УДК 535.317

Д.Е. Пискунов, А.М. Хорохоров,
А.Ф. Ширанков

МЕТОДИКА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО СИНТЕЗА ВАРИООБЪЕКТИВОВ В ОБЛАСТИ АБЕРРАЦИЙ ТРЕТЬЕГО И ПЯТОГО ПОРЯДКОВ

Предложна методика автоматизированного аберрационного синтеза вариообъективов. Методика основана на теории аберраций третьего и пятого порядков и предусматривает разложение поперечной аберрации по полиномам Чебышева с последующей минимизацией коэффициентов разложения.

E-mail: piskunovde@gmail.com; a.horohorov@yandex.ru

Ключевые слова: *аберрационный синтез, синтез оптических систем, полиномы Чебышева, аберрации, аберрации пятого порядка.*

На сегодняшний день вопросы теории аберрационного синтеза вариообъективов недостаточно освещены в мировой научно-технической литературе. Известно небольшое число работ, в которых уделяется внимание данной проблеме. Общим недостатком предлагаемых в этих работах методов расчета является то, что они основаны на теории аберраций третьего порядка, которая эффективна при небольших относительных отверстиях и полях зрения. Задача же расчета большинства светосильных широкопольных объективов решается путем минимизации оценочной функции, в которой учитываются требования к аберрационной коррекции и конструктивные ограничения. Реальные аберрации определяются из расчета хода большого числа лучей. Исходная схема для оптимизации, как правило, заимствуется из патентных и литературных источников либо выбирается из каталога систем, поставляемого совместно с коммерческим программным обеспечением. Недостатки такого подхода очевидны. Во-первых, локальные методы оптимизации, используемые в большинстве программ оптических расчетов, не гарантируют оптимальности решения (методы глобального поиска также применяются, но, как правило, только на начальных этапах расчета вследствие их плохой сходимости применительно к оптическим системам). Во-вторых, поскольку исходная схема заимствуется из каких-либо источников, создание новых систем с помощью данного подхода затруднительно. В-третьих, несмотря на высокий уровень развития вычислительной техники, процесс оптимизации занимает достаточно длительное время вследствие необходимости расчета большого числа лучей.

В данной работе предлагается методика автоматизированного аберрационного синтеза вариообъективов, свободная от отмеченных недостатков. Методика включает три основных этапа:

– синтез в области аберраций третьего порядка;

– аналитико-оптимизационный синтез в области аберраций третьего и пятого порядков;

– параметрическая оптимизация вариообъектива с учетом реальных аберраций.

На первом этапе на основе данных, полученных в результате габаритного расчета [1, 2], с помощью теории аберраций третьего порядка определяются начальные значения конструктивных параметров компонентов и воздушных промежутков. Далее на этапе аналитико-оптимизационного синтеза осуществляется коррекция вариообъектива в области аберраций третьего и пятого порядков. Учет аберраций пятого порядка позволяет выбрать исходную точку ближе к минимуму функции, характеризующей качество системы, что способствует более быстрой сходимости при последующей оптимизации. Для вычисления аберраций применяется разложение аберрационной функции по полиномам Чебышева, обеспечивающее лучшее и более равномерное приближение в отличие от разложения по другим базисным функциям. При расчете коэффициентов разложения используются параметры всего двух вспомогательных лучей для каждого положения компонентов, что позволяет значительно сократить время оптимизации. На этапе параметрической оптимизации обеспечивается минимизация реальных аберраций, полученных из расчета хода лучей. На данном этапе используются известные коммерческие системы автоматизированного проектирования (Zemax, Code-V и др.).

Рассмотрим предлагаемую методику поэтапно.

Синтез в области аберраций третьего порядка. Как известно из теории аберраций третьего порядка [3, 4], меридиональная составляющая аберрации меридионального пучка лучей вариообъектива в j-м положении вычисляется по формуле

$$\delta g_j = -0,5\left[\sigma_j^3 S_{\mathrm{I}_j} + 3\omega_j \sigma_j^2 S_{\mathrm{II}_j} + \omega_j^2 \sigma_j \left(3S_{\mathrm{III}_j} + J_j^2 S_{\mathrm{IV}_j}\right) + \omega_j^3 S_{\mathrm{V}_j}\right], \quad (1)$$

где σ_j — задний апертурный угол; $S_{I_j} - S_{V_j}$ — суммы Зейделя; ω_j — половина углового поля в пространстве предметов; J_j — инвариант Лагранжа — Гельмгольца.

Слагаемые в формуле (1) представляют собой соответствующие аберрации: сферическую $\delta g_{1j} = -0,5\sigma_j^3 S_{\mathrm{I}_j}$, кому $\delta g_{2j} = -1,5\omega_j \sigma_j^2 S_{\mathrm{II}_j}$, кривизну и астигматизм $\delta g_{3j} = -0,5\omega_j^2\sigma_j\left(3S_{\text{III}_j} + J_j^2 S_{\text{IV}_j}\right)$, дисторсию $\delta g_{4j} = -0,5\omega_j^3 S_{\text{V}_j}$.

Назначим на каждую составляющую аберрации веса V_{1j}, V_{2j}, V_{3j}, V_{4j}, характеризующие вклад соответствующей аберрации в суммарную аберрацию:

$$\delta g_j = V_{1j}\delta g_{1j} + V_{2j}\delta g_{2j} + V_{3j}\delta g_{3j} + V_{4j}\delta g_{4j}. \tag{2}$$

Суммы Зейделя определяются через параметры двух вспомогательных лучей, которые рассчитывают по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \alpha_{i+1,j} &= \alpha_{i,j} + h_{i,j}\varphi_i; \\ \beta_{i+1,j} &= \beta_{i,j} + y_{i,j}\varphi_i; \\ h_{i+1,j} &= h_{i,j} - \alpha_{i+1,j}d_{i,j}; \\ y_{i+1,j} &= y_{i,j} - \beta_{i+1,j}d_{i,j}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\alpha_{i,j}$, $\beta_{i,j}$ — углы первого и второго вспомогательных лучей с оптической осью перед i-м компонентом в j-й позиции вариообъектива; $h_{i,j}$, $y_{i,j}$ — высоты вспомогательных лучей на соответствующих компонентах; φ_i — оптические силы компонентов; $d_{i,j}$ — расстояния между компонентами.

