

Анализ зависимостей деформируемости опорной поверхности. Вертикальные деформации

В.В. Ларин¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва 105005, Россия

Представлен анализ достоинств и недостатков зависимостей, описывающих изменение вертикальной деформации опорной поверхности под деформаторами и используемых при оценке опорной проходимости безрельсовых транспортных средств (колесных, гусеничных и др.).

E-mail: larin.lvv20946@yandex.ru

Ключевые слова: транспортное средство, опорная поверхность, грунт, деформация, вертикальная деформация, деформатор-штамп.

При оценке опорной проходимости транспортных средств (ТС), движущихся по деформируемым опорным поверхностям (ОП), необходимо иметь зависимости изменения деформаций (вертикальных и горизонтальных) ОП под их движителями.

Разработанные в механике грунтов методы расчета деформаций грунтов очень сложны. Они получены для процессов взаимодействия больших масс грунта и нагружающих поверхностей, при длительном процессе нагружения, для относительно плотных грунтов и мало пригодны в предлагаемом виде для исследования процесса взаимодействия движителя ТС с верхним слоем деформируемой ОП.

Поэтому в различных методиках расчета параметров взаимодействия движителей ТС с деформируемой ОП наибольшее распространение получили полуэмпирические и эмпирические зависимости. Это, например:

а) изменение вертикального перемещения h_{rz} деформатора (штампа) в грунте от среднего нормального давления p_z (или наоборот) при отсутствии горизонтальных нагрузок ($p_x = p_y = 0$): $h_{rz} = f(p_z)$ (рис. 1, а);

б) изменение перемещения h_{rz} от давлений p_z , p_x , p_y (т. е. при действии нагрузки не перпендикулярно ОП, а под углом) на пределе несущей способности грунтовой массы: $h_{rz} = f(p_z, p_x, p_y)$ (рис. 1, б);

в) изменение горизонтального перемещения h_{rx} деформатора при нормальных давлениях, не превосходящих несущей способности грунтовой массы (рис. 1, в): $h_{rx} = j_x = f(p_z, p_x, p_y)$; $h_{ry} = j_y = f(p_z, p_x, p_y)$.

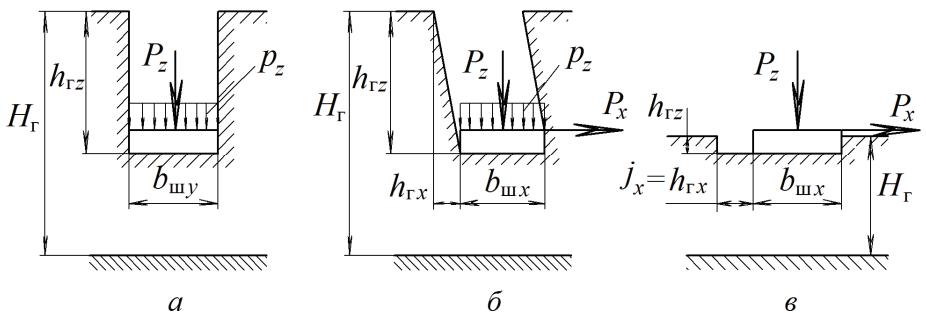


Рис. 1. Схемы нагружения грунтовой массы ОП деформатором

Требования к зависимостям следующие:

- соответствие физическому процессу деформации;
- независимость параметров, характеризующих деформируемость ОП от размеров и формы деформаторов;
- пригодность для оценки деформируемости большинства ОП;
- наличие параметров деформируемых ОП, по которым накоплен достаточный объем статистических данных;
- относительная простота и возможность практического использования.

В настоящей статье рассмотрены зависимости $h_{rz} = f(p_z)$ или $p_z = f(h_{rz})$. Среди большого количества формул [1] выберем те, по коэффициентам которых накоплен большой объем статистического материала.

Экспериментальные кривые вертикальной деформации грунтовой массы при изменении размеров деформатора и толщины слоя грунта H_r качественно представлены на рис. 2.

