

Е. А. Губарева, Т. Ю. Мозжорина,  
А. Н. Щетинин

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТЕЛ С ПОКРЫТИЯМИ ПРИ ИЗНОСЕ, ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИИ И УЧЕТЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

*Рассмотрена упрощенная схема контакта тел с упругими мягкими покрытиями в целях возможно большего учета явлений, протекающих в области контакта. Предложена формула для описания нелинейного трения. С использованием этой формулы получено выражение для расчета температуры в области контакта.*

**E-mail:** gubareva\_ea@pochta.ru

**Ключевые слова:** покрытие, трение, тепловыделение, контактное давление, контактная температура.

Изучение контактных задач для тел с покрытиями представляет практический интерес, поскольку такие исследования могут быть использованы при создании методов расчета фундаментов и оснований, гидротехнических сооружений, клеевых соединений, ледовых переправ, дорожных покрытий, композиционных материалов. В сходной постановке задача о взаимодействии тел с покрытиями при износе, тепловыделении и учете зависимости коэффициента трения от температуры рассматривалась в работе [1]. В настоящей работе предложена иная зависимость коэффициента трения от температуры.

**Постановка задачи о контактном взаимодействии двух тел с тонкими мягкими покрытиями.** Пусть на одно тело нанесено покрытие 1 с начальной толщиной  $h_{10}$ , а на другое тело — покрытие 2 с начальной толщиной  $h_{20}$ . При этом механические и теплофизические характеристики покрытий различны; механические характеристики самих тел значительно превосходят аналогичные параметры покрытий тел, так что тела по сравнению с их покрытиями можно считать абсолютно жесткими; область контакта тел с покрытиями намного превосходит толщины покрытий  $h_{10}$  и  $h_{20}$ , так что покрытия можно считать относительно тонкими.

В близкой постановке задача рассматривалась в работах [2—4].

Используя «принцип микроскопа» [5], растянем окрестность какой-либо точки внутри области контакта и представим схему контакта тел с покрытиями, как это показано на рисунке.

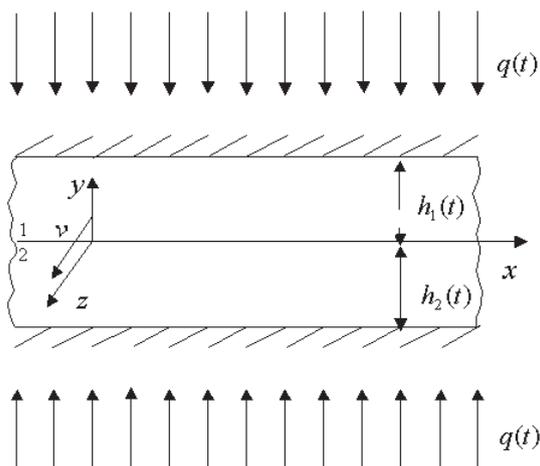


Схема контакта тел с покрытиями

Пусть в начальный момент времени одно тело, находясь в контакте с другим, начинает двигаться относительно него с постоянной скоростью  $v$  в направлении оси  $z$ . Динамическими эффектами будем пренебрегать. Обозначим через  $q(t)$  контактное давление в момент времени  $t$ ; в силу «принципа микроскопа» его можно считать не зависящим от координат  $x$  и  $z$ .

Предположим, что в области контакта возникают силы трения  $\tau(t)$ , связанные с контактным давлением  $q(t)$  нелинейной зависимостью  $\tau = k(q, T)$ , которую представим в следующем виде:

$$k(q, T) = \tau_* \left\{ \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k_1 q}{\tau_*}\right) \right] + (\beta_1 + \beta_2) T^* \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k_2 q}{\tau_*}\right) \right] \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $\tau_*$  — минимальное из касательных напряжений текучести материалов покрытий;  $k_1, k_2$  — коэффициенты трения материалов покрытий;  $T^*$  — контактная температура;  $\beta_1 = (1 + \nu_1)(1 - \nu_1)^{-1} \alpha_1$ ;  $\beta_2 = (1 + \nu_2)(1 - \nu_2)^{-1} \alpha_2$ , где  $\nu_1, \nu_2$  — коэффициенты Пуассона материалов покрытий;  $\alpha_1, \alpha_2$  — коэффициенты линейного расширения материалов покрытий.

