

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ОБКАТКИ ГАЛТЕЛИ КОЛЕНЧАТОГО ВАЛА

Представлены основные соотношения метода конечных элементов в инкрементальной постановке расчета физически нелинейной задачи определения напряженно-деформированного состояния заготовки коленчатого вала в процессе обкатки галтелей. Остаточные напряжения в заготовке устанавливают с помощью упруго-пластической модели материала. Проведено сравнение результатов расчета напряженно-деформированного состояния с экспериментальными данными.

E-mail: v.suslikov@gmail.com

Ключевые слова: коленчатый вал, обкатка, метод конечных элементов, остаточные напряжения.

Коленчатый вал должен обладать высоким запасом циклической прочности для безотказной работы в период всего срока службы двигателя. Как правило, поломки коленчатых валов носят усталостный характер: в местах наибольшей концентрации напряжений начинается развитие усталостных трещин. Такими местами являются края отверстий для смазывания в шейках и галтели сопряжения щек с шейками (наиболее вероятное место).

В процессе изготовления коленчатого вала галтели для повышения выносливости подвергают поверхностному пластическому деформированию (ППД). К этому типу обработки относят обдувку дробью, чеканку, обкатку и др. Наиболее эффективной для обработки галтелей коленчатых валов является обкатка роликом или шариком.

Эффект от обкатки проявляется в уменьшении шероховатости поверхности заготовки (ликвидация поверхностных микронеровностей и формирование сглаженного микропрофиля), упрочнении в зоне контактной деформации и создании поля благоприятных остаточных напряжений. Остаточная напряженность поверхностно-деформированных деталей является главной причиной повышения их усталостной прочности [1].

Во время работы в обкатанных деталях возникающие напряжения растяжения от внешней нагрузки суммируются с остаточными напряжениями сжатия, при этом опасные растягивающие напряжения уменьшаются. В процессе обкатки поверхность заготовки коленчатого вала претерпевает пластическую деформацию, поэтому задача определения напряженно-деформированного состояния является физически нелинейной как следствие нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями в пластической области работы материала.

Задача определения напряженно-деформированного состояния коленчатого вала в процессе обкатки может быть решена на основе тех же вариационных принципов, что и задачи механики упругого тела. Если найдено решение линейной задачи, то можно получить решение нелинейной задачи с помощью некоторого итерационного процесса, на каждом шаге которого материальные константы выбирают так, чтобы они удовлетворяли определяющим уравнениям [2].

Хотя процесс формоизменения заготовки коленчатого вала при обработке ППД сопровождается деформациями, значительно превышающими возможные упругие деформации, в данном случае учитывать последние крайне необходимо. Связано это с тем, что после завершения ППД (снятие усилия обкатки) в заготовке коленчатого вала сохраняются самоуравновешенные остаточные напряжения, механизм образования которых определяется законом о разгрузке. Из изложенного ясно, что модель материала заготовки коленчатого вала должна быть упруго-пластической.

Зависимость компонентов деформаций от компонентов напряжений выражается законом Гука, который справедлив до образования пластических деформаций:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left[(1 + \mu) \sigma_{ij} - 3\mu \delta_{ij} \sigma_o \right],$$

где μ и E — коэффициент Пуассона и модуль упругости первого рода; δ_{ij} — символ Кронекера.

Пластические деформации в упрочняемом материале возникают, когда компоненты напряжений удовлетворяют условию пластичности:

$$F(\sigma_{ij}, \chi) = 0, \quad (1)$$

где χ — параметр упрочнения [3].

Условие пластичности принимают в виде зависимости Максвелла — Хуберта — Мизеса, устанавливающей связь между интенсивностью напряжений в точке σ_i и напряжением текучести σ_T :

$$\sigma_i = \sigma_T(\varepsilon_0, \dot{\varepsilon}_i, T),$$

являющейся функцией накопленных пластических деформаций

$$\varepsilon_0 = \int \dot{\varepsilon}_i dt,$$

интенсивности скорости деформаций $\dot{\varepsilon}_i$ в данный момент и температуры T .

Связь приращений пластических деформаций с условием пластичности устанавливает ассоциированный закон течения

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (2)$$

где λ — неопределенный коэффициент пропорциональности.

