

А. В. Пельтин

## АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ИНТЕРПОЛЯЦИИ В ЗАДАЧЕ ПОСТОБРАБОТКИ ДАННЫХ ЦИФРОВОГО РЕГИСТРАТОРА

*Рассмотрен адаптивный алгоритм интерполяции на фиксированном интервале для задачи постобработки данных цифрового регистратора. Приведены сравнительный анализ характеристик предложенного алгоритма с известными алгоритмами методом имитационного моделирования и результаты испытаний предложенного алгоритма интерполяции по сигналам имитатора сигналов глобальных навигационных спутниковых систем.*

**E-mail:** peltosha@mail.ru

**Ключевые слова:** спутниковые радионавигационные системы, широкополосный аналоговый ретранслятор, цифровой регистратор, алгоритм интерполяции, адаптивная фильтрация.

Во многих практических задачах, связанных с измерением параметров движения динамических объектов, требуется обеспечить высокую точность и целостность оценки параметров траектории на всем участке движения объекта. При работе по сигналам навигационных космических аппаратов (НКА) глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) для получения оценки координат и скорости в аппаратуре необходимо осуществить поиск и захват нужного числа сигналов НКА, а также прием и дешифрацию оперативной навигационной информации (НИ). При этом если закладка оперативной НИ в принципе возможна до начала сеанса измерений (наблюдений), то задачу поиска и захвата сигналов НКА исключить невозможно. Получить оценку траектории динамического объекта практически с первых миллисекунд движения возможно, например, в случае отказа от работы аппаратуры в режиме реального времени и перехода в режим постобработки. При этом осуществляется запись дискретных выборок сигнала после аналого-цифрового преобразователя (АЦП) в широкой полосе и далее вся необходимая обработка реализуется в режиме пост-обработки массива дискретных выборок.

В работах [1, 2] описан канал цифрового регистратора (ЦР) аппаратуры приема и обработки ретранслированных сигналов (АПРС) ГНСС для системы измерения параметров движения динамических объектов. Отмечалось, что в ряде практических задач режим постобработки данных ЦР имеет существенные преимущества перед традиционным построением аппаратуры, при котором все измерения проводятся в режиме реального времени. При таком принципе по-

строения аппаратуру комплекса для измерения параметров траектории подвижных объектов можно условно разбить на два следующих основных элемента:

1) приемные тракты, осуществляющие прием, усиление, фильтрацию (частотную селекцию) и преобразование по частоте, а также аналого-цифровое преобразование;

2) специализированная ЭВМ, осуществляющая запись и обработку массива дискретных выборок АЦП.

Схема метода внешне-траекторных измерений с использованием широкополосного аналогового ретранслятора в режиме постобработки данных в АПРС показана на рис. 1.

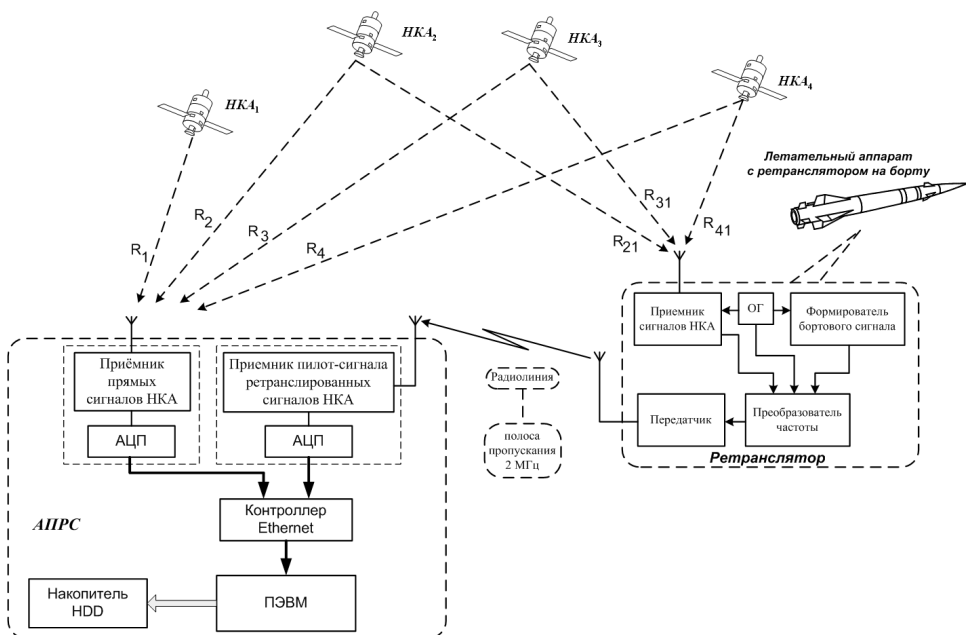


Рис. 1. Схема метода траекторных измерений с ретранслятором

Подобный подход к решению задачи траекторных измерений целесообразно использовать в тех случаях, когда условие получения измерения траектории объекта в режиме реального времени не является обязательным (например, при полигонных испытаниях, в том числе для контроля бортовой навигационной аппаратуры потребителей или для задачи «радиоприсрелки»).

В работе рассмотрен адаптивный алгоритм интерполяции (сглаживание) на фиксированном интервале в задаче постобработки данных ЦР для системы траекторных измерений динамичных объектов. Предлагаемый алгоритм позволяет повысить точность оценки координат и компонент вектора скорости и ускорения по сравнению с рядом других известных алгоритмов.

Целью работы является синтез адаптивного алгоритма интерполяции (сглаживания) на фиксированном интервале, позволяющий повысить точность определения параметров движения (координат, вектора скорости и ускорения) динамических (маневренных) объектов, испытание и сравнительный анализ его характеристик с рядом известных алгоритмов.

