

Р. И. Шувалов

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧЕ РАЗВЕРТКИ ФАЗЫ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ИНТЕРФЕРОГРАММ

*Рассмотрена задача развертки фазы интерферограмм, возникающая при реконструкции рельефа Земли по данным интерферометрической съемки радиолокатором из космоса. На основе байесовского подхода разработана математическая модель градиента абсолютной фазы на радиолокационной топографической интерферограмме. Практическая значимость полученных результатов подтверждена вычислительным экспериментом.*

**E-mail:** Shuvalov.R.BMSTU@mail.ru

**Ключевые слова:** *развертка фазы на плоскости, интерферограмма, радиолокатор с синтезированной апертурой, топографическая радиолокационная интерферометрия, цифровая модель рельефа.*

Важное прикладное значение имеет метод построения цифровых моделей рельефа (ЦМР) поверхности Земли по данным интерферометрической съемки из космоса радиолокатором с синтезированной апертурой антенны (РСА). Это связано с возможностью получать радиолокационные изображения независимо от времени суток и погодных условий, с оперативностью получения ЦМР на интересующий район, с высокой потенциальной точностью метода. Особенно метод актуален для протяженной территории России, большую часть года скрытую облачным покровом от объективов космических оптических сенсоров.

Интерферометрический метод построения ЦМР по данным РСА заключается в проведении двух космических радиолокационных съемок интересующего участка поверхности Земли с незначительно различающимися углами наблюдения, формировании топографической интерферограммы по результатам совместной обработки полученных снимков и извлечении из сформированной интерферограммы топографической информации [1–5].

Топографическая интерферограмма представляет собой матрицу главных (т. е. известных по модулю  $2\pi$  радиан) значений разностей фаз. Для извлечения из такой интерферограммы информации о рельефе необходимо преобразовать ее в матрицу абсолютных значений фазовых разностей. Задачу восстановления массива абсолютных фазовых значений по массиву главных значений фазы называют задачей развертки фазы. Развертка фазы является наиболее сложным этапом

интерферометрической технологии, поскольку на получаемых интерферограммах практически всегда присутствуют разрывы, положение которых неизвестно [5–8]. Для установления положения разрывов фазы на интерферограмме необходима дополнительная информация. В космической радиолокационной топографической интерферометрии дополнительная информация включает интенсивность принятого сигнала на двух снимках, когерентность между двумя снимками и априорную информацию о рельефе. После включения в постановку задачи развертки фазы дополнительной информации и выбора критерия оптимальности решения задача развертки фазы становится задачей оптимизации. Полученная задача оптимизации, как правило, является нелинейной и имеет большую размерность.

Проблеме развертки фазы в космической радиолокационной топографической интерферометрии посвящено много работ зарубежных исследователей: U. Spagnolini, G. Fornaro, M. Costantini, A. Guarnieri, S. Stramaglia (Италия); R. Bamler, A. Reigber, O. Loffeld, R. Kramer, M. Eineder, M. Datcu (Германия); D. Ghiglia, M. Pritt, H. Zebker, T. Flynn, C. Chen (США); W. Xu, I. Cumming, P. Fieguth, J. Moran (Канада); J. Dias, G. Matias (Португалия); J. Martinez-Espla (Испания); I. Lyuboshenko (Франция); G. Carballo (Уругвай); S. Karout (Великобритания). В этих работах описано множество методов развертки фазы, каждый из которых для выяснения положения разрывов использует лишь некоторую часть доступной дополнительной информации. Отечественных работ, рассматривающих задачу развертки фазы топографических РСА-интерферограмм, сравнительно мало. В работах А.И. Захарова и Л.Н. Захаровой (ИРЭ РАН) [9,10], А.С. Леонова и Д.Д. Дарижапова (ОФП БНЦ СО РАН) [11] исследуются и сравниваются различные методы развертки фазы. В работе Р.Р. Ковязина (СПбГУ ИТМО) [12] для выполнения развертки фазы интерферограммы используется метод локального интегрирования, при этом предполагается отсутствие разрывов восстанавливаемой абсолютной фазы. В работе А.В. Филатова (ЮНИИ ИТ) [13] предлагается перед разверткой фазы выполнять некогерентное накопление интерферограммы, но это снижает точность получаемого решения.

Общим подходом к снятию неоднозначности решения, связанной с неизвестным положением разрывов фазы на интерферограмме, является построение на множестве допустимых решений распределения вероятностей (степеней доверия) с учетом всей доступной информации. Вектор, компонентами которого являются две абсолютные фазовые разности, соответствующие двум взаимно перпендикулярным направлениям на плоской цифровой интерферограмме, называется градиентом абсолютной фазы. Получение распределения вероят-

ностей на множестве положений разрывов сводится к построению распределения вероятностей градиента абсолютной фазы. Целью исследования является разработка математической модели градиента абсолютной фазы на радиолокационной топографической интерферограмме и создание метода развертки фазы, опирающегося на эту модель и учитывающего всю доступную дополнительную информацию.