Введем следующие условия нормировки:

$$\begin{aligned} \alpha_{1,j} &= 0; \\ \beta_{1,j} &= 1; \\ h_{1,j} &= f_j'; \\ y_{1,j} &= -s_{\text{зр}_j}, \end{aligned} \tag{4}$$

где f_j', $s_{\text{зр}_j}$ — заднее фокусное расстояние и положение входного зрачка вариообъектива в j-м положении.

Поскольку в рассматриваемых системах предмет находится в бесконечности, инвариант Лагранжа — Гельмгольца примет значение, противоположное заднему фокусному расстоянию:

$$J_j = -f_j'. \tag{5}$$

Пять монохроматических сумм Зейделя для j-го положения, выраженные через основные параметры $\bar{P}_i$, $\bar{W}_i$ и π_i i-го компонента, рассчитываем по известным формулам:

$$
\begin{aligned}
S_{\mathrm{I}_j} &= \sum_i h_{i,j}^2 \varphi_i \left\{ h_{i,j}^2 \varphi_i^2 \overline{P}_i + 4\alpha_{i,j} h_{i,j} \varphi_i \overline{W}_i + \alpha_{i,j} \left[\left(4 + 2\pi_i\right) \alpha_{i,j} - \alpha_{i+1,j} \right] \right\}; \\
S_{\mathrm{II}_j} &= \sum_i h_{i,j} \varphi_i \left\{ y_{i,j} h_{i,j}^2 \varphi_i^2 \overline{P}_i + h_{i,j} \varphi_i \left(1 + 4\alpha_{i,j} y_{i,j}\right) \overline{W}_i + \alpha_{i,j} \times \right. \\
&\quad \left. \times \left[\left(1 + 2 y_{i,j} \alpha_{i,j}\right) \left(2 + \pi_i\right) - y_{i,j} \alpha_{i,j} \alpha_{i+1,j} \right] \right\}; \\
S_{\mathrm{III}_j} &= \sum_i \varphi_i \left\{ y_{i,j}^2 \, h_{i,j}^2 \varphi_i^2 \overline{P}_i + 2 y_{i,j} h_{i,j} \varphi_i \left(1 + 2\alpha_{i,j} y_{i,j}\right) \overline{W}_i + 1 + \right. \\
&\quad \left. + 2\alpha_{i,j} y_{i,j} \left(2 + \pi_i\right) + \alpha_{i,j} y_{i,j}^2 \left[\alpha_{i,j} \left(4 + 2\pi_i\right) - \alpha_{i+1,j} \right] \right\}; \\
S_{\mathrm{IV}_j} &= \sum_i \varphi_i \pi_i; \\
S_{\mathrm{V}_j} &= \sum_i \frac{\varphi_i}{h_{i,j}} \left\{ y_{i,j}^3 h_{i,j}^2 \varphi_i^2 \overline{P} + \left(3 + 4\alpha_{i,j} y_{i,j}\right) y_{i,j}^2 h_{i,j} \varphi_i \overline{W}_i + y_{i,j} \left(3 + \pi_i\right) + \right. \\
&\quad \left. + 3\alpha_{i,j} y_{i,j}^2 \left(2 + \pi_i\right) + \alpha_{i,j} y_{i,j}^3 \left[\left(4 + 2\pi_i\right) \alpha_{i,j} - \alpha_{i+1.j} \right] \right\}.
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Подставив формулы (6) в выражение (2), после приведения подобных членов получим

$$
2\delta g_j = \sum_i A_{i,j} \overline{P}_i + \sum_i B_{i,j} \overline{W}_i + \sum_i D_{i,j} \pi_i + \sum_i E_{i,j}, \tag{7}
$$

где

$$
\begin{aligned}
A_{i,j} &= -\sigma_j^3 V_{1j} h_{i,j}^4 \varphi_i^3 - 3\omega_j \sigma_j^2 V_{2j} h_{i,j}^3 y_{i,j} \varphi_i^3 - 3\omega_j^2 \sigma_j V_{3j} h_{i,j}^2 y_{i,j}^2 \varphi_i^3 - \\
&\quad - \omega_j^3 V_{4j} h_{i,j} y_{i,j}^3 \varphi_i^3; \\
B_{i,j} &= -4\sigma_j^3 V_{1j} \alpha_{i,j} h_{i,j}^3 \varphi_i^2 - 3\omega_j \sigma_j^2 V_{2j} \left(1 + 4\alpha_{i,j} y_{i,j}\right) h_{i,j}^2 \varphi_i^2 - 6\omega_j^2 \sigma_j V_{3j} \times \\
&\quad \times \left(1 + 2\alpha_{i,j} y_{i,j}\right) y_{i,j} h_{i,j} \varphi_i^2 - \omega_j^3 V_{4j} \left(3 + 4\alpha_{i,j} y_{i,j}\right) y_{i,j}^2 \varphi_i^2; \\
D_{i,j} &= -2\sigma_j^3 V_{1j} h_{i,j}^2 \alpha_{i,j}^2 \varphi_i - 3\omega_j \sigma_j^2 V_{2j} \left(1 + 2 y_{i,j} \alpha_{i,j}\right) \alpha_{i,j} h_{i,j} \varphi_i - \omega_j^2 \sigma_j V_{3j} \times \\
&\quad \times \left[6\left(1 + \alpha_{i,j} y_{i,j}\right) \alpha_{i,j} y_{i,j} \varphi_i + J_j^2 \varphi_i \right] - \frac{\varphi_i}{h_{i,j}} \omega_j^3 V_{4j} \left(y_{i,j} + 3\alpha_{i,j} y_{i,j}^2 + \right. \\
&\quad \left. + 2\alpha_{i,j}^2 y_{i,j}^3 \right); \\
E_{i,j} &= -\sigma_j^3 V_{1j} \left(4\alpha_{i,j}^2 - \alpha_{i,j} \alpha_{i+1,j}\right) h_{i,j}^2 \varphi_i - 3\omega_j \sigma_j^2 V_{2j} \left[2\alpha_{i,j} \left(1 + 2 y_{i,j} \alpha_{i,j}\right) - \right. \\
&\quad \left. - y_{i,j} \alpha_{i,j}^2 \alpha_{i+1,j} \right] h_{i,j} \varphi_i - 3\omega_j^2 \sigma_j V_{3j} \varphi_i \left[1 + 4\alpha_{i,j} y_{i,j} + 4\alpha_{i,j}^2 y_{i,j}^2 - \right. \\
&\quad \left. - \alpha_{i,j} \alpha_{i+1,j} y_{i,j}^2 \right] - \omega_j^3 V_{4j} \frac{\varphi_i}{h_{i,j}} \left(3 y_{i,j} + 6\alpha_{i,j} y_{i,j}^2 + 4\alpha_{i,j}^2 y_{i,j}^3 - \alpha_{i,j} \alpha_{i+1,j} y_{i,j}^3 \right).
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Преобразуем уравнение (7) к виду