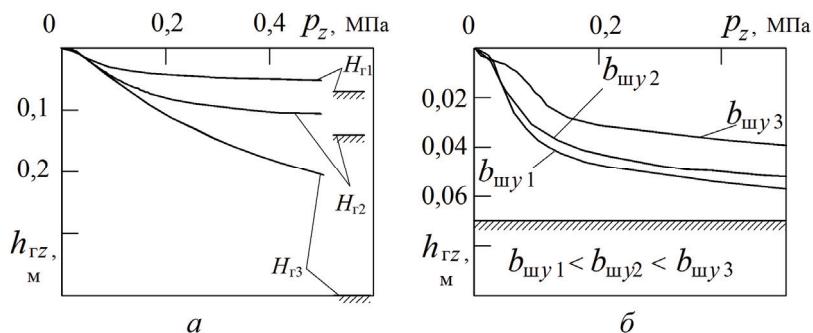


Рис. 2. Изменение вертикальной деформации ОП при различных размерах деформатора и толщины однородного слоя ОП:

a — постоянные размеры деформатора и различная толщина слоя ОП; *б* — одинаковая толщина слоя ОП и различные размеры деформатора

Для расчета параметров опорной проходимости ТС наиболее часто используют эмпирические степенные зависимости типа формулы Берштейна — Летошнева:

$$p_z = c'_r h_{rz}^{\mu_r}, \quad (1)$$

где c'_r , μ_r — показатели деформируемости ОП.

С целью повышения точности расчетов по этой зависимости предложено множество видоизменений и дополнений. Так, согласно М.Г. Беккеру [2],

$$c'_r = k_f + \frac{k_c}{b_{wy}},$$

где k_f , k_c — модули трения и сцепления при погружении соответственно; b_{wy} — ширина (наименьший размер) деформатора;

по А.Р. Рису [3]

$$p_z = (\gamma_r b_{wy} k'_f + c_r k'_c) \left(\frac{h_{rz}}{b_{wy}} \right)^{\mu_r},$$

где γ_r , c_r — удельный вес и связанность грунта соответственно;

а, согласно С.С. Саакяну,

$$p_z = c''_r \left(\frac{h_{rz}}{b_{wy}} \right)^{\mu_r}.$$

Основными недостатками степенных формул типа (1) являются достаточно узкие диапазоны изменения давлений и размеров деформаторов, в которых они дают правдоподобные результаты, а также изменение параметров c'_r , k_f , k_c и μ_r при изменении толщины H_r и размеров деформатора. Кроме того, они не имеют физического смысла, чисто экспериментальны, базируются на эмпирических коэффициентах. Использование коэффициентов c'_r , k_f , k_c и других, размерность которых зависит от экспоненты погружения μ_r , только усложняет проблему. Так, при известных в литературе коэффициентах c'_r (10^5 Па/см $^{\mu_r}$) и μ_r формула (1) преобразуется к виду

$$p_z = 0,1 c'_r (100 h_{rz})^{\mu_r},$$

где p_z — в МПа; h_{rz} — в м.

При этом влияние μ_r на $p_z(h_{rz})$ прямо противоположно. Так, расчет по уравнению (1) для рыхлых грунтов дает $\mu_r \geq 1$ (рис. 3, *a*), а по преобразованному — $\mu_r \leq 1$ (рис. 3, *б*). Вид расчетных кривых значительно отличается. Необходимо отметить, что многие авторы вообще не указывают для показателя c'_r единицу измерения, представляя его в безразмерном виде.

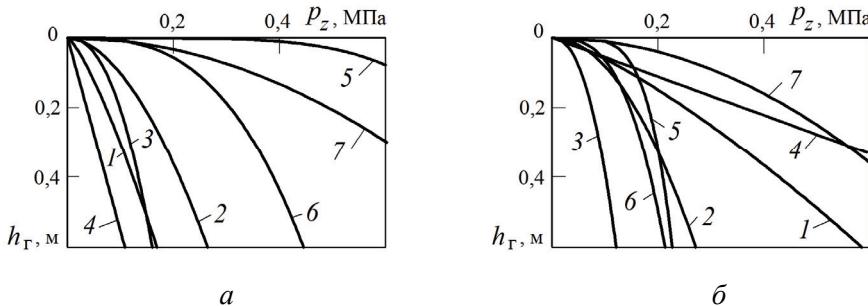


Рис. 3. Изменение вертикальных деформаций деформируемых ОП:

а — расчет по формуле (1); *б* — то же по преобразованной формуле (1). Цифры у кривых соответствуют номерам ОП в табл. 1

**Таблица 1
Параметры деформируемых ОП [4]**

№	Тип ОП	c'_r	μ_r
1	Суглинистая пахота сухая	0,25	0,77
2	Суглинистая пахота влажная ($W < 20\%$)	0,35	0,50
3	Влажная суглинистая пахота ($W > 20\%$)	0,20	0,44
4	Грунтовая дорога влажная	0,18	1,00
5	Песок мелкозернистый сухой	1,10	0,20
6	Песок мелкозернистый влажный	0,58	0,34
7	Грунтовая дорога разбитая	1,00	0,50

Другой разновидностью эмпирического подхода является трансцендентная зависимость, предложенная В.В. Кацыгиным [5]:

$$p_z = p_{z \text{ сд}} \operatorname{th} \frac{k_{\text{об}} h_{rz}}{p_{z \text{ сд}}}, \quad (2)$$

где $p_{z \text{ сд}}$ — несущая способность грунта, МПа; $k_{\text{об}}$ — коэффициент объемного смятия грунта, численно равный тангенсу угла наклона касательной к кривой деформации грунта в начале координат, МПа/м.

Кривые, рассчитанные по зависимостям (1) и (2), представлены на рис. 4. Деформации ОП не зависят от размеров деформаторов и высоты H_r .

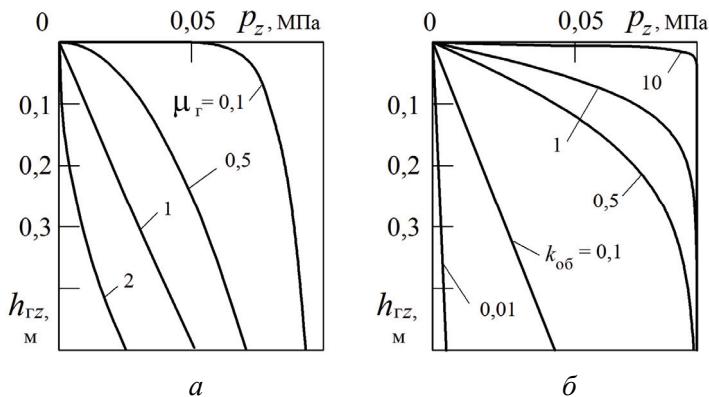


Рис. 4. Изменение вертикальных деформаций при различных показателях деформируемости ОП:

a — расчет по зависимости (1) при $c_r = 0,1$; *б* — то же по формуле (2) при $p_s = 0,1$

Более сложной является предложенная Я.С. Агейкиным [6] формула для расчета деформируемости грунта, базирующаяся на аналитических зависимостях механики грунтового основания, основная из которых имеет вид

$$h_{rz} = h_{r \text{ сж}} p_{z \text{ сд}} / (p_{z \text{ сд}} - p_z).$$

В эти зависимости входят параметры, по которым накоплен большой объем статистического материала в механике грунтов. Они применимы к большинству встречающихся ОП и учитывают толщину H_r , что позволяет значительно расширить диапазон рассматриваемых деформируемых ОП с учетом их физико-механических свойств, получать более достоверные результаты при значительных диапазонах изменения размеров деформаторов, параметров p_z и H_r . Формулы учитывают направление суммарной нагрузжающей силы, относительно прости и удобны для расчета. Их постоянно уточняют, что вызывает некоторые трудности при использовании. Так, в работе [6] с учетом угла приложения нагрузки $\psi_y = \arctg(P_y/P_z)$ дана зависимость

$$p_z = \left[\frac{1}{p_{z \text{ сд}}} + \frac{a_r b_{шy} \cos \psi_y J_b \arctg \left(\frac{H_r - h_r}{a_r b_{шy} \cos \psi_y} \right)}{E_r h_r} \right]^{-1}, \quad (3)$$