**Постановка задачи.** Обобщенная постановка задачи развертки фазы на плоскости имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Phi[\bar{s}(x, y), \bar{a}(x, y)] &\rightarrow \min, \\ \nabla \times [\bar{s}(x, y) + \bar{a}(x, y)] &= \bar{0}, \\ \bar{s}(x, y) &= W[\nabla \varphi(x, y)], \\ \nabla \psi(x, y) &= \bar{s}(x, y) + \bar{a}(x, y), \quad (x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, \end{aligned} \quad (1)$$

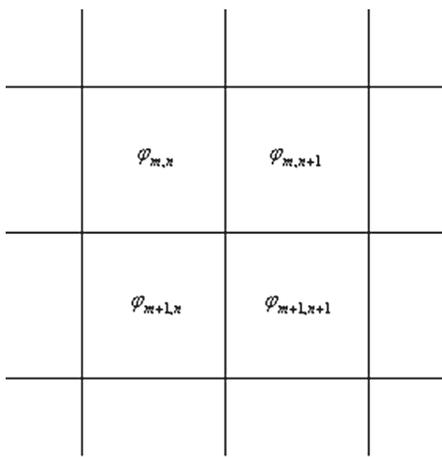
где  $\Phi[\cdot]$  – подходящий регуляризирующий функционал;  $\nabla$  – nabla-оператор;  $W[\cdot]$  – оператор свертки по модулю  $2\pi$  радиан;  $\varphi(x, y)$  – заданное скалярное поле главного значения фазы;  $\psi(x, y)$  – искомое скалярное поле абсолютной фазы;  $\bar{a}(x, y)$  – неизвестное добавочное векторное поле;  $\Omega$  – замкнутое связное ограниченное множество на декартовой плоскости.

Если интерферограмма представлена в цифровом виде, то постановка (1) может быть сформулирована в терминах теории транспортных сетей. Интерферограмме ставится в соответствие связный ориентированный граф  $G = (V, E)$  (здесь  $V$  – множество вершин,  $E$  – множество дуг), являющийся конечной целочисленной решеткой относительно декартовой системы координат на плоскости (рис. 1). При этом каждые четыре попарно-смежных пикселя интерферограммы соответствуют некоторой вершине графа, а каждая пара смежных пикселей соответствует паре противоположно ориентированных дуг. Каждой вершине  $i \in V$  приписывается интенсивность  $\mu_i \in \mathbb{Z}$ , равная величине фазового остатка, вычисленного для соответствующей четверки попарно-смежных пикселей интерферограммы  $\Phi = \{\varphi_{m,n}\}$ :

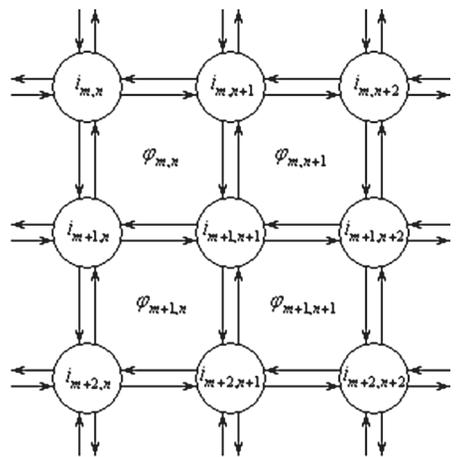
$$\mu(m, n) = \delta_X(m, n) + \delta_Y(m, n + 1) - \delta_X(m + 1, n) - \delta_Y(m, n),$$

$$\delta_Y(m, n) = W[\varphi_{m+1, n} - \varphi_{m, n}], \quad \delta_X(m, n) = W[\varphi_{m, n+1} - \varphi_{m, n}].$$

Если  $\mu_i > 0$ , вершина называется источником; при  $\mu_i < 0$ , вершина называется стоком; когда  $\mu_i = 0$ , вершина называется нейтральной. Пропускная способность каждой дуги предполагается неограниченной. Пусть каждой дуге  $(i, j) \in E$  поставлена в соответствие скалярная



а



б

Рис. 1. Матрица главного значения фазы (интерферограмма) (а) и ассоциированный с ней ориентированный граф (б)

функция  $c_{ij}(q)$ , определяющая стоимость протекания потока величины  $q \in \mathbb{R}$ ,  $q \geq 0$  по этой дуге. Граф  $G = (V, E)$  с заданными интенсивностями вершин, с заданными пропускными способностями дуг и с определенными на дугах функциями стоимости называется транспортной сетью. Сетевая модель рассматривает распределение в сети потока некоторой субстанции, перетекающей по дугам из вершин-источников через нейтральные вершины в вершины-стоки.

Задача развертки фазы в сетевой постановке есть задача поиска потока минимальной стоимости:

$$c(\vec{q}) = \sum_{(i,j) \in E} c_{ij}(q_{ij}) \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$\sum_{\{j: (i,j) \in E\}} q_{ij} - \sum_{\{j: (j,i) \in E\}} q_{ji} = \mu_i, \quad \forall i \in V,$$

где  $q_{ij}$  – величина потока по дуге  $(i, j) \in E$ . Функции стоимости  $c_{ij}(\cdot)$  нуждаются в предварительном построении по данным измерений и априорной информации о решении. В различных приложениях развертки фазы функции стоимости могут определяться по-разному. В общем случае функции стоимости для задачи развертки фазы в сетевой постановке могут быть получены на основе распределения вероятностей абсолютной фазовой разности:

$$c_{ij}(k|\bar{\theta}_{ij}) = -\ln \frac{P(-\pi + 2\pi k \leq \Delta < \pi + 2\pi k | \bar{\theta}_{ij})}{P(-\pi < \Delta < \pi | \bar{\theta}_{ij})}, \quad (3)$$

$$k \in \mathbb{Z}, \quad (i, j) \in E,$$

где  $k$  – величина потока по дуге (кратность разрыва фазы);  $\vec{\theta}_{ij}$  – вектор значений параметров;  $\Delta$  – абсолютная фазовая разность;  $P(-\pi < \Delta < \pi)$  – вероятность непрерывности фазы;  $P(-\pi + 2\pi k \leq \Delta < \pi + 2\pi k)$  – вероятность наличия разрыва кратности  $k$ .

Автором разработано параметрическое распределение вероятностей абсолютной фазовой разности, позволяющее вычислять по формуле (3) функции стоимости для задачи развертки фазы радиолокационных топографических интерферограмм. Поток минимальной стоимости, являющийся решением задачи развертки фазы в сетевой постановке (2) – (3), соответствует положению разрывов фазы на интерферограмме, наиболее согласующемуся с имеющимися данными.