$$\sum_i A_{i,j}\bar{P}_i + \sum_i B_{i,j}\bar{W}_i = F_j, \tag{9}$$

где $F_j = 2\delta g_j - \sum_i D_{i,j}\pi_i - \sum_i E_{i,j}$.

Потребуем, чтобы аберрации δg_j вариообъектива были равны заданным значениям (в частности, нулю) для каждого j-го положения. Параметр π_i изменяется обычно в небольших пределах (0,6…0,7) и может быть принят примерно равным среднему значению 0,65. Коэффициенты $A_{i,j}$, $B_{i,j}$ $D_{i,j}$, $E_{i,j}$ и соответственно F_j также известны, поскольку определяются параметрами вспомогательных лучей для j-го положения. Вычислив коэффициенты выражения (9) для N положений вариообъектива, получим систему N линейных алгебраических уравнений. Так как для каждого i-го компонента необходимо определить два неизвестных монохроматических параметра $\bar{P}_i$ и $\bar{W}_i$, число неизвестных в системе равно $2M$, где M — число компонентов в вариообъективе. Как правило, полагают, что если аберрации малы для каждого из N выбранных положений, то они малы и для положений между выбранными. Очевидно, что чем больше положений N, тем вернее данное утверждение. В зависимости от соотношения числа компонентов и их положений система уравнений (9) может быть как переопределенной ($N > 2M$), так и недоопределенной ($N < 2M$), что обусловливает методы ее решения. Как правило, на практике отыскивают псевдорешение, наилучшим образом удовлетворяющее всем уравнениям системы, т. е. норма невязки (евклидова, Чебышева и др.) для которого минимальна:

$$\left\| \sum_i A_{i,j}\bar{P}_i + \sum_i B_{i,j}\bar{W}_i - F_j \right\| \to \min. \tag{10}$$

Перейдем к определению хроматических коэффициентов. Как известно из теории аберраций третьего порядка, хроматизм положения $\delta s'_{p_j}$ и хроматизм увеличения $\delta l'_j / l'_j$ для j-го положения вариообъектива определяют по формулам

$$\begin{aligned} \delta s'_{p_j} &= \sum_i h_{i,j}^2 \varphi_i C_i \Big/ \alpha'^2_{pj}; \\ \frac{\delta l'_j}{l'_j} &= \frac{1}{J_j} \sum_i h_{i,j} y_{i,j} \varphi_i C_i, \end{aligned} \tag{11}$$

где p — номер последнего компонента; C_i — хроматический коэффициент i-го компонента.

Из формул (11) следует, для того чтобы хроматические аберрации вариообъектива были равны предписанным значениям, необходимо решить систему уравнений

$$\begin{aligned}&\sum_l A_{l,j} C_i = \delta s'_{p_j} - D_{k,j};\\&\sum_l B_{l,j} C_i = \frac{\delta l'_j}{l'_j} - E_{k,j}.\end{aligned} \qquad (12)$$

Здесь l — номера компонентов, для которых C_i неизвестно, а коэффициенты $A_{l,j}$, $B_{l,j}$, $D_{k,j}$, $E_{k,j}$ выражаются через параметры вспомогательного луча:

$$\begin{aligned}&A_{l,j} = h_{l,j}^2 \varphi_i \Big/ \alpha'^2_{p\,j};\\&B_{l,j} = \frac{1}{J_j} h_{i,j} y_{i,j} \varphi_i;\\&D_{k,j} = \frac{1}{\alpha'^2_{p\,j}} \sum_k h_{k,j}^2 \varphi_k C_k;\\&E_{k,j} = \frac{1}{J_j} \sum_k h_{k,j} y_{k,j} \varphi_k C_k.\end{aligned} \qquad (13)$$

В формулах (13) k — номера компонентов, для которых C_k задано по каким-либо причинам, например, для одиночной линзы C_k выражается только через дисперсию материала линзы и не может принимать другое значение.

Если в оптической системе отсутствуют компоненты с предписанными значениями C, то система уравнений (12) примет вид

$$\begin{aligned}&\sum_l A_{l,j} C_i = \delta s'_{p_j};\\&\sum_l B_{l,j} C_i = \frac{\delta l'_j}{l'_j}.\end{aligned} \qquad (14)$$

Решение систем уравнений (12) или (14) в совокупности с решением системы уравнений (9) позволяет получить все исходные данные (φ_i, $\overline{P}_i$, $\overline{W}_i$, C_i) для синтеза отдельных тонких компонентов вариообъектива.

Таким образом, получим систему, состоящую из бесконечно тонких линз. Данная система являются лишь первым приближением решения задачи расчета вариообъектива. Для расчета значений конструктивных элементов реальной оптической системы необходимо перейти к линзам конечной толщины. При этом весьма важно получить систему с теми же аберрациями третьего порядка, какие были заданы при составлении уравнений (7). Кроме того, необходимо сохранить неизменность оптических характеристик вариообъектива, а именно: законов перемещения компонентов, перепада фокусных расстояний, относительных отверстий компонентов.