Вследствие трения в области контакта возникает износ поверхностей покрытий. Происходит изменение толщин покрытий за счет термоупругих деформаций. Обозначим текущие значения толщин покрытий через  $h_1(t)$  и  $h_2(t)$ . Износ будем считать абразивным. Тогда перемещения, возникающие вследствие износа, пропорциональны работе сил трения и, следовательно, изменение толщин покрытий произойдет соответственно на величины [6]

$$v_{1*}(t) = -l_1 \int_0^t v \tau d\zeta = -l_1 v \int_0^t k(q, T) d\zeta;$$

$$v_{2*}(t) = l_2 \int_0^t v \tau d\zeta = l_2 v \int_0^t k(q, T) d\zeta,$$

где  $l_1, l_2$  — коэффициенты износостойкости материалов покрытий.

Вследствие трения в области контакта происходит также тепловыделение. Если пренебречь малой долей мощности работы сил трения, идущей на износ покрытий и приращение мощности их упругой энергии, то количество теплоты, выделяемой в единицу времени на единице площади контакта, можно представить в виде

$$Q = v\tau(t) = vk(q, T). \quad (2)$$

Износ — медленно протекающий процесс, поэтому будем считать, что функции  $q(t)$ ,  $\tau(t)$ ,  $h_1(t)$ ,  $h_2(t)$  являются медленно изменяющимися.

**Определение контактной температуры.** В контактной задаче с учетом износа и тепловыделения от трения представляет интерес не только определение контактного давления, но и контактных температур поверхностей покрытий. Для этого предположим, что давление задано, рассмотрим задачу теплопроводности для тел с покрытиями при наличии источников теплоты в зоне их контакта, т. е. на оси  $x$ . Поскольку  $q(t)$  изменяется медленно, режим теплопроводности можно считать квазистационарным.

В действительности тепловыделение происходит не на оси  $x$ , а в примыкающем к оси  $x$  тонком слое толщиной  $\delta \ll \inf(h_{10}, h_{20})$ , который называют «третьим слоем» [7]. Теплофизические свойства этого слоя вследствие наличия продуктов износа, шероховатостей (микрорповреждений и трещин) неоднородны по толщине. Таким образом, чтобы правильно сформулировать граничные условия задачи теплопроводности между покрытиями 1 и 2, т. е. на оси  $x$ , необходимо сначала решить задачу теплопроводности для неоднородного по теплофизическим свойствам слоя толщиной  $\delta$  с распределенным в нем источником теплоты.

Рассмотрим одномерное уравнение теплопроводности

$$[\lambda(y)T'(y)]' = -f(y), \quad (3)$$

где  $\lambda(y)$ ,  $T'(y)$  — теплопроводность и температура третьего тела;  $f(y)$  — источники теплоты, распределенные в третьем теле.

Поставим на границах третьего тела следующие условия:

$$T = T_2, \quad \lambda(0)T' = \lambda_2 T_2' \quad \text{при } y = 0; \quad (4)$$

$$T = T_1, \quad \lambda(\delta)T' = \lambda_1 T_1' \quad \text{при } y = \delta, \quad (5)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — температура в покрытиях 1 и 2;  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  — теплопроводность материалов покрытий 1 и 2.

Условия (4) и (5) — это обычные условия равенства температур и потоков теплоты между разнородными контактирующими телами. Вследствие непрерывного перехода теплофизических свойств третьего тела к теплофизическим свойствам покрытий 1 и 2 на границах  $y = \delta$  и  $y = 0$  имеем  $\lambda(0) = \lambda_2$ ,  $\lambda(\delta) = \lambda_1$ . Отметим, что

$$\int_0^t f(\xi) d\xi = Q, \quad (6)$$

где  $Q$  определяют по формуле (2).