Этот закон трактуют как требование ортогональности вектора приращений пластических деформаций поверхности пластичности в n -мерном пространстве напряжений. Изменение деформации при бесконечно малом приращении напряжения может быть представлено в виде суммы упругой и пластической частей, т. е.

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p. \quad (3)$$

Связь между скоростями точки и компонентами тензора скоростей деформаций задают в виде соотношений Коши для малых деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right),$$

где v_i — компоненты вектора скорости смещения точки по осям координат ∂x_i ($i, j = 1, 2, 3$).

Также должно быть выполнено условие несжимаемости

$$\dot{\varepsilon}_V = 0. \quad (4)$$

Функционал баланса мощности внутренних и внешних сил включает в себя скорость рассеяния энергии деформации и мощность, развиваемую действующими на заготовку внешними силами f_i на скоростях смещений v_i [4]:

$$\Phi \equiv \int_V \sigma_i \dot{\varepsilon}_i dV - \int_S f_i v_i dS \equiv \int_V \sigma_i \dot{\xi}_{ij} dV - \int_S f_i v_i dS. \quad (5)$$

В соответствии с вариационным принципом из всех кинематически возможных полей скоростей, отвечающих условию несжимаемости, истинное поле скоростей сообщает абсолютный минимум функционалу Φ :

$$\delta\Phi = 0.$$

Вследствие того что решение вариационного уравнения должно удовлетворять условию несжимаемости и граничным условиям, необходимо использовать специальные процедуры минимизации функционала совместно с упомянутыми условиями.

В применяемом для расчета программном комплексе DEFORM-3D используется подход к учету данного условия, основанный на методе дополнительных функций (пенальти). Строится модифицированный функционал вида

Неопределенную постоянную λ можно исключить, избегая при этом умножения и деления на величину A , которая в общем случае может быть равна нулю. В результате получаем выражение, в явном виде определяющее изменение напряжений через изменение деформаций:

$$d\{\sigma\} = [D]_{ep}^* d\{\varepsilon\}.$$

Здесь $[D]_{ep}^* = [D] - \{d\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D] \left[A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \right]^{-1}$

— упруго-пластическая матрица. Она симметрична и имеет смысл независимо от того, равна ли нулю величина A .

В упрочняемом материале χ определяют как пластическую часть работы при пластическом деформировании, т. е.

$$d\chi = \{\sigma\}^T d\{\varepsilon\}^p.$$

Используя закон течения (2), получаем

$$d\chi = \lambda \{\sigma\}^T \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}}. \quad (8)$$

Очевидно, что λ можно исключить из (8):

$$A = - \frac{\partial F}{\partial \chi} \{\sigma\}^T \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}}.$$

Связь между скоростями точек и скоростями деформации имеет следующий вид:

$$\{\xi\} = [B] \{\dot{\delta}\},$$

где $[B]$ — матрица деформации; $\{\dot{\delta}\}$ — вектор-столбец скоростей точек.

Уравнение (5) для элемента в матричной форме принимает вид

$$\frac{\delta \Phi}{\delta \{\dot{\delta}^e\}} \equiv \int_{V^e} [B]^T [D]_{ep}^* [B] dV \{\dot{\delta}^e\} - \int_{S^e} [N]^T \{f\} dS, \quad (9)$$

где $[N]$ — матрица формы элемента.

Суммирование уравнений (9) по всем элементам приводит к системе нелинейных алгебраических уравнений равновесия относительно неизвестных узловых скоростей точек

$$[K(\{\dot{\delta}\})] \{\dot{\delta}\} - \{R(\{\dot{\delta}\})\} = 0,$$

где $[K(\{\dot{\delta}\})] = \int_V [B]^T [D]_{ep}^* [B] dV$ — матрица жесткости системы;

$\{R(\{\dot{\delta}\})\}$ — вектор узловых внешних сил системы.

Нелинейность задачи ведет к нарушению принципа суперпозиции и ее решение существенным образом зависит от истории (пути) нагружения. В случае сложного непропорционального нагружения решение может быть получено лишь разбиением пути нагружения на малые интервалы и суммированием найденных на каждом интервале решений.