Описанный в работах [3, 5] метод перехода к компонентам конечной толщины предусматривает сохранение значений фокусных расстояний системы и всех углов обоих вспомогательных лучей с осью в воздушных промежутках между отдельными компонентами. Расстояние от входного зрачка до передней главной плоскости первого компонента принимается тем же, что и расстояние от входного зрачка до первого бесконечно тонкого компонента. Воздушные расстояния между компонентами выбираются таким образом, чтобы расстояние между задней главной плоскостью любого компонента и передней главной плоскостью следующего компонента было таким же, как и расстояние между двумя соответствующими компонентами. Для вычисления радиусов кривизны предлагается все углы α первого вспомогательного луча оставлять без изменений. В этом случае основные параметры $\bar{P}$ и $\bar{W}$, зависящие только от углов α и показателей преломления, остаются без изменения. Неизменность параметров $\bar{P}$ и $\bar{W}$ не обеспечивает неизменность сумм Зейделя, так как при вводе толщины изменяется высота h пересечений луча с поверхностями. Кроме того, применение рассмотренного метода к расчету вариообъективов затруднительно, поскольку углы α изменяются в зависимости от положения компонентов.

При автоматизированном проектировании целесообразно не ограничивать возможности системы, вводя условие сохранения углов α, а сразу требовать неизменности сумм Зейделя для каждого компонента во всем диапазоне его положений. С учетом обеспечения найденных из геометрического расчета оптических сил данное требование может быть заключено в оценочную функцию компонента:

$$\Phi = \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{5} V_{ij} \left(S_{ij} - \bar{S}_{ij} \right)^2 + V_{\varphi} \left(\varphi - \bar{\varphi} \right)^2, \qquad (15)$$

где j — номер положения компонентов; i — номер суммы Зейделя; S_{ij}, $\bar{S}_{ij}$ — текущее и требуемое значение сумм Зейделя; φ, $\bar{\varphi}$ — текущее и требуемое значение оптической силы компонента; V_{ij}, V_{φ} — соответствующие веса. Требуемые значения сумм Зейделя $\bar{S}_{ij}$ определяются при подстановке найденных значений основных параметров в выражения (6). В случае необходимости к оценочной функции можно добавить и другие члены, например учитывающие требование минимизации кривизны поверхности.

Практика расчетов показывает, что учет большого числа положений N компонента в оценочной функции (15) не способствует более точному совпадению текущих и заданных значений сумм Зейделя; достаточно выбрать одно базовое положение компонентов и для него минимизировать функцию (15), при этом разность текущих и заданных значений коэффициентов S_{ij} и $\overline{S}_{ij}$ для других положений будет соизмерима с указанной разностью для базового положения. Таким образом, после ввода толщин получаем систему, исправленную в области аберраций третьего порядка.

Аналитико-оптимизационный синтез в области аберраций третьего и пятого порядков. Теория и практика аберрационных расчетов показывают, что реальные аберрации светосильных оптических систем значительно отличаются от аберраций третьего порядка, поэтому для таких систем на этапе синтеза следует учитывать аберрации высших порядков.

Рассмотрим разложение поперечной аберрации в степенной ряд до членов пятого порядка малости. Как показано в работах [6, 7], меридиональную $\Delta y'$ и сагиттальную $\Delta x'$ составляющие поперечной аберрации вычисляют следующим образом:

$$\begin{aligned} n'\Delta y' &= P_m A_{\mathrm{I}} - R_y A_{\mathrm{II}};\\ n'\Delta x' &= P_M A_{\mathrm{I}} - R_x A_{\mathrm{II}}, \end{aligned} \qquad (16)$$

где n' — показатель преломления среды в пространстве изображений; P_m, P_M, R_y, R_x — параксиальные величины, определяемые по формулам

$$\begin{gathered} P_m = mA_p; \qquad P_M = MA_p; \qquad A_p = \frac{1}{h_1};\\ R_y = -\frac{1}{\beta_1}\operatorname{tg}\omega_y; \qquad R_x = -\frac{1}{\beta_1}\operatorname{tg}\omega_x. \end{gathered} \qquad (17)$$

В формулах (17) m, M — координаты точки пересечения луча с плоскостью входного зрачка; h_1 — высота первого вспомогательного луча на первой поверхности; ω_y, ω_x — углы проекций луча на меридиональную и сагиттальную плоскости с осью системы; β_1 — угол второго вспомогательного луча с осью системы на первой поверхности. Параметры A_I и A_II определяют по формулам

$$\begin{aligned} A_\mathrm{I} &= \frac{1}{2}PS_\mathrm{I} - TS_\mathrm{II} + \frac{1}{2}R\left(S_\mathrm{III} + S_\mathrm{IV}\right) + P^2F_\mathrm{I} + PTF_\mathrm{III} + \\ &\quad + T^2F_\mathrm{V} + PRF_\mathrm{VII} + TRF_\mathrm{IX} + R^2F_\mathrm{XI}; \\ A_\mathrm{II} &= \frac{1}{2}PS_\mathrm{II} - TS_\mathrm{III} + \frac{1}{2}RS_\mathrm{V} - P^2F_\mathrm{II} + PTF_\mathrm{IV} + T^2F_\mathrm{VI} + \\ &\quad + PRF_\mathrm{VIII} + TRF_\mathrm{X} + R^2F_\mathrm{XII}, \end{aligned} \tag{18}$$

где S_I, ..., S_V, F_I, ..., F_XII — коэффициенты разложения аберрации в степенной ряд, определяемые через параметры двух вспомогательных лучей.

Параметры R, P и T выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} R &= R_y^2 + R_x^2; \\ P &= P_m^2 + P_M^2; \\ T &= R_yP_m + R_xP_M. \end{aligned} \tag{19}$$

Один из методов аберрационной коррекции заключатся в минимизации аберраций $\Delta y'$ и $\Delta x'$ для заданных координат m, M на зрачке и углов поля зрения ω_y и ω_x. Данный метод требует больших вычислительных ресурсов, так как каждому набору заданных m, M, ω_y и ω_x соответствуют два уравнения (16), что приводит к необходимости решения довольно громоздкой системы уравнений.