а в работе [7] приведен ее усовершенствованный вариант со значительным изменением некоторых коэффициентов:

$$p_z = \left[\frac{1}{p_{z\text{сд}}} + \frac{0,5\pi a_r b_{\text{шy}} J_b \arctg \left(\frac{H_r - h_r}{a_r b_{\text{шy}} \cos \varphi_y} \right)}{E_r h_r} \right]^{-1}, \quad (4)$$

где a_r — коэффициент, учитывающий изменение закона распределения напряжений по глубине грунта; J_b — коэффициент влияния размеров деформатора на распределение напряжений в грунте; $b_{\text{шx}}$ — длина деформатора; E_r — модуль общей деформации грунта, МПа.

При расчетах используют такие параметры грунта, как удельный вес γ_r , связанность c_r и угол внутреннего трения φ_r .

На рис. 5 представлены рассчитанные по формулам (3) и (4) зависимости $h_r(p_z, H_r)$ при внедрении плоского деформатора $0,4 \times 0,4$ м в три деформируемые ОП (табл. 2).

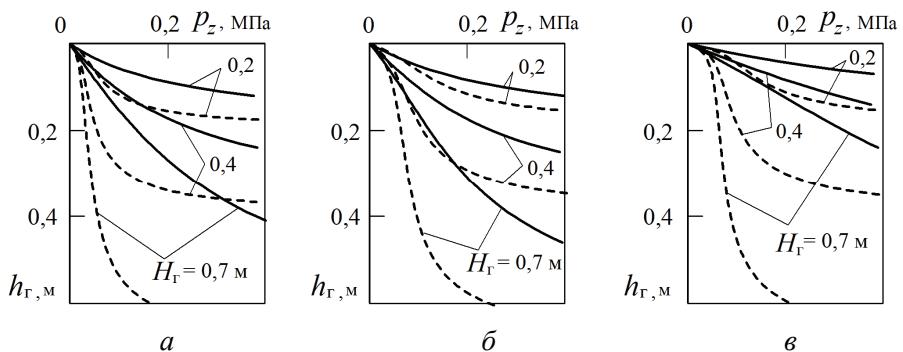


Рис. 5. Изменение вертикальных деформаций от несущей способности на песке пылеватом рыхлом (а), рыхлой пахоте весной (б) и снеге старом плотном сухом (в):

штриховые линии — расчет по формуле (3); сплошные — то же по формуле (4)

Таблица 2

Параметры деформируемых ОП

Тип ОП	E_r , МПа	c_r , МПа	φ_r^* , град	γ_r , МН/м ³
Песок пылеватый рыхлый	0,4	0,0001	26	0,0145
Пахота рыхлая весной	0,5	0,0080	7	0,0100
Снег старый плотный сухой	1,2	0,0040	20	0,0033

Как видно на рис. 5, зависимости $h_{\Gamma}(p_z, H_{\Gamma})$, рассчитанные по этим формулам, существенно отличаются. Графики $h_{\Gamma}(p_z, H_{\Gamma}, \tilde{P}_y)$, где $\tilde{P}_y = P_y/P_z$, для тех же деформатора и ОП, вычисленные по формуле (4), представлены на рис. 6. Видно, что при действии большой относительной горизонтальной силы вертикальная деформация h_{Γ} изменяется незначительно.