Для реализации шаговой концепции МКЭ следует сформулировать в инкрементальной форме, когда разрешающие уравнения записывают не для конечных величин узловых внешних воздействий, а для их приращений в пределах каждого шага. При этом процесс деформирования тела удобно представить как процесс движения его точек, а решение задачи отыскивать, последовательно переходя от шага к шагу, в виде скорости узловых точек $\{\dot{\delta}\}$ в момент времени $t + \Delta t$, т. е. $\{\dot{\delta}^{t+\Delta t}\} = \{\dot{\delta}^t\} + \{\Delta\dot{\delta}\}$. При этом вектор решения на каждом шаге $\{\Delta\dot{\delta}\}$ должен быть найден из системы уравнений равновесия МКЭ, но записанной в инкрементальной форме [5]:

$$F(\{\dot{\delta}^t\}) = [K(\{\dot{\delta}^t\})]\{\Delta\dot{\delta}\} - \{\Delta R(\{\dot{\delta}^t\})\} = 0, \quad (10)$$

где $[K(\{\dot{\delta}^t\})]$ — матрица жесткости системы, являющаяся функцией ее состояния в момент времени t ; $\{\Delta\dot{\delta}\}$ — вектор-столбец неизвестных значений приращений узловых скоростей за время Δt ; $\{\Delta R(\{\dot{\delta}^t\})\}$ — вектор приращений узловых внешних сил системы, зависящий от $\{\dot{\delta}^t\}$ вследствие температурных деформаций.

Процедура шагового метода представлена графически на рис. 1.

При решении задачи приходится иметь дело с конечными временными интервалами, что, как видно на рис. 1, ведет к накоплению погрешности приближенного решения от точного. Для устранения этого недостатка на каждом временном шаге используется итерационный алгоритм Ньютона — Рафсона (рис. 2).

Допустим, что известно решение уравнения (10) $\{\Delta\dot{\delta}\}$. Тогда вариация (10) из положения равновесия по $\{\delta(\Delta\dot{\delta})\}$ будет иметь вид

$$\delta F(\{\dot{\delta}^t\}) = \delta \left([K(\{\dot{\delta}^t\})]\{\Delta\dot{\delta}\} - \{\Delta R(\{\dot{\delta}^t\})\} \right) = 0.$$

За “нулевое” приближение принимают упругое решение для физически нелинейной задачи.

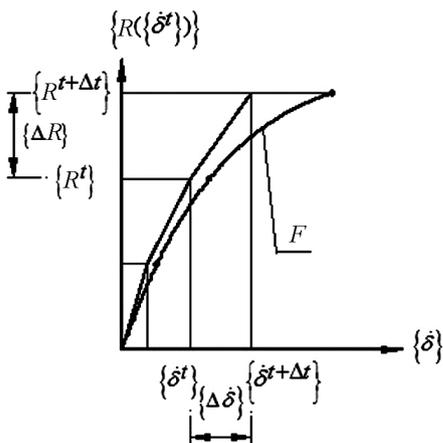


Рис. 1. Шаговый метод:

F — точное решение

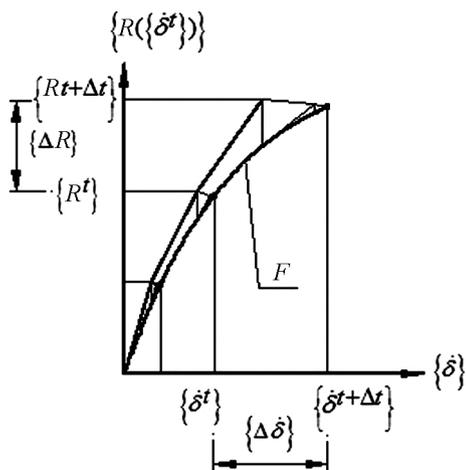


Рис. 2. Шагово-итерационный метод:

F — точное решение

Пусть вектор-столбец $\{\Delta\dot{\delta}^{(k)}\}$ есть k -е приближение к корню уравнения

$$F(\{\Delta\dot{\delta}\}) = [K(\{\dot{\delta}'\})]\{\Delta\dot{\delta}\} - \{\Delta R(\{\dot{\delta}'\})\} = 0. \quad (11)$$

Тогда поправка к приближенному решению $\{\Delta\dot{\delta}^{(k)}\}$

$$\{\Delta(\Delta\dot{\delta})^{(k+1)}\} = -[K(\{\Delta\dot{\delta}^{(k)}\})]^{-1} F'(\{\Delta\dot{\delta}^{(k)}\}),$$

где $F'(\{\Delta\dot{\delta}^{(k)}\})$ — уточненное значение функции с учетом зависимости $\{\Delta R(\{\dot{\delta}'\})\}$.