Непосредственная минимизация аберрационных коэффициентов $S_\mathrm{I}, ..., S_\mathrm{V}$ и $F_\mathrm{I}, ..., F_\mathrm{XII}$ имеет определенные недостатки. Для получения примерно нулевых значений всех коэффициентов требуется по меньшей мере семнадцать свободных параметров, при этом нет гарантии, что будут обеспечены положительные толщины линз, а также выполнены другие конструктивные ограничения. Корме того, коэффициенты входят в разложение (16) с разными знаками и при неудачном их подборе суммарная аберрация может оказаться достаточно большой даже при малых $S_\mathrm{I}, ..., S_\mathrm{V}$ и $F_\mathrm{I}, ..., F_\mathrm{XII}$.

Для решения задач синтеза и оптимизации более предпочтительно использовать разложение аберрационной функции по полиномам Чебышева [8, 9]. Впервые идея разложения аберраций по полиномам Чебышева была предложена в работе [10], развита и применена для синтеза и оптимизации оптических систем в работе [11].

Найдем коэффициенты разложения по полиномам Чебышева. С этой целью представим аберрации (16) в виде разложения по координатам на зрачке.

Подставим P_m и P_M из формул (17) в выражения (18) и (19) и приведем подобные члены:

$$\begin{gathered}
A_{\mathrm{I}} = (a_0' + a_1'm + a_2'M + a_3'm^2 + a_4'M^2 + a_5'mM + a_6'm^3 + a_7'M^3 + \\
+ a_8'm^2M + a_9'mM^2 + a_{10}'m^4 + a_{11}'M^4 + a_{12}'m^2M^2)A_p^{-1}; \\
A_{\mathrm{II}} = a_0'' + a_1''m + a_2''M + a_3''m^2 + a_4''M^2 + a_5''mM + a_6''m^3 + a_7''M^3 + \\
+ a_8''m^2M + a_9''mM^2 + a_{10}''m^4 + a_{11}''M^4 + a_{12}''m^2M^2,
\end{gathered} \tag{20}$$

где

$$\begin{aligned}
&a_0' = A_p\left(\frac{1}{2}RS_{\mathrm{II}} + \frac{1}{2}RS_{\mathrm{IV}} + R^2F_{\mathrm{XI}}\right); && a_0'' = R^2F_{\mathrm{XII}}; \\
&a_1' = A_p^2\left(R_yRF_{\mathrm{IX}} - R_yS_{\mathrm{II}}\right); && a_1'' = A_p\left(R_yRF_{\mathrm{X}} - R_yS_{\mathrm{III}}\right); \\
&a_2' = A_p^2\left(R_xRF_{\mathrm{IX}} - R_xS_{\mathrm{II}}\right); && a_2'' = A_p\left(R_xRF_{\mathrm{X}} - R_xS_{\mathrm{III}}\right); \\
&a_3' = A_p^3\left(\frac{1}{2}S_{\mathrm{I}} + R_y^2F_{\mathrm{V}}\right); && a_3'' = A_p^2\left(\frac{1}{2}S_{\mathrm{II}} + R_y^2F_{\mathrm{VI}} + RF_{\mathrm{VIII}}\right); \\
&a_4' = A_p^3\left(\frac{1}{2}S_{\mathrm{I}} + R_x^2F_{\mathrm{V}}\right); && a_4'' = A_p^2\left(\frac{1}{2}S_{\mathrm{II}} + R_x^2F_{\mathrm{VI}} + RF_{\mathrm{VIII}}\right); \\
&a_5' = 2A_p^3R_yR_xF_{\mathrm{V}}; && a_5'' = 2A_p^2R_yR_xF_{\mathrm{VI}}; \\
&a_6' = A_p^4R_yF_{\mathrm{III}}; && a_6'' = A_p^3R_yF_{\mathrm{IV}}; \\
&a_7' = A_p^4R_xF_{\mathrm{III}}; && a_7'' = A_p^3R_xF_{\mathrm{IV}}; \\
&a_8' = a_7' = A_p^4R_xF_{\mathrm{III}}; && a_8'' = a_7'' = A_p^3R_xF_{\mathrm{IV}}; \\
&a_9' = a_6' = A_p^4R_yF_{\mathrm{III}}; && a_9'' = a_6'' = A_p^3R_yF_{\mathrm{IV}}; \\
&a_{10}' = A_p^5\left(F_{\mathrm{I}} + RF_{\mathrm{VII}}\right); && a_{10}'' = A_p^4F_{\mathrm{II}}; \\
&a_{11}' = a_{10}' = A_p^5\left(F_{\mathrm{I}} + RF_{\mathrm{VII}}\right); && a_{11}'' = a_{10}'' = A_p^4F_{\mathrm{II}}; \\
&a_{12}' = 2a_{10}' = 2A_p^5\left(F_{\mathrm{I}} + RF_{\mathrm{VII}}\right); && a_{12}'' = 2a_{10}'' = 2A_p^4F_{\mathrm{II}}.
\end{aligned} \tag{21}$$

Подставив в формулы (16) выражения (20), получим разложение меридиональной составляющей поперечной аберрации по координатам на зрачке:

$$n'\Delta y' = a_{1y}m + a_{2y}M + a_{3y}m^2 + a_{4y}M^2 + a_{5y}mM + a_{6y}m^3 + a_{7y}M^3 +$$

$$+a_{8y}mM^2+a_{9y}m^2M+a_{10y}m^4+a_{11y}M^4+a_{12y}mM^3+$$

$$+a_{13y}m^2M^2+a_{14y}m^3M+a_{15y}m^5+a_{16y}mM^4+a_{17y}m^3M^2+a_{18y}. \tag{22}$$