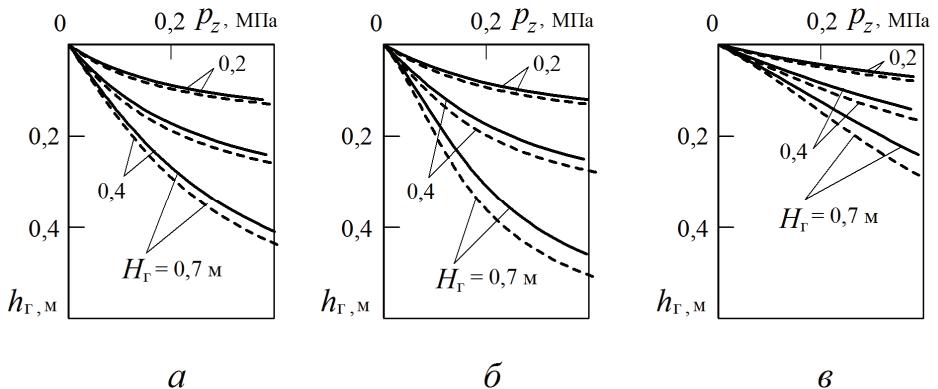


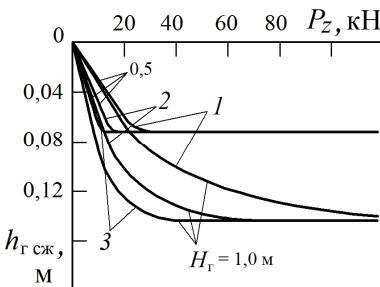
Рис. 6. Изменение вертикальных деформаций на песке пылеватом рыхлом (а), рыхлой пахоте весной (б) и снеге старом плотном сухом (в) при $\tilde{P}_y = 0,6$ (штриховые линии) и $\tilde{P}_y = 0$ (сплошные линии)

Другой подход к определению зависимости $h_{\Gamma z} = f(p_z, p_x, p_y)$, также базирующийся на закономерностях теории механики грунтов, разработан в работах [8, 9]. Вертикальную деформацию $h_{\Gamma z}$ рассчитывают по формуле

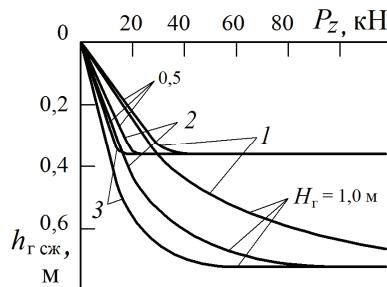
$$h_{\Gamma z} = h_{\Gamma \text{ сж}} + h_{\Gamma \text{ сд}} \exp\left(-\frac{h_{\Gamma \text{ сд}}}{h_{\Gamma \text{ сж}}}\right) \frac{H_{\Gamma}}{H_{\Gamma} - h_{\Gamma \text{ сд}}} \quad (5)$$

(деформации сжатия $h_{\Gamma \text{ сж}}$ и сдвига $h_{\Gamma \text{ сд}}$ определяют методами механики грунтов, а влияние твердого подслоя учитывают увеличением расчетной несущей способности грунта). В формулы подставляют параметры реального грунта E_{Γ} , c_{Γ} , φ_{Γ} , γ_{Γ} и учитывают эпюру распределения вертикальных давлений.

Изменение деформаций сжатия рыхлого мелкозернистого песка (коэффициент пористости $e > 0,75$) и свежего рыхлого снега ($\rho_{\Gamma} < 0,1 \text{ т}/\text{м}^3$) при внедрении эластичного деформатора диаметром 0,5 м показано на рис. 7.



a



б

Рис. 7. Изменение деформаций сжатия слоя песка (*а*) и снега (*б*) толщиной $H_r = 0,5$ м (сплошные линии) и $1,0$ м (штриховые линии) при внедрении эластичного деформатора диаметром $0,5$ м:

1—3 — соответственно равномерное, эллипсоидное и параболоидное распределения давления по поверхности деформатора

Уравнение (5) позволяет установить непосредственное вертикальное заглубление (осадку) h_{r_z} деформатора с заданными геометрическими параметрами при действии вертикальной P_z и горизонтальной P_y сил.

На рис. 8 представлены рассчитанные по формуле (5) кривые изменения деформаций сжатия $h_{r_{скж}}$, сдвига $h_{r_{сд}}$ и суммарной деформации h_{r_z} при погружении плоского квадратного деформатора $0,4 \times 0,4$ м в среднезернистый рыхлый песок ($e > 0,7$), однородный суглинок высокой влажности ($W > W_L$) и свежий рыхлый снег ($\rho_r < 0,1 \text{ т}/\text{м}^3$) с $H_r = 0,5$ м.