Отсюда $(k+1)$ -е приближение к корню уравнения (11)

$$\{(\Delta\dot{\delta})^{(k+1)}\} = \{(\Delta\dot{\delta})^{(k)}\} + \{\Delta(\Delta\dot{\delta})^{(k+1)}\}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

По существу, $F'(\{\Delta\dot{\delta}^{(k)}\})$ является неуравновешенным вектор-столбцом нагрузки $\{\Delta R(\{\dot{\delta}'\})\}$ (невязкой сил).

Процесс вычислений заканчивается, когда достигнута заданная точность решения ε , т. е. при выполнении условия для невязки скоростей:

$$\|\delta(\Delta\dot{\delta})\| \leq \varepsilon, \quad (12)$$

где $\|\delta(\Delta\dot{\delta})\| = \sqrt{\{\delta(\Delta\dot{\delta})\}^T \{\delta(\Delta\dot{\delta})\} / \{\Delta\dot{\delta}\}^T \{\Delta\dot{\delta}\}}$ — евклидова норма.

Помимо невязки скорости критерием сходимости в DEFORM-3D служит невязка сил, рассчитываемая аналогично (12) с заменой невязки скоростей на невязку сил.

Как уже отмечалось, данный алгоритм решения реализован в специализированном инженерном программном комплексе DEFORM-3D, предназначенном для анализа методом МКЭ в трехмерной постановке процессов обработки металлов давлением, термической и механической обработок. DEFORM-3D позволяет проверить, отработать и оптимизировать технологические процессы.

Конечно-элементная модель для процесса обкатки галтелей коленчатого вала роликами представлена на рис. 3. Участок заготовки вала с галтелью обкатывают три ролика, расположенные равномерно по окружности. Ролики создают усилие обкатки, а заготовке сообщается вращательное движение через центры.

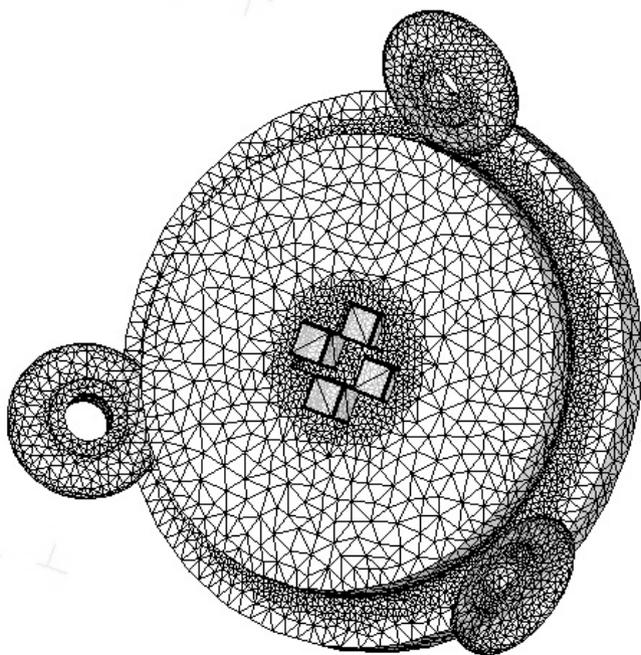


Рис. 3. Конечно-элементная модель для процесса обкатки галтелей заготовки коленчатого вала

Модель заготовки состоит из 95 000 линейных тетраэдров со сгущением в районе галтели, где деформации наиболее значительны, а также в месте контакта заготовки с центрами. Модель материала заготовки упруго-пластическая с изотропным упрочнением.

Каждый ролик состоит из 50 000 линейных тетраэдров. Модель материала ролика также упруго-пластическая с изотропным упрочнением.