В этом разложении $a_{1y},...,a_{18y}$ — коэффициенты разложения по координатам на зрачке, выражаемые через коэффициенты (21):

$$\begin{aligned}
&a_{1y}=a_0'-a_1''R_y; && a_{10y}=a_6'-a_{10}''R_y;\\
&a_{2y}=-a_2''R_y; && a_{11y}=-a_{11}''R_y;\\
&a_{3y}=a_1'-a_3''R_y; && a_{12y}=a_7';\\
&a_{4y}=-a_4''R_y; && a_{13y}=a_9'-a_{12}''R_y;\\
&a_{5y}=a_2'-a_5''R_y; && a_{14y}=a_{12y}=a_8'=a_7';\\
&a_{6y}=a_3'-a_6''R_y; && a_{15y}=a_{10}';\\
&a_{7y}=-a_7''R_y; && a_{16y}=a_{15y}=a_{11}'=a_{10}';\\
&a_{8y}=a_4'-a_9''R_y; && a_{17y}=2a_{15y}=a_{12}'=2a_{10}';\\
&a_{9y}=a_5'-a_8''R_y; && a_{18y}=a_0''.
\end{aligned} \tag{23}$$

Полиномы Чебышева можно записать с помощью рекуррентного соотношения:

$$T_{0m}=1;\ T_{1m}=\bar{m}; \qquad T_{n+1,m}=\left(2\bar{m}T_{nm}-T_{n-1,m}\right), \tag{24}$$

где T_{nm} — полином n-й степени от аргумента $\bar{m}$.

Первые шесть полиномов имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
&T_{0m}=1; && T_{3m}=4\bar{m}^3-3\bar{m};\\
&T_{1m}=\bar{m}; && T_{4m}=8\bar{m}^4-8\bar{m}^2+1;\\
&T_{2m}=2\bar{m}^2-1; && T_{5m}=16\bar{m}^5-20\bar{m}^3+5\bar{m}.
\end{aligned} \tag{25}$$

Выразим из полиномов (25) степени $\bar{m}$ последовательно одну за другой:

$$\begin{aligned}
&1=T_{0m}; && \bar{m}^3=\frac{1}{4}\left(3T_{1m}+T_{3m}\right);\\
&\bar{m}=T_{1m}; && \bar{m}^4=\frac{1}{8}\left(3T_{0m}+4T_{2m}+T_{4m}\right);\\
&\bar{m}^2=\frac{1}{2}\left(T_{0m}+T_{2m}\right); && \bar{m}^5=\frac{1}{16}\left(10T_{1m}+5T_{3m}+T_{5m}\right).
\end{aligned} \tag{26}$$

Для координаты $\bar{M}$ выражения (26) записываются аналогично.

Применительно к оптической системе аргументы $\bar{m}$, $\bar{M}$ представляют собой нормированные координаты на зрачке:

$$\bar{m} = \frac{m}{m_0}; \quad \bar{M} = \frac{M}{M_0}, \tag{27}$$

где m_0, M_0 — максимум координаты на зрачке, выбираемый с учетом коэффициента виньетирования.

Запишем выражения (22) для нормированных координат:

$$n'\Delta y' = \bar{a}_{1y}\bar{m} + \bar{a}_{2y}\bar{M} + \bar{a}_{3y}\bar{m}^2 + \bar{a}_{4y}\bar{M}^2 + \bar{a}_{5y}\bar{m}\bar{M} + \bar{a}_{6y}\bar{m}^3 + \bar{a}_{7y}\bar{M}^3 +$$
$$+ a_{8y}\bar{m}\bar{M}^2 + a_{9y}\bar{m}^2\bar{M} + \bar{a}_{10y}\bar{m}^4 + \bar{a}_{11y}\bar{M}^4 + \bar{a}_{12y}\bar{m}\bar{M}^3 +$$
$$+ a_{13y}\bar{m}^2\bar{M}^2 + a_{14y}\bar{m}^3\bar{M} + \bar{a}_{15y}\bar{m}^5 + \bar{a}_{16y}\bar{m}\bar{M}^4 + \bar{a}_{17y}\bar{m}^3\bar{M}^2 + \bar{a}_{18y}. \tag{28}$$

В выражении (28)

$$\begin{array}{lll}
\bar{a}_{1y} = a_{1y}m_0; & \bar{a}_{7y} = a_{7y}M_0^3; & \bar{a}_{13y} = a_{13y}m_0^2M^2; \\
\bar{a}_{2y} = a_{2y}M_0; & \bar{a}_{8y} = a_{8y}m_0M_0^2; & \bar{a}_{14y} = a_{14y}m_0^3M; \\
\bar{a}_{3y} = a_{3y}m_0^2; & \bar{a}_{9y} = a_{9y}m_0^2M_0; & \bar{a}_{15y} = a_{15y}m_0^5; \\
\bar{a}_{4y} = a_{4y}M_0^2; & \bar{a}_{10y} = a_{10y}m_0^4; & \bar{a}_{16y} = a_{16y}m_0M_0^4; \\
\bar{a}_{5y} = a_{5y}m_0M_0; & \bar{a}_{11y} = a_{11y}M_0^4; & \bar{a}_{17y} = a_{17y}m_0^3M_0^2; \\
\bar{a}_{6y} = a_{6y}m_0^3; & \bar{a}_{12y} = a_{12y}m_0M_0^3; & \bar{a}_{18y} = a_{18y}.
\end{array} \tag{29}$$

Подставив выражения (26) в формулу (28), получим разложение меридиональной составляющей по полиномам Чебышева:

$$n'\Delta y' = b_{1y}T_{1m} + b_{2y}T_{1M} + b_{3y}T_{2m} + b_{4y}T_{2M} + b_{5y}T_{1m}T_{1M} + b_{6y}T_{3m} +$$
$$+ b_{7y}T_{3M} + b_{8y}T_{1m}T_{2M} + b_{9y}T_{2m}T_{1M} + b_{10y}T_{4m} + b_{11y}T_{4M} + b_{12y}T_{1m}T_{3M} +$$
$$+ b_{13y}T_{2m}T_{2M} + b_{14y}T_{3m}T_{1M} + b_{15y}T_{5M} + b_{16y}T_{1m}T_{4M} + b_{17y}T_{3m}T_{2M} + b_{18y}. \tag{30}$$