**Математическая модель.** Наблюдаемые значения интерферометрической фазы, когерентности и интенсивности зависят от большого числа факторов, в том числе от случайных факторов. Поэтому при математическом моделировании используется аппарат теории вероятностей и математической статистики. Наблюдаемые значения трактуются как реализации случайных величин с известными законами распределения. На основе байесовского подхода была разработана математическая модель градиента абсолютной фазы на радиолокационной топографической интерферограмме. Байесовский подход позволяет использовать данные измерений (главное значение фазы, когерентность, интенсивность) совместно с априорной информацией (статистическими характеристиками рельефа покрытой съемкой местности). Разработанная модель представляет собой пару параметрических распределений вероятностей абсолютных фазовых разностей [14]:

$$\begin{aligned}
 p(\Delta_X | \delta_X, \rho, I) &= \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p_N(\Delta_X - \Delta_{TX}, \rho) p(\delta_X | \Delta_{TX}, \rho) p(I | \Delta_{TX}) p(\Delta_{TX}) d\Delta_{TX}}{\int_{-\infty}^{\infty} p(\delta_X | \Delta_{TX}, \rho) p(I | \Delta_{TX}, \Delta_{TY}) p(\Delta_{TX}) d\Delta_{TX}}, \\
 p(\Delta_Y | \delta_Y, \rho) &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p_N(\Delta_Y - \Delta_{TY}, \rho) p(\delta_Y | \Delta_{TY}, \rho) p(\Delta_{TY}) d\Delta_{TY}}{\int_{-\infty}^{\infty} p(\delta_Y | \Delta_{TY}, \rho) p(\Delta_{TY}) d\Delta_{TY}},
 \end{aligned} \tag{4}$$

где  $p(\cdot)$  – плотность распределения вероятностей абсолютной фазовой разности;  $\Delta_X, \Delta_Y$  – абсолютные фазовые разности по направлениям

наклонной дальности ( $X$ ) и азимута ( $Y$ ), характеризующие локальный наклон фазового рельефа;  $\delta_X, \delta_Y$  – относительные фазовые разности;  $I$  – интенсивность принятого радиолокационного сигнала;  $\rho$  – когерентность;  $\Delta_{TX}, \Delta_{TY}$  – физические (т. е. полезные, не искаженные шумом) фазовые разности.

Предложенная модель (4) состоит из нескольких компонентов:

- 1)  $pN(\cdot)$  – плотность распределения вероятностей фазового шума;
- 2)  $p(\delta|\Delta_T, \rho)$  – функция правдоподобия физической фазовой разности по наблюдаемой относительной фазовой разности  $\delta$ ;
- 3)  $p(I|\Delta_{TX})$  – функция правдоподобия физической фазовой разности  $\Delta_{TX}$  по наблюдаемой интенсивности  $I$  радиолокационного сигнала;
- 4)  $p(\Delta_{TX}, \Delta_{TY})$  – плотность априорного совместного распределения вероятностей физических фазовых разностей  $\Delta_{TX}, \Delta_{TY}$ .

Предложенное априорное совместное распределение вероятностей физических фазовых разностей

$$p_{\Delta}(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) = \begin{cases} p_T(g_X(\Delta_{TX}), g_Y(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}))J(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}), & \Delta_{TX} < \Delta_{TX}^* \\ 0, & \Delta_{TX} \leq \Delta_{TX}^* \end{cases}$$

представленное на рис. 2, включает в себя преобразование, связывающее локальные наклоны (производные по пространственным координатам) рельефа подстилающей поверхности с локальными наклонами фазового рельефа на интерферограмме, полученное из уравнений геометрии съемки [15],

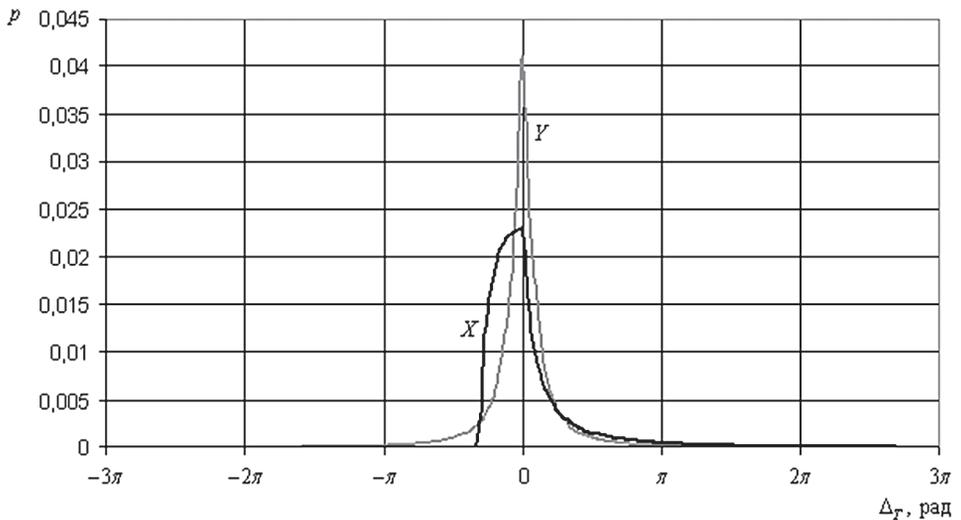


Рис. 2. Априорное распределение вероятностей физической фазовой разности  $\Delta_T$  по направлению наклонной дальности ( $X$ ) и азимута ( $Y$ )

$$g_X(\Delta_{TX}) = \frac{\lambda r_0 \sin^2(\gamma_0) \Delta_{TX}}{4\pi |B_\perp| \Delta r_S + \lambda r_0 \sin(\gamma_0) \cos(\gamma_0) \Delta_{TX}},$$

$$g_Y(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) = \frac{\lambda r_0 \Delta r_S \sin(\gamma_0) \Delta_{TY}}{4\pi |B_\perp| \Delta r_S \Delta a + \lambda r_0 \Delta a \sin(\gamma_0) \cos(\gamma_0) \Delta_{TX}},$$

$$\Delta_{TX} \in (\Delta_{TX}^*, \infty), \Delta_{TY} \in (-\infty; \infty), \Delta_{TX}^* = -\frac{4\pi |B_\perp| \Delta r_S}{\lambda r_0 \sin(\gamma_0) \cos(\gamma_0)}, \quad (5)$$