После интегрирования уравнения (3) и с учетом выражений (4), (5) условие неидеального контакта [4] имеет вид

$$\lambda_2 T_2' - \lambda_1 T_1' = Q. \quad (7)$$

Приступим теперь к решению задачи теплопроводности для тел с покрытиями. При  $y = 0$  будем ставить условия (7). Будем считать, что температура тел  $T_0$  постоянна и равна температуре окружающей среды, поэтому ее можно принять за начало отсчета температур, т. е.  $T_0 = 0$ ; следовательно,  $T_1 = 0$  при  $y = h_1$  и  $T_2 = 0$  при  $y = -h_2$ . Тогда из уравнений теплопроводности для покрытий

$$T_1'' = 0; \quad T_2'' = 0.$$

Найдем выражения для температур в покрытиях:

$$T_1 = T^* \left( 1 - \frac{y}{h_1} \right); \quad T_2 = T^* \left( 1 + \frac{y}{h_2} \right). \quad (8)$$

С помощью (8) удовлетворим первому уравнению (7) при  $y = 0$ . В результате для контактной температуры  $T^*$  получим выражение

$$T^* = \frac{h_1 h_2 v \tau_* \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k_1 q}{\tau_*}\right) \right]}{\lambda_2 h_1 + \lambda_1 h_2 - h_1 h_2 v (\beta_1 + \beta_2) \tau_* \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k_2 q}{\tau_*}\right) \right]}.$$

Очевидно, следует потребовать, чтобы в любой момент времени  $t$  выполнялось условие

$$S = \lambda_2 h_1 + \lambda_1 h_2 - h_1 h_2 (\beta_1 + \beta_2) v \tau_* \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k_2 q}{\tau_*}\right) \right] > 0, \quad (9)$$

которое необходимо для осуществления режима квазистационарной теплопроводности. Данное условие накладывает ограничение на скорость  $v$  или контактное давление  $q(t)$ . Также при определенных значениях параметров, входящих в выражение (9), может оказаться, что в какой-то момент времени  $S = 0$ , а контактная температура  $T^*$  станет бесконечной. Такое явление называют тепловым взрывом [8]. При  $k_2 = 0$  это условие выполняется автоматически.

Необходимо также потребовать, чтобы значение  $T^*$  при любых  $t$  не достигало температур плавления  $T_1^m$  и  $T_2^m$  материалов соответствующих покрытий. Это при условии, что  $q(t) \leq q^* < \infty$  накладывает ограничение на скорость  $v$ , т. е. из равенства  $T^* = \min T_i^m$  ( $i = 1, 2$ ) может быть найдена критическая скорость  $v_*$ , превышение которой приведет в какой-то момент времени к подплавлению одного из покрытий.

В рассматриваемом случае

$$v_* = \frac{T^* (\lambda_2 h_1 + \lambda_1 h_2)}{h_1 h_2 \tau_* \left( T^* (\beta_1 + \beta_2) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k_2 q}{\tau_*}\right) \right] + \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k_1 q}{\tau_*}\right) \right] \right)}.$$

**Выводы.** В предложенной постановке задачи о взаимодействии тел с покрытиями при износе, тепловыделении и учете зависимости коэффициента трения от температуры найдено аналитическое выражение для контактной температуры в виде простой формулы, которая может быть использована при инженерных расчетах, а также получено выражение для критической скорости, превышение которой приведет к подплавлению одного из покрытий.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров В. М., Губарева Е. А. Задача о взаимодействии тел с покрытиями при износе, тепловыделении и учете зависимости коэффициента трения от температуры // Экологический вестник научных центров ЧЭС. – 2006. – № 2. – С. 10–15.
2. Александров В. М. О термосиловом взаимодействии деформируемых покрытий тел с учетом износа // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1995. – № 5. – С. 70–75.
3. Александров В. М. Абразивный износ тонкого мягкого покрытия при нелинейном законе трения с учетом тепловыделения // Изв. вузов. Сев.-Кавказ. регион. Техн. науки. – 2001. Спец. выпуск. – С. 11–13.
4. Александров В. М. Контактная задача для тел с покрытиями с учетом нелинейного трения, износа и тепловыделения от трения // Изв. РАН. МТТ. – 2003. – № 4. – С. 128–135.
5. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
6. Хрущов М. М., Бабичев М. А. Абразивное изнашивание. – М.: Наука, 1970. – 251 с.
7. Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С. Основы расчетов на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – 528 с.
8. Подстригач Я. С. Температурное поле в системе твердых тел, сопряженных с помощью тонкого промежуточного слоя // Инж.-физ. журн. – 1963. – Т. 6, № 10. – С. 129–136.

Статья поступила в редакцию 03.07.2012.