В разложении (30) $b_{1y}, ..., b_{18y}$ — коэффициенты, выражаемые через коэффициенты (29):

$$b_{1y} = \bar{a}_{1y} + \frac{3}{4}\bar{a}_{6y} + \frac{1}{2}\bar{a}_{8y} + \frac{5}{8}\bar{a}_{15y} + \frac{3}{8}\bar{a}_{16y} + \frac{3}{8}\bar{a}_{17y};$$

$$b_{2y} = \bar{a}_{2y} + \frac{3}{4}\bar{a}_{7y} + \frac{1}{2}\bar{a}_{9y}; \qquad b_{3y} = \frac{1}{2}\left(\bar{a}_{3y} + \bar{a}_{10y} + \frac{1}{2}\bar{a}_{13y}\right);$$

$$b_{4y}=\frac{1}{2}\left(\bar{a}_{4y}+\bar{a}_{11y}+\frac{1}{2}\bar{a}_{13y}\right);\qquad b_{5y}=\bar{a}_{5y}+\frac{3}{4}\bar{a}_{12y}+\frac{3}{4}\bar{a}_{14y};$$
$$b_{6y}=\frac{1}{2}\left(\bar{a}_{6y}+\frac{5}{4}\bar{a}_{15y}+\frac{1}{2}\bar{a}_{17y}\right);\quad b_{7y}=\frac{1}{4}\bar{a}_{7y};$$
$$b_{8y}=\frac{1}{2}\left(\bar{a}_{8y}+\bar{a}_{16y}+\frac{3}{4}\bar{a}_{17y}\right);\qquad b_{9y}=\frac{1}{2}\bar{a}_{9y};\tag{31}$$
$$b_{10y}=\frac{1}{8}\bar{a}_{10y};\quad b_{11y}=\frac{1}{8}\bar{a}_{11y};\quad b_{12y}=\frac{1}{4}\bar{a}_{12y};\; b_{13y}=\frac{1}{4}\bar{a}_{13y};$$
$$b_{14y}=\frac{1}{4}\bar{a}_{14y};\quad b_{15y}=\frac{1}{16}\bar{a}_{15y};\quad b_{16y}=\frac{1}{8}\bar{a}_{16y};\quad b_{17y}=\frac{1}{8}\bar{a}_{17y};$$
$$b_{18y}=\frac{1}{2}\bar{a}_{3y}+\frac{1}{2}\bar{a}_{4y}+\frac{3}{8}\bar{a}_{10y}+\frac{3}{8}\bar{a}_{11y}+\frac{1}{4}\bar{a}_{13y}+\bar{a}_{18y}.$$

Аналогичные выражения можно получить и для сагиттальной составляющей.

Таким образом, коэффициенты разложения по полиномам Чебышева позволяют оценить значения аберраций до пятого порядка включительно.

Важными аргументами в пользу целесообразности использования полиномов Чебышева являются следующие их свойства: 1) многочлены $\left(1/2^{n-1}\right)T_{nm}$ являются наименее уклоняющимися от нуля на отрезке [–1...1] среди всех многочленов степени n со старшим коэффициентом, равным единице; 2) коэффициенты при высоких степенях аргументов функции и, следовательно, аберрации высших порядков входят в коэффициенты разложения более низких порядков; 3) область значений полиномов не превышает единицы. Кроме того, значения полиномов более равномерно распределены на отрезке [–1...1] по сравнению со степенными функциями в разложении (28), которые возрастают с увеличением координаты на зрачке.

Учитывая изложенные выше свойства, задача расчета объектива на этапе аналитико-оптимизационного синтеза может быть сведена к минимизации абсолютных значений коэффициентов разложения по полиномам Чебышева. Для минимизации коэффициентов (31) требуются значительно меньшие вычислительные мощности, чем для минимизации реальных аберраций, полученных из расчета хода лучей, поскольку для вычисления коэффициентов разложения достаточно рассчитать ход всего двух вспомогательных лучей.

При оптимизации необходимо не только минимизировать коэффициенты разложения, но и обеспечить конструктивные ограничения: минимальные толщины линз, воздушные промежутки, габариты системы, фокусные расстояния и др. Для учета указанных ограничений, а также для обеспечения минимизации аберраций введем оптимизируемые функции.

Оптимизируемые функции $\Phi_{y_{ij}}$ и $\Phi_{x_{ij}}$ для обеспечения минимизации меридиональной и сагиттальной составляющих поперечных аберраций соответственно можно записать, например, в следующем виде:

$$\Phi_{x_{ij}} = V_{x_{ij}} b_{x_{ij}}; \qquad \Phi_{y_{ij}} = V_{y_{ij}} b_{y_{ij}}, \tag{32}$$

где $b_{y_{ij}}$, $b_{x_{ij}}$ — i-й коэффициент из выражений (31) для j-го положения (зум-позиции) вариообъектива; $V_{y_{ij}}$, $V_{x_{ij}}$ — соответствующие веса. При назначении весов необходимо учитывать приведенные выше свойства полиномов.

Для соблюдения ограничений соответственно на длину системы и фокусное расстояние в j-м положении введем оптимизируемые функции следующего вида:

$$\begin{aligned} \Phi_{L_j} &= V_{L_j} V_j \left(L_j - \boldsymbol{L}_j \right); \\ \Phi_{f_j} &= V_{f_j} V_j \left(f_j' - \boldsymbol{f}_j' \right), \end{aligned} \tag{33}$$

где L_j, $\boldsymbol{L}_j$ — текущая и заданная длина системы в j-м положении; f_j', $\boldsymbol{f}_j'$ — текущее и заданное фокусные расстояния; V_{L_j}, V_{f_j} — соответствующие веса.

Для обеспечения минимальных воздушных промежутков и толщин линз оптимизируемая функция имеет следующий вид:

$$\Phi_{d_{kj}} = V_{d_{kj}} V_j d_{kj}^{-1}, \tag{34}$$

где $V_{d_{kj}}$ — веса на расстояния; d_{kj} — расстояние между k-й и $(k+1)$-й поверхностями вариообъектива в j-м положении.