и априорное совместное распределение вероятностей локальных наклонов рельефа подстилающей поверхности, полученное путем функциональной аппроксимации экспериментальных гистограмм

$$p_T(g_X, g_Y) = 3,395 \exp(-4(g_X^2 + g_Y^2)^{1/4}), \quad g_X = \tan(\alpha_X), \quad g_Y = \tan(\alpha_Y).$$

Значения параметров, принятые при построении графиков на рис. 2–4, следующие:

Длина волны РСА, $\lambda$ , км .....	0,000057
Наклонная дальность до центра кадра, $r_0$ , км .....	1027
Угол наблюдения для центра кадра, $\gamma_0$ , ° .....	40
Перпендикулярная компонента базовой линии, $B_\perp$ , км .....	0,109
Размер пикселя по направлению наклонной дальности, $\Delta r_S$ , км .....	0,023
Размер пикселя по направлению азимута, $\Delta a$ , км .....	0,021
Коэффициент некогерентного накопления .....	8

Разработанная функция правдоподобия физической фазовой разности  $\Delta_{TX}$  по интенсивности радиолокационного сигнала [16] (рис. 3)

$$p_I(I | \Delta_{TX}) = \frac{1}{\Gamma(L)} \left( \frac{L}{M(\Delta_{TX})} \right)^L I^{L-1} \exp\left(-L \frac{I}{M(\Delta_{TX})}\right),$$

$$I \geq 0, L \geq 1$$

включает в себя математическое ожидание наблюдаемой интенсивности

$$M(\Delta_{TX}) = M(\Delta_{TX}(\alpha_X)) = M_I(\alpha_X | \alpha_Y = 0), \quad M_I(\alpha_X, \alpha_Y) = CI_G(\alpha_X, \alpha_Y) + D,$$

учет эффектов переналожения и радиолокационной тени

$$I_G(\alpha_X, \alpha_Y) = \begin{cases} I(\gamma - \pi/2, \alpha_Y), & \alpha_X \leq \gamma - \pi/2, \\ I(\alpha_X, \alpha_Y), & \gamma - \pi/2 < \alpha_X < \gamma, \\ I(\gamma, \alpha_Y), & \gamma \leq \alpha_X \end{cases}$$

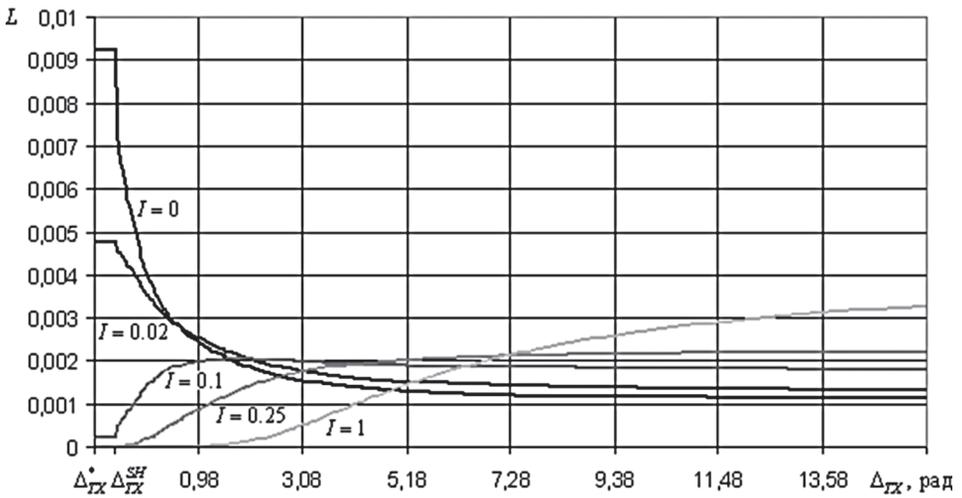


Рис. 3. Семейство функций правдоподобия  $L(\Delta_{TX}) = p_I(I|\Delta_{TX})$ , полученное варьированием наблюдаемой интенсивности  $I$  радиолокационного сигнала

и выражение для наблюдаемой средней интенсивности сигнала

$$I(\alpha_X, \alpha_Y) = S_F(\alpha_X, \alpha_Y) \sigma^0(\alpha_X, \alpha_Y),$$

$$S_F(\alpha_X, \alpha_Y) = \Delta a \Delta r \left( \frac{1}{2} (\alpha_X - \gamma + \pi/2)^2 + \frac{1}{2} \sin^2(\gamma) \alpha_Y^2 + 1 \right),$$