Характеристики вертикальных деформаций для тех же ОП и деформатора, рассчитанные по уравнениям (4) и (5), приведены на рис. 9.

В работах [1, 10, 11] для оценки вертикальной деформируемости снега предлагается использовать зависимость

$$h_r = \frac{P_z}{P_z \left[\frac{b_{шy} + d_r}{H_r \cos \psi_y (n_{упл} b_{шy} + d_r)} \right] + k_{ж0}}, \quad (6)$$

где d_r , $n_{упл}$, $k_{ж0}$ — соответственно эмпирический коэффициент, а также коэффициенты уплотняемости и начальной жесткости снега, причем $d_r = 0,0287(H_r \cos \psi_y)^{1,5}$ [1, 10] и $d_r = 0,01(48H_r - 16)$ [11], $n_{упл} = 0,3/(\rho_{r0} + 0,3)$.

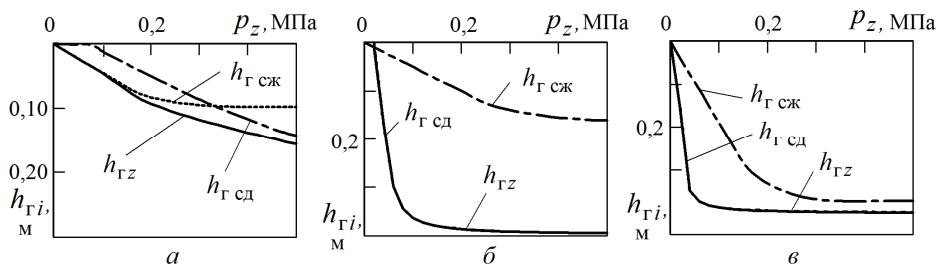


Рис. 8. Изменение вертикальных деформаций слоя песка (а), суглинка (б) и снега (в) толщиной $H_r = 0,5$ м под плоским квадратным деформатором $0,4 \times 0,4$ м

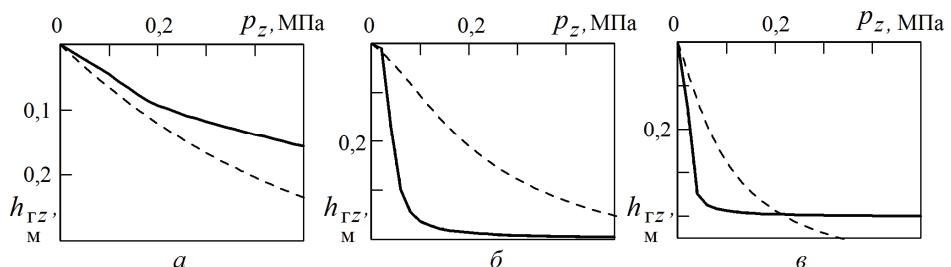


Рис. 9. Изменение вертикальных деформаций слоя песка (а), суглинка (б) и снега (в) толщиной $H_r = 0,5$ м под плоским деформатором $0,4 \times 0,4$ м: сплошные линии — расчет по формуле (5), пунктирные — то же по формуле (4)

Авторы предлагают для исследования проходимости ТС использовать четыре типа снега (табл. 3).

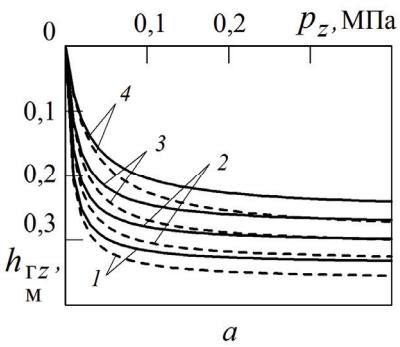
Таблица 3

Физико-механические свойства снега [1, 10]