Аналогично могут быть назначены и оптимизируемые функции для контроля заднего отрезка, ограничений на углы падения, на толщину по краю, на положение линз и т. д. Учет некоторых ограничений или конструктивных требований, например толщины линзы по краю, может потребовать расчета дополнительных лучей. Если в этом нет крайней необходимости на данном этапе, то такие ограничения лучше вводить на этапе параметрической оптимизации, когда рассчитывают большое число лучей для определения реальных аберраций.

Вид оптимизируемых функций может отличаться от предлагаемого (см. формулы (32)—(34)). При выборе оптимизируемых функций разработчик должен руководствоваться критерием простоты, т. е. учитывать, что чем более нелинейны оптимизируемые функции, тем сложнее оптимизация.

Для комплексной характеристики качества системы введем целевую функцию. Наиболее простой и удобной для оптимизации является оценочная функция в виде суммы квадратов оптимизируемых функций:

$$\Phi = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{18}\Phi_{x_{ij}}^2 + \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{18}\Phi_{y_{ij}}^2 + \sum_{j=1}^{N}\Phi_{L_j}^2 + \sum_{j=1}^{N}\Phi_{f_j}^2 + \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\Phi_{d_{kj}}^2, \qquad (35)$$

где N — число зум-позиций; K — число поверхностей.

Таким образом, аберрационный синтез вариообъектива в соответствии с предлагаемой методикой выполняется по следующему алгоритму:

1) определить основные параметры $\bar{P}$ и $\bar{W}$ и хроматические коэффициенты C;

2) выполнить синтез тонких компонентов;

3) преобразовать систему бесконечно тонких линз в систему с линзами конечной толщины;

4) минимизировать оценочную функцию, в которую входят взвешенные коэффициенты разложения по полиномам Чебышева и учитываются ограничения на фокусное расстояние, длину системы, толщины компонентов и другие требования;

5) выполнить оптимизацию объектива с помощью универсальных коммерческих программ оптических расчетов.

На основе предложенной методики авторами разработаны алгоритмы и программы автоматизированного аберрационного синтеза вариообъективов, с помощью данных программ — ряд вариообъективов, параметры некоторых из них (двух исполнений) представлены ниже:

Фокусное расстояние, мм	25,6…104	5,7...172
Размер приемника излучения, мм	22,3×14,9	2,4×1,8
Диафрагменное число при фокусном расстоянии:		
минимальном	2,8	2,8
максимальном	5,6	5,3
Падение освещенности на краю поля, %	< 50	< 25
Длина системы, мм	165	159
Задний фокальный отрезок, мм	> 28	>15
Частота передачи модуляции, линий/мм	40	150

Коэффициент передачи модуляции, %, для позиции:		
широкопольной	> 70	> 30
телепозиции	> 40	> 20
Дисторсия, %, для позиции:		
широкопольной	< ±5	< ±5
узкопольной	< ±2	< ±1
Число подвижных компонентов	2	4

Приведенная методика позволяет рассчитывать не только варио-объективы, но и системы с фиксированным увеличением или фокусным расстоянием. Для этого необходимо принять число позиций компонентов объектива равным единице и изменить условия нормировки (4). Ниже приведены также параметры проекционного объектива, рассчитанного в соответствии с предлагаемой методикой с учетом указанных поправок:

Размер экрана	100″
Микродисплей	0,95″ 1080p DMD
Диафрагменное число	2
Относительная освещенность на краю поля, %	> 60
Проекционное расстояние, мм	349
Длина системы, мм	430
Нетелецентричность, градус	< 1
Длина заднего отрезка, мм	> 40
Коэффициент передачи модуляции на частоте 0,55 линий/мм на 100″, %	> 60
Хроматизм увеличения, пиксел	< 0,5
Телевизионная дисторсия, %	< 0,5

Как следует из приведенных данных, разработанные объективы отличаются высокими оптическими параметрами, что подтверждает эффективность предлагаемой методики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматизированный габаритный расчет вариообъективов / И.И. Пахомов, Д.Е. Пискунов, А.М. Хорохоров, А.Ф. Ширанков // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2010. – № 3. – С. 26–41.
2. Автоматизированный габаритный расчет вариообъективов / И.И. Пахомов, Д.Е. Пискунов, М.Е. Фролов и др. // Сб. трудов IX Международной конференции «Прикладная оптика–2010». – СПб., 2010. – Т. 2. – С. 316–320.
3. Слюсарев Г. Г. Методы расчета оптических систем. – Л.: Машиностроение, 1969. – 672 с.
4. Слюсарев Г. Г. Расчет оптических систем – Л.: Машиностроение, 1975. – 640 с.

5. Т у д о р о в с к и й А. И. Теория оптических приборов. – 2-е изд., перераб. и доп; в 2 ч. – М.; Л.: Издательство Академии наук СССР. – Ч. 1. – 1948. – 662 с.; Ч. 2. – 1952. – 568 с.
6. Г а л ь п е р н Д. Ю. Дис. … д-ра техн. наук «Исследования по геометрической оптике». – М., 1959.
7. Ш е й н и с Н. В., Вычисление аберраций высших порядков / Труды ГОИ. – Т. XXXVII. – Вып. 167. – Л.: Машиностроение, 1970. – С. 124–143.
8. Автоматизированный аберрационный синтез объективов / И.И. Пахомов, Д.Е. Пискунов, М.Е. Фролов и др. // Сб. трудов IX Международной конференции «Прикладная оптика – 2010». – СПб, 2010. – Т. 2. – С. 279–282.
9. П и с к у н о в Д. Е., Х о р о х о р о в А. М. Аналитико-оптимизационный метод аберрационного синтеза оптических систем // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. – 2012. – № 7. http://technomag.edu.ru/doc/442505.html
10. П а х о м о в И. И., Ц и б у л я А. В. Расчет оптических систем лазерных приборов. – М.: Радио и связь, 1986. – 150 с.
11. П а х о м о в И. И., Х о р о х о р о в А. М. Использование полиномов Чебышева для синтеза и оптимизации оптических систем // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 1995. – № 3. – С. 69–73.

Статья поступила в редакцию 26.09.2012