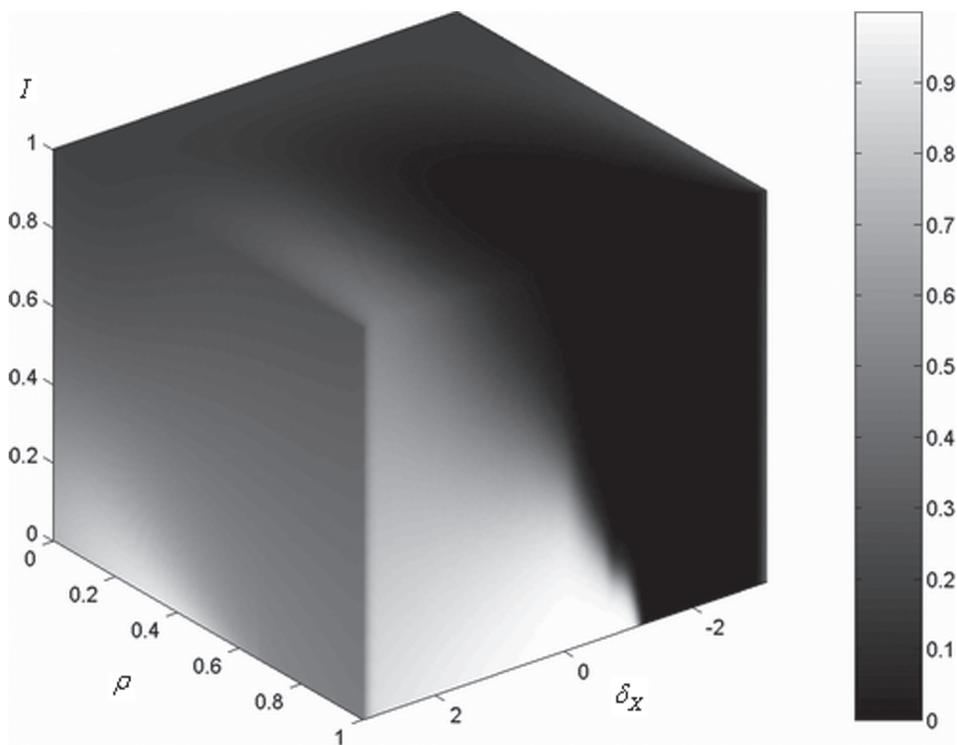
$$\sigma^0(\theta) = \Upsilon(\theta) \left( w_c \exp(-\mu^2 \theta^2) + w_i (1 + \theta^2)^{-p} + w_d \exp(-\theta) \cos^{0.1}(\theta) \right),$$

$$w_c = \frac{w^2}{W}, \quad w_i = \frac{0,2w(1-w)}{W}, \quad w_d = \frac{(1-w)^2}{W},$$

$$W = w^2 + 0,2w(1-w) + (1-w)^2, \quad w \in [0;1],$$

$$\theta(\alpha_X, \alpha_Y) = \arccos \left( \frac{\tan(\alpha_X) \sin(\gamma) + \cos(\gamma)}{\sqrt{\tan^2(\alpha_X) + \tan^2(\alpha_Y) + 1}} \right).$$

Здесь  $\alpha_X, \alpha_Y$  – углы наклона рельефа по направлениям дальности и азимута;  $J(\Delta_{TX}, \Delta_{TY})$  – якобиан преобразования (5);  $B_{\perp}$  – перпендикулярная составляющая базовой линии;  $I$  – наблюдаемое значение интенсивности радиолокационного сигнала;  $\Delta r_s, \Delta a$  – размеры пикселя радиолокационного снимка по направлениям наклонной дальности и азимута;  $\lambda$  – рабочая длина волны радиолокатора;  $\gamma_0, r_0$  – угол наблюдения и наклонная дальность, соответствующие центру кадра;  $L$  – количество независимых наблюдений;  $\Gamma(\cdot)$  – гамма-функция Эйлера;  $M_I(\alpha_X, \alpha_Y)$  – предсказываемое радиометрической моделью значение



**Рис. 4.** Вероятность непрерывности фазы по направлению наклонной дальности  $P(-\pi < \Delta X < \pi | \delta X, \rho, I)$  как функция относительной фазовой разности  $\delta X$ , когерентности  $\rho$  и интенсивности  $I$  принятого радиолокационного сигнала

средней интенсивности;  $S_F(\alpha_X, \alpha_Y)$  – площадь ячейки на подстилающей поверхности, соответствующей данному пикселю на снимке;  $\sigma^0(\theta)$  – удельная эффективная площадь рассеяния;  $\theta$  – угол падения радиолокационного сигнала;  $C, D, \mu, p, w$  – параметры разработанной радиометрической модели;  $\gamma$  – угол наблюдения при съемке.

Плотность распределения вероятностей относительной фазовой разности  $p(\delta | \Delta T, \rho)$  зависит лишь от главного значения разности  $\delta - \Delta T$  и когерентности  $\rho$ . Выражение для нее было получено в работе [15].

Разработанная модель (4) позволяет включить доступную дополнительную информацию в постановку задачи (2) через функции стоимости (3). Модель не привязана к какому-либо методу развертки фазы и имеет самостоятельную ценность, так как позволяет оценивать вероятности разрывов фазы различной кратности на топографической РСА-интерферограмме по имеющимся данным измерений и априорной информации о рельефе местности (см. рис. 2).

Разработанное распределение вероятностей локального наклона фазового рельефа на радиолокационной топографической интерферограмме (4), по сравнению с известными ранее результатами [7, 8,

17, 18], наиболее полно учитывает имеющуюся информацию. Предложенная модель обобщает модель работы [7] по трем направлениям: учет физических разрывов фазы (т. е. разрывов, обусловленных рельефом местности и геометрией съемки), учет интенсивности принятого радиолокационного сигнала, учет априорного распределения вероятностей топографического градиента. Разработанная модель (4) включает ряд специальных моделей: модель априорной информации, радиометрическую модель, модель формирования интерферограммы и модель фазового шума. Каждая из этих моделей-компонентов может в дальнейшем дорабатываться независимо от других. Предложенная модель (4) представляет собой удобный инструмент интерпретации интерферограммы по доступной дополнительной информации и может использоваться совместно с различными алгоритмами развертки фазы в космической радиолокационной топографической интерферометрии.