На рис. 4 показано распределение окружных остаточных напряжений по глубине заготовки коленчатого вала.

Остаточные напряжения сжатия достигают максимального значения у поверхности заготовки. С увеличением глубины эти напряжения уменьшаются, постепенно переходя в растягивающие. Остаточные напряжения существуют в ненагруженной детали и являются самоуравновешенными.

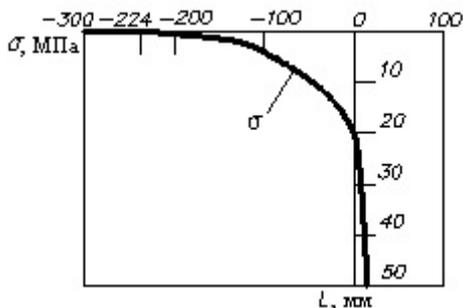


Рис. 4. Распределение окружных остаточных напряжений σ по глубине L заготовки коленчатого вала

Как уже отмечалось, эффект от созданного поля остаточных сжимающих напряжений заключается в повышении усталостной прочности галтели на изгиб. Прирост предела выносливости может достигать до 80 %, что является преимуществом этого метода повышения усталостной прочности по сравнению с другими.

Также был проведен расчет процесса обкатки гладкого вала тремя роликами. Характер распределения окружных остаточных напряжений можно сравнить с результатами экспериментов [6] (рис. 5). Несмотря на разные параметры процессов обкатки в качественном отношении их можно считать приемлемыми. Для более строгих выводов необходимо провести уточненные расчеты и сравнить результаты с опытными данными применительно к рассматриваемому коленчатому валу.

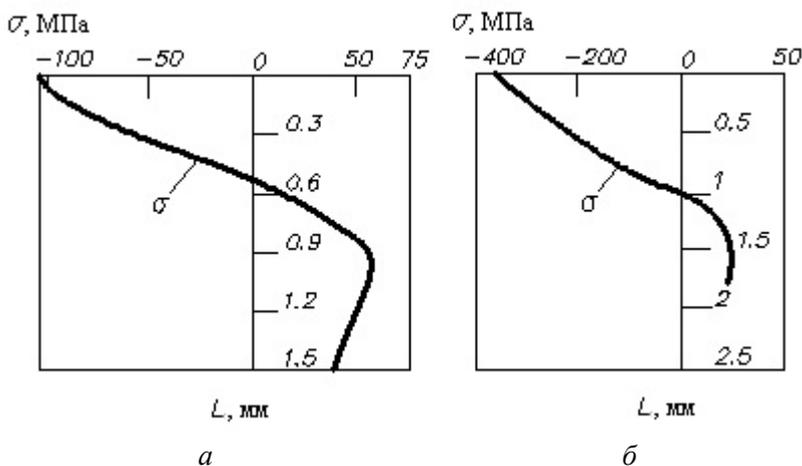


Рис. 5. Распределение остаточных напряжений σ по глубине L заготовки гладкого вала:

а — расчет DEFORM-3D; *б* — экспериментальные данные [5]

Возможность численного решения задачи в упруго-пластической постановке является важным преимуществом при дальнейшей оптимизации параметров процесса обкатки галтелей вала. Это обстоятельство в перспективе позволит сократить количество дорогостоящих экспериментов, что является наиболее актуальным сегодня.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудрявцев И.В. Внутренние напряжения как резерв прочности в машиностроении. М.: Машгиз, 1951. 240 с.
2. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике: пер. с англ. под ред. Б.Е. Победри. М.: Мир, 1975. 542 с.
3. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.
4. Штамповка с кручением / Н.А. Шестаков, А.В. Власов, В.А. Демин, В.Н. Субич. М.: МГИУ, 2008. 389 с.
5. Клованич С.Ф. МКЭ в нелинейных задачах инженерной механики. Запорожье: Изд-во журнала “Свет геотехники”, 2009. 400 с.
6. Несущая способность и расчет деталей машин на прочность: руководство и справ. пособие / под ред. С.В. Серенсена. М.: Машиностроение, 1975. 488 с.

Статья поступила в редакцию 26.09.2012