскость, перпендикулярную падающему излучению. Сначала для каждого j-го слоя определяем стержни, образующие его границу. Пусть их число равно m_j. Эти граничные стержни нумеруем от 1 до m_j против часовой стрелки, если смотреть с конца оси Z, а также нумеруем узлы, связывающие эти стержни, очевидно то же от 1 до m_j и в том же направлении. Это означает, что для каждого слоя оказываются сформированными два массива: один, длиной m_j, определяет номера стержней, а второй, размером $m_j \times 3$, — координаты граничных узлов. Затем формируем массив координат проекций узлов на плоскость XOY. Размер массива будет $m_j \times 2$, координаты x и y при этом не изменятся, а координата z будет равна нулю. Полученные для всех слоев на плоскости XOY фигуры оказываются достаточно выпуклыми, чтобы выполнялось условие: все отрезки, соединяющие узлы с центром тяжести фигуры, не пересекают ее границы. Этого нетрудно добиться соответствующим разбиением на слои. Координаты центра тяжести фигуры — проекции j-го слоя — определяем по формулам

$$x_{\text{ц}\text{т}j} = \frac{1}{m_j}\sum_{i=1}^{m_j} x_i, \quad y_{\text{ц}\text{т}j} = \frac{1}{m_j}\sum_{i=1}^{m_j} y_j. \tag{8}$$

Далее фигуру мысленно разбиваем на m_j треугольников, вершинами которых поочередно являются пара узлов и центр тяжести фигуры. Площадь фигуры равна сумме площадей всех треугольников, а площадь каждого i-го треугольника определяется по формуле

$$S_i = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_{\text{ц}\text{т}} & y_{\text{ц}\text{т}} & 1 \\ x_{1i} & y_{1i} & 1 \\ x_{2i} & y_{2i} & 1 \end{vmatrix} = \\ = \frac{1}{2}\left[x_{\text{ц}\text{т}}y_{1i} - x_{2i}y_{1i} + x_{2i}y_{\text{ц}\text{т}} + x_{1i}y_{2i} - x_{\text{ц}\text{т}}y_{2i} - x_{1i}y_{\text{ц}\text{т}}\right]. \tag{9}$$

Площадь проекции j-го слоя будет

$$S_j = \sum_{i=1}^{m_j} S_i. \tag{10}$$

Строго говоря, из суммарной площади S_j необходимо вычесть половину площадей теней стержней, образующих границу j-го слоя, так как граничные стержни в равной степени затеняют как пространство внутри цилиндрической поверхности Φ_j, так и пространство вне Φ_j.

Определение коэффициентов $\boldsymbol{p^j_{k_i}}$. При рассмотрении затенения стержней каждым отдельным слоем возможны три случая: когда проекция стержня на плоскость XOY находится внутри проекции слоя, полностью снаружи и когда пересекает границу, находясь частично внутри и частично снаружи. Для определения того, какой вариант затенения реализуется в каждом конкретном случае, организуем следующую процедуру. Для каждого узла стержня с координатами x_c, y_c определяем, находится ли его проекция на плоскость XOY внутри какого-либо треугольника, на которые разбивалась проекция j-го слоя при определении ее площади. Для i-го треугольника эта точка лежит внутри только в том случае, если все определители

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} x_c & y_c & 1 \\ x_{1i} & y_{1i} & 1 \\ x_{2i} & y_{2i} & 1 \end{vmatrix}, \ \Delta_2 = \begin{vmatrix} x_c & y_c & 1 \\ x_{2i} & y_{2i} & 1 \\ x_{\text{ц}\text{т}} & y_{\text{ц}\text{т}} & 1 \end{vmatrix}, \ \Delta_3 = \begin{vmatrix} x_c & y_c & 1 \\ x_{\text{ц}\text{т}} & y_{\text{ц}\text{т}} & 1 \\ x_{1i} & y_{1\text{i}} & 1 \end{vmatrix} \tag{11}$$

будут больше нуля. Далее, если оба узла стержня окажутся внутри каких-либо треугольников, то коэффициент $p^j_{k_i}$ в формуле (6) приравниваем единице. Наоборот, если оба узла находятся вне проекции слоя, то $p^j_{k_i}$ приравниваем к нулю. Если же один узел, например, первый, будет внутри, а второй снаружи, то $p^j_{k_i}$ умножаем на коэффициент λ, который определяет, какая часть стержня находится в зоне, затененной j-м слоем. Коэффициент λ определяем по формуле

$$\lambda = \frac{x_{c1} - x_{\text{п}}}{x_{c1} - x_{c2}}, \tag{12}$$

где $x_{\text{п}}$ — координата точки пересечения проекции стержня с границей проекции слоя; x_{c1} и x_{c2} — координаты узлов стержня.

Для того чтобы вычислить координату $x_{\text{п}}$, сначала определяем, с каким отрезком на границе пересекается проекция данного частично затененного стержня. Прямые, на которых лежат отрезки на границе, определяются уравнением

$$A_{1i}x + B_{1i}y + C_{1i} = 0 \qquad (i = 1,\ \ldots\ ,\ m), \tag{13}$$

где

$$A_{1i} = y_{2i} - y_{1i};$$
$$B_{1i} = x_{1i} - x_{2i};$$
$$C_{1i} = x_{2i}y_{1i} - x_{1i}y_{2i}.$$

Здесь x_{1i}, y_{1i} , x_{2i}, y_{2i} — координаты концов i-го отрезка.

Уравнение прямой, на которой лежит проекция стержня, будет выглядеть так:

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0, \tag{14}$$

где

$$A_2 = y_{2c} - y_{1c};$$
$$B_2 = x_{1c} - x_{2c};$$
$$C_2 = x_{2c}y_{1c} - x_{1c}y_{2c}.$$

Координаты $x_{\text{п}i}$ точек пересечения прямых, определяемых уравнением (13), с прямой (14) вычисляем по формуле

$$x_{\text{п}i} = \frac{\overline{\Delta}_1}{\Delta}, \tag{15}$$

где

$$\overline{\Delta}_1 = \begin{vmatrix} -C_{1i} & B_{1i} \\ -C_2 & B_2 \end{vmatrix} = B_{1i}C_2 - B_2C_{1i}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} -A_{1i} & B_{1i} \\ -A_2 & B_2 \end{vmatrix} = A_{1i}B_2 - B_{1i}A_2.$$

Точка пересечения этих прямых лежит на проекции стержня в том и только в том случае, если отношение

$$\lambda = \frac{x_{c1} - x_{\text{п}i}}{x_{\text{п}i} - x_{2c}} \tag{16}$$

больше нуля. Тогда можно определить коэффициент λ по приведенной ранее формуле. Если в затененной области оказывается второй узел проекции стержня, а первый — снаружи, то выполняем аналогичную процедуру с заменой формулы (12) для λ на следующую:

$$\lambda = \frac{x_{c2} - x_{\text{п}}}{x_{c2} - x_{c1}}. \tag{17}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. З а р у б и н В. С. Температурные поля в конструкциях летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1966. – 215 с.
2. З а л е т а е в В. М., К а п и н о с Ю. В., С у р г у ч е в О. В. Расчет теплообмена космического аппарата. – М., 1971.

Статья поступила в редакцию 15.05.2012