**Метод развертки фазы** разработан в постановке (2) с выпуклыми неотрицательными функциями стоимости. Метод представляет собой авторскую модификацию известного в теории транспортных сетей алгоритма последовательного поиска кратчайших путей (от англ. *Successive Shortest Path Algorithm*) [19] и заключается в последовательном выделении диполей (т. е. пар источник–сток) при помощи поиска путей минимальной стоимости и пропускании вдоль найденных путей потоков единичной величины. Решение задачи развертки фазы в постановке (2) с функциями стоимости (3) эквивалентно реконструкции наиболее вероятной в смысле распределения (4) системы разрывов фазы, имеющих на интерферограмме. Разработанный алгоритм отличается от алгоритма последовательного поиска кратчайших путей следующими особенностями: 1) пропускание отрицательных потоков наряду с положительными; 2) построение искомого потока в два этапа: на первом этапе пропускаются потоки длиной менее заданной величины  $\rho$ , а на втором – все оставшиеся; 3) использование предположения, согласно которому искомый поток минимальной стоимости представляет собой совокупность потоков единичной величины, длина каждого из которых существенно меньше линейного размера сети.

**Вычислительный эксперимент.** Точность метода развертки фазы оценивалась экспериментально путем сравнения результата работы алгоритма этого метода с эталонным результатом. Результат работы алгоритма в нашем случае представляет собой матрицу. Использовались следующие характеристики уклонения матрицы данных от эталонной матрицы: 1) среднее (по множеству элементов матрицы) уклонение; 2) средний модуль уклонения; 3) максимальное уклонение.

Поскольку развертка фазы является одним из этапов интерферометрической технологии построения ЦМР, ошибка развертки фазы входит составной частью в ошибку результирующей ЦМР. Поэтому различные методы развертки фазы можно сравнивать по точности результирующей ЦМР. Этот подход к сравнительному анализу точности методов развертки фазы с точки зрения приложений является наиболее естественным.

Интерферометрическая пара получена по результатам съемки РСА «ERS-1/2» в начале 1993 г. и покрывает небольшой участок национального парка «Долина смерти» на западе США. Участок представляет собой засушливый район с редкой растительностью. Размеры участка составляют приблизительно  $9 \times 9$  км. Размеры каждого из снимков пары составляют  $1138 \times 2326$  пикселей. Значения основных параметров формирования интерферограммы представлены ниже.

Размер пикселя по направлению, м:

дальности  $\Delta r$  ..... 7,904

азимута  $\Delta \alpha$  ..... 3,981

Рабочая длина волны РСА  $\lambda$ , м ..... 0,057

Абсолютная величина перпендикулярной компоненты

базовой линии  $B_{\perp}$ , м ..... 133,392

Наклонная дальность до центра кадра  $r_0$ , км ..... 857,680

Снимки интерферометрической пары были пространственно совмещены, после чего была выделена прямоугольная область перекрытия. По области перекрытия были вычислены топографическая интерферограмма (рис. 5), матрица когерентности и матрица интенсивности.

Для снижения интенсивности шума были выполнены некогерентное накопление с коэффициентом 5 по направлению азимута и пространственная фильтрация интерферограммы. Затем была вычислена

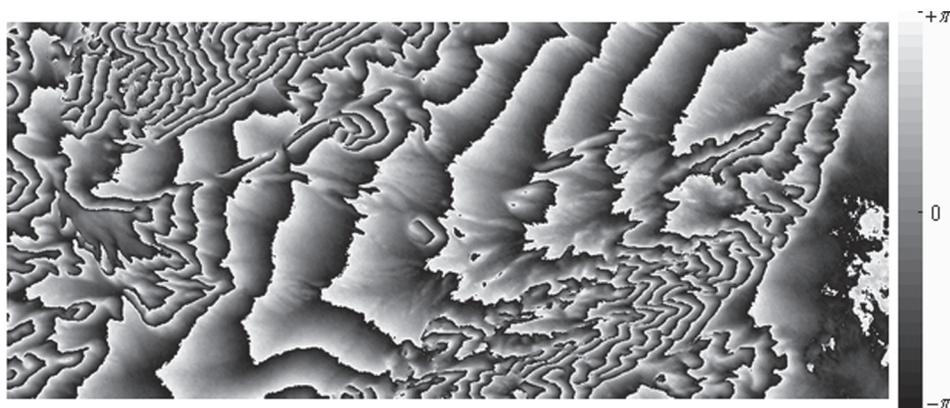
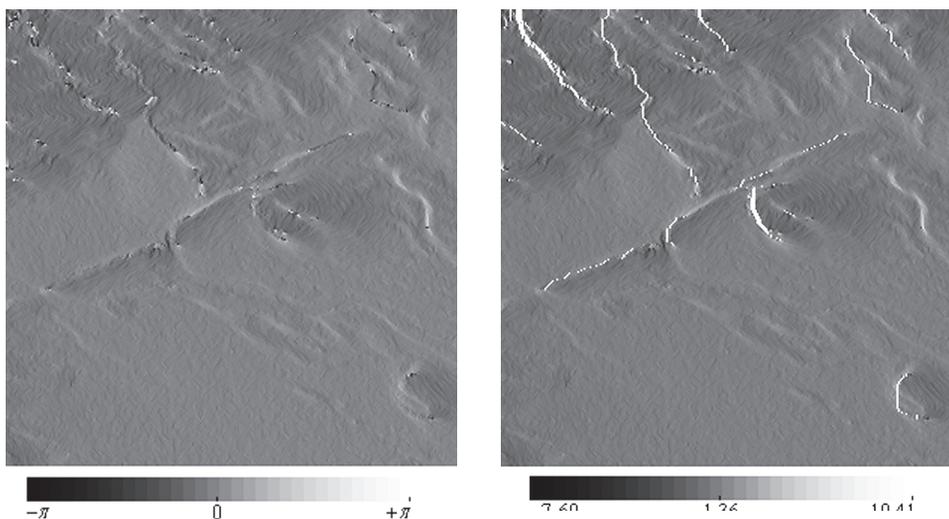