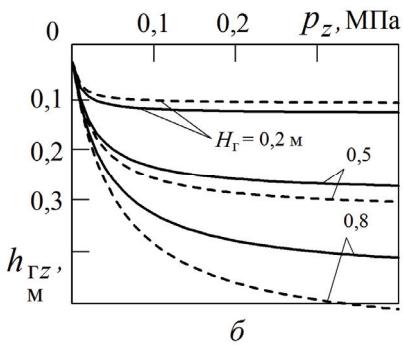
Тип снега	ρ_{r0} , т/м ³	$k_{ж0}$, МПа/м	c_r , МПа	$\operatorname{tg} \varphi_r$
1	0,15	0,02	0,0005	0,25
2	0,20	0,03	0,0010	0,30
3	0,25	0,05	0,0025	0,33
4	0,30	0,10	0,0050	0,36

На рис. 10 представлены рассчитанные по этим формулам зависимости изменения осадки плоского деформатора $0,4 \times 0,4$ м.

Характеристики деформации свежего рыхлого снега $\rho_r = 0,1$ т/м³ толщиной $H_r = 0,5$ м деформатором $0,4 \times 0,4$ м, рассчитанные по различным формулам, приведены на рис. 11.



a



б

Рис. 10. Изменение вертикальных деформаций слоя различного типа снега толщиной $H_r = 0,5$ м (*а*) и снега типа 4 (*б*):

1—4 — тип снега (см. табл. 3); сплошные линии — по данным [1], штриховые — по данным [11]

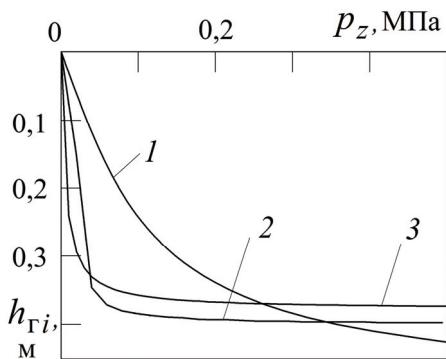


Рис. 11. Изменение деформаций свежего снега толщиной $H_r = 0,5$ м деформатором $0,4 \times 0,4$ м:

1—3 — соответственно расчет по формулам (4), (5) и (6)

Проведенный краткий анализ дает представление о преимуществах и недостатках зависимостей вертикальной деформации ОП, зонах их применения и возможных ошибках при расчетах. При определенных условиях (узкие диапазоны давлений, размеры деформатора, толщины ОП) возможно использование всех рассмотренных зависимостей. Однако для более точной оценки опорной проходимости ТС с учетом вертикальных деформаций при последующих проходах, например многоосных колесных машин при прямолинейном и криволинейном движении, предпочтительнее использовать более сложные зависимости типа (5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вездеходные транспортно-технологические машины. Основы теории движения / В.В. Беляков, И.А. Бескин, В.С. Козлов и др. — Н-Новгород: ТАЛАМ, 2004. — 960 с.
2. Беккер М.Г. Введение в теорию систем местность — машина: пер. с англ.; под ред. В.В. Гуськова. — М.: Машиностроение, 1973. — 520 с.
3. Вонг Д. Теория наземных транспортных средств: пер. с англ.; под ред. А.И. Аксенова. — М.: Машиностроение, 1982. — 284 с.

4. Шухман С.Б., Соловьев В.И., Прочко Е.И. Теория силового привода колес автомобилей высокой проходимости. — М.: Агробизнесцентр, 2007. — 336 с.
5. Гуськов В.В. Тракторы. Ч. II. Теория. — Минск: Вышэйш. шк., 1977. — 284 с.
6. Агейкин Я.С. Проходимость автомобилей. — М.: Машиностроение, 1981. — 232 с.
7. Агейкин Я.С., Вольская Н.С. Теория автомобиля: учеб. пособие. — М.: МГИУ, 2008. — 318 с.
8. Ларин В.В. Методы прогнозирования опорной проходимости многоосных колесных машин на местности. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. — 224 с.
9. Ларин В.В. Теория движения полноприводных колесных машин: учебник. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. — 391 с.
10. Донато И.В. Проходимость колесных машин по снегу / И.В. Донато. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. — 231 с.
11. Рукавишников С.В. Особенности взаимодействия гусеничного движителя снегоходных машин с полотном пути. — Горький: ГПИ им. А.А. Жданова, 1979. — 94 с.

Статья поступила в редакцию 09.10.2012