Рис. 5. Топографическая интерферограмма поверхности Земли

матрица пространственного распределения сингулярных точек. Исходными данными для вычисления вероятности разрыва фазы заданной кратности, согласно разработанной модели (4), являются наблюдаемая фазовая разность  $\delta$ , когерентность  $\rho$  и интенсивность  $I$ . Поскольку вероятности требуется вычислять для каждой пары смежных пикселей интерферограммы, а интерферограмма может иметь очень большие размеры, целесообразно предварительно построить вспомогательные таблицы: вычислить искомые вероятности в узлах сетки пространства параметров (рис. 4). Путем интерполяции по полученным таблицам (см. рис. 4) строятся матрицы пространственного распределения вероятностей разрывов и вероятности непрерывности фазы. Далее по полученным распределениям вероятностей в соответствии с формулой (3) были построены функции стоимости и осуществлен переход к задаче поиска потока минимальной стоимости (2). Найденный поток минимальной стоимости позволил восстановить неизвестные матрицы абсолютных фазовых разностей по известным матрицам относительных фазовых разностей (рис. 6). Матрицы абсолютных фазовых разностей дали матрицу абсолютной (развернутой)



**Рис. 6. Фрагмент матрицы относительных фазовых разностей (слева) и соответствующий фрагмент матрицы абсолютных фазовых разностей (справа)**

фазы. Далее на основе полученной матрицы абсолютной фазы с учетом известных значений параметров съемки была построена (рис. 7) ЦМР, которая сравнивалась с эталонной ЦМР («USGS NED 30 meter DEM»).

Разработанный метод сравнивался по точности с методами, реализованными в отечественном программном пакете «PHOTOMOD

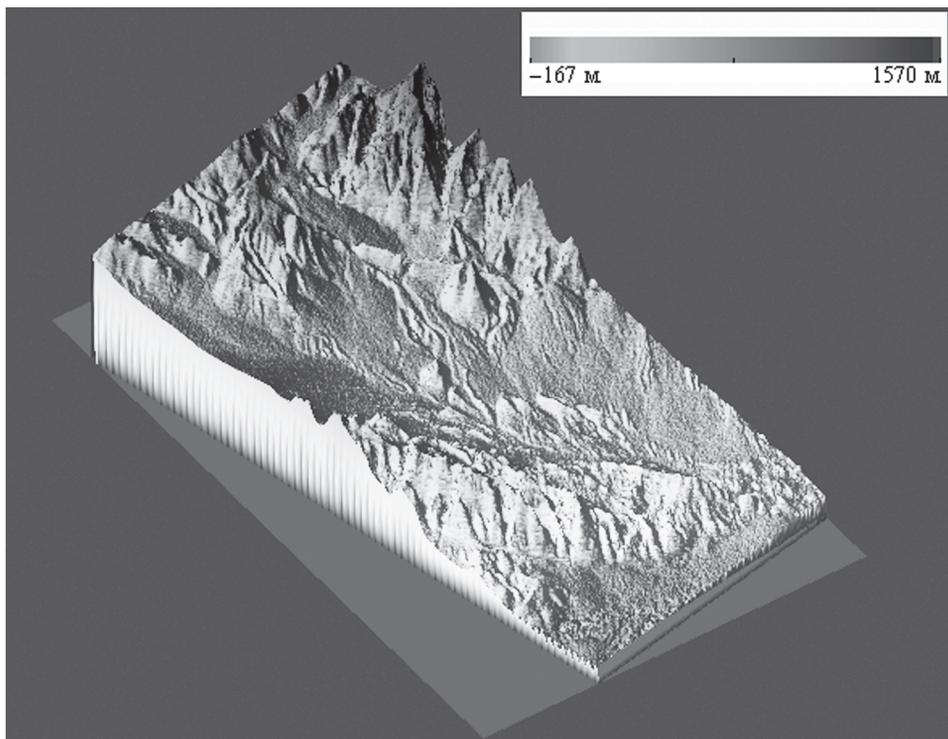


Рис. 7. Цифровая модель рельефа, полученная с применением разработанного метода

Таблица 1

**Погрешности ЦМР, полученных с применением различных методов развертки фазы**

Алгоритм	$\delta_{\min}$ , м	$\delta_{\max}$ , м	$M[\delta]$ , м	$M[ \delta ]$ , м	$\sigma$ , м
МНК БПФ	-426	419	-39,533	90,856	108,740
МНК СГ	-423	418	-39,616	91,117	108,940
ВМНК ИП	-328	431	-31,085	81,270	97,145
МФГ	-332	443	-40,161	77,875	90,707
МРП	-213	195	14,914	32,325	38,787
SNAPHU	-148	164	-5,599	29,263	34,618
МНД	-127	168	-5,135	29,531	35,095

Radar». В табл. 1 представлены значения погрешностей ЦМР, полученные с применением различных методов развертки фазы, и приняты следующие обозначения: МНК БПФ – метод наименьших квадратов без взвешивания, реализованный на основе быстрого преобразования Фурье; МНК СГ – метод наименьших квадратов без взвешивания, реализованный на основе итерационного метода сопряженных градиентов; ВМНК ИП – метод наименьших квадратов, использующий в качестве весовых коэффициентов значения когерентности, реализованный на основе итерационного метода Пикарда; МФГ – метод функций Грина [20]; МРП – метод растущих пикселей; SNAPHU – итерационный метод поиска потока минимальной стоимости, использующий матрицу интенсивности и матрицу когерентности [8]; МНД – разработанный автором метод;  $\delta_{\min}$  – минимальное отклонение экспериментальной матрицы от эталонной матрицы;  $\delta_{\max}$  – максимальное отклонение экспериментальной матрицы от эталонной матрицы;  $M[\delta]$  – среднее отклонение экспериментальной матрицы от эталонной матрицы;  $M[|\delta|]$  – средний модуль отклонения экспериментальной матрицы от эталонной матрицы;  $\sigma = \sqrt{M[(\delta - M[\delta])^2]}$  –

среднеквадратическое отклонение от среднего значения.

**Выводы.** Задача развертки фазы на плоскости является сложной математической проблемой, имеет большое прикладное значение и до настоящего времени активно исследуется. Сложность заключается в неоднозначности решения, обусловленной неизвестным положением на интерферограмме разрывов фазы, и большой размерности задачи. На основе байесовского подхода разработана математическая модель градиента абсолютной фазы на радиолокационной топографической интерферограмме. Разработанная модель представляет собой параметрическое распределение вероятностей локального наклона фазового рельефа и позволяет включить доступную дополнительную информацию в постановку задачи развертки фазы для снятия неоднозначности, связанной с неизвестным положением разрывов. Модель обобщает известные ранее результаты по трем направлениям: учет разрывов фазы, вызванных рельефом местности и геометрией съемки; учет интенсивности принятого радиолокационного сигнала; учет статистических характеристик рельефа. Предложен метод развертки фазы интерферограмм. Метод является авторской модификацией известного в теории транспортных сетей алгоритма последовательного поиска кратчайших путей и решает задачу развертки фазы в сетевой постановке с использованием функций стоимости дуг, построенных на основе разработанной модели градиента абсолютной фазы.

Проведенный вычислительный эксперимент показал высокую точность предложенного метода и его способность решать задачи большой размерности. Полученные результаты имеют важное значение для построения цифровых моделей рельефа Земли по данным интерферометрических радиолокационных измерений из космоса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. G r a h a m L. C. Synthetic interferometric radar for topographic mapping // Proc. IEEE. June 1974. – Vol. 62. – P. 763–768.
2. Z e b k e r H. A., G o l d s t e i n R. M. Topographic mapping from interferometric SAR observations // J. Geophys. Res. 1986. – Vol. 91. – P. 4993–4999.
3. B a m l e r R. Digital terrain models from radar interferometry // Photogrammetric week '97. – P. 93–105. Wichmann Verlag, Heidelberg, 1997.
4. R o s e n P. et al. Synthetic aperture radar interferometry // Proceedings of the IEEE. March 2000. – Vol. 88. – № 3.
5. Е л и з а в е т и н И. В., Ш у в а л о в Р. И., Б у ш В. А. Принципы и методы радиолокационной съемки для целей формирования цифровой модели местности // Геодезия и картография. – 2009. – № 1. – С. 39–45.
6. G o l d s t e i n R. M., Z e b k e r H. A., W e r n e r C. L. Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping // Radio Sci. July/Aug. – 1988. – Vol. 23. – № 4. – P. 713–720.
7. C a r b a l l o G. F., F i e g u t h P. W. Probabilistic cost functions for network flow phase unwrapping // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2000. – Vol. 38. – № 5. – P. 2192–2201.
8. C h e n C. W. Statistical-cost network-flow approaches to two-dimensional phase unwrapping for radar interferometry: PhD thesis. – Stanford University. – 2001.
9. Z a k h a r o v A. I. On the way of estimation of the reliability of the interferometric pixels for correct phase unwrapping in the DEM generation // Proceedings of the FRINGE'99 Conference. – Liege. – Belgium, 1999.
10. Z a k h a r o v a L. N. Comparison of global and local approach to phase unwrapping for rugged terrain // Proceedings of the FRINGE 2003 Workshop. – Frascati. – Italy. – December, 2003.
11. Л е о н о в А. С., Д а р и ж а п о в Д. Д. Исследование методов развертки фазы для интерферометрической обработки радиолокационных данных // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса: Тез. докл. Всерос. конф. – Москва, 2005.
12. К о в я з и н Р. Р. Двумерное восстановление фазы интерферограмм // Проблемы когерентной и нелинейной оптики. – СПб, 2000.
13. Ф и л а т о в А. В. Метод обработки комплексных радиолокационных интерферограмм в условиях высокой временной декорреляции: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Барнаул, 2009.
14. Ш у в а л о в Р. И. Построение распределения вероятностей локального наклона фазового рельефа в космической радиолокационной топографической интерферометрии // Исследование Земли из космоса. – 2011. – № 1. – С. 57–69.
15. Ш у в а л о в Р. И. Математическая модель формирования топографической интерферограммы поверхности Земли по данным съемок космического радио-

- локатора с синтезированной апертурой антенны // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – 2010. – № 4. – С. 86–99.
16. Ш у в а л о в Р. И. Разработка радиометрической модели снимков поверхности Земли, формируемых по данным измерений космических радиолокаторов с синтезированной апертурой антенны // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – 2009. – № 4. – С. 99–118.
  17. E l – t a w e e l G. S. Enhanced model for generating 3-D images from RADAR interferometric satellite images // WSEAS Transactions on Environment and Development. March, 2007. – Vol. 3. – P. 59–64.
  18. R e f i c e A. et al. Weights determination for minimum cost flow InSAR phase unwrapping // Proceedings of the IGARSS'99 Conference. – Vol. 2. – P. 1342–1344. – Hamburg. 1999.
  19. A h u j a R. K, M a g n a n t i T. L., O r l i n J. B. Network flows: theory, algorithms and applications. – Prentice Hall, 1993.
  20. Ш у в а л о в Р. И. Алгоритм метода функций Грина для задачи развертки фазы на плоскости // Электронный научный вестник МГТУ. – 2011. – № 2. – С. 101–113.

Статья поступила в редакцию 30.05.2012