**Синтез адаптивного алгоритма интерполяции.** Основной задачей комплекса аппаратуры измерения параметров движения подвижных объектов является получение оценок (оптимальных по какому-либо критерию) координат  $\mathbf{X}_k = [x_k \ y_k \ z_k]^T$  и вектора скорости  $\mathbf{V}_k = [\dot{x}_k \ \dot{y}_k \ \dot{z}_k]^T$  на момент времени  $t_k$ , где  $k = \overline{1, N}$  и  $t_k \in [t_1, t_N]$ . После регистрации и записи массива дискретных выборок АЦП на всем интервале движения объекта аппаратурой наземного измерительного пункта для дальнейшей обработки доступны наблюдения совокупности дискретных отсчетов принятых сигналов на *всем интервале*  $t \in [t_1, t_N]$ . В теории оптимальной фильтрации задача получения оценки случайного процесса  $\lambda(t)$  для момента времени  $t \in [0, T]$  при наличии наблюдений  $\xi(t) = \mathbf{S}(t, \lambda(t)) + n(t)$  на всем временном интервале  $[0, T]$  называется задачей *интерполяции на фиксированном интервале* [3]. Таким образом, задача постобработки массива записи дискретных выборок АЦП с целью получения оценок ВС  $\lambda_k = [\mathbf{X}_k^T \ \mathbf{V}_k^T]^T$ , где  $k = \overline{1, N}$  является задачей интерполяции на фиксированном интервале. Алгоритмы интерполяции обеспечивают использование всей совокупности измерений на интервале времени наблюдения  $[0, T]$ , что позволяет повысить точность определения значений  $\lambda_k$  относительно обычной фильтрации [3].

Как правило, на практике при оценке параметров траектории динамических (маневрирующих) объектов возникает параметрическая неопределенность относительно параметров априорной модели динамики компонент вектора состояния (ВС) (интенсивность, время начала и продолжительность маневра объекта). Известно [3, 4], что лучшие характеристики оценки  $\lambda_k$  обеспечивают так называемые *адаптивные* алгоритмы, которые позволяют наиболее полно использовать всю доступную информацию (априорную и содержащуюся в наблюдении) для уменьшения неопределенности исходных условий.

Рассмотрим адаптивный алгоритм интерполяции на фиксированном интервале в задаче постобработки массива записи дискретных выборок АЦП комплекса измерений параметров движения подвижных объектов.

Вся информация о ВС  $\lambda_k$  заключена в апостериорной плотности вероятности (АПВ)  $p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^N)$ , которая представлена в следующем виде:

$$p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^N) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\lambda_k, \mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^N) d\mathbf{a} = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^N, \mathbf{a}) p(\mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^N) d\mathbf{a}. \quad (1)$$

Таким образом, поставленная задача интерполяции сводится к получению плотности вероятности (ПВ)  $p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^N, \mathbf{a}_k)$  и ПВ  $p(\mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^N)$ .

При синтезе алгоритма интерполяции на фиксированном интервале был применен двусторонний алгоритм интерполяции [5], который для данной задачи является наиболее удобным для практической реализации.

Для реализации адаптивных методов обработки при фильтрации в прямом и обратном времени был использован адаптивный фильтр в форме многоканального измерителя. При этом значения параметра  $\mathbf{a}_k$  представлялись в виде конечного дискретного множества. Переменная  $\mathbf{a}_k$  моделировалась конечной однородной дискретной цепью Маркова [3].

Выражение для ПВ  $p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^N, \mathbf{a}_k)$  может быть представлено в следующем виде [6]:

$$p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^N, \mathbf{a}_k) = \tilde{c}_1 p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^k, \mathbf{a}_k) p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \lambda_k, \mathbf{a}_k). \quad (2)$$

Первый сомножитель в выражении (2) может быть представлен в следующем виде:

$$p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^k, \mathbf{a}_k) = p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}, \mathbf{a}_k) p(\mathbf{y}_k | \lambda_k, \mathbf{a}_k) / p(\mathbf{y}_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}, \mathbf{a}_k). \quad (3)$$

Плотность вероятности  $p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}, \mathbf{a}_k)$  можно представить как

$$p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}, \mathbf{a}_k) = \frac{1}{p(\mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^{k-1})} \int p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}, \mathbf{a}_{k-1}) p(\mathbf{a}_{k-1} | \mathbf{Y}_0^{k-1}) p(\mathbf{a}_{k-1} | \mathbf{a}_k) d\mathbf{a}_{k-1}. \quad (4)$$

Первый сомножитель под интегралом в (4) можно записать в виде

$$p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}, \mathbf{a}_{k-1}) = \int p(\lambda_{k-1} | \mathbf{Y}_0^{k-1}, \mathbf{a}_{k-1}) p(\lambda_k | \lambda_{k-1}, \mathbf{a}_{k-1}) d\lambda_{k-1}. \quad (5)$$

Выражения (3)—(5) описывают уравнения многоканальной фильтрации ПВ  $p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^k, \mathbf{a}_k)$  в прямом времени.

Рассмотрим второй сомножитель в выражении (2), который может быть представлен в таком виде:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \lambda_k, \mathbf{a}_k) &= \iint p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \lambda_{k+1}, \mathbf{a}_{k+1}) p(\lambda_{k+1}, \mathbf{a}_{k+1} | \lambda_k, \mathbf{a}_k) d\lambda_{k+1} d\mathbf{a}_{k+1} = \\ &= \iint p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \lambda_{k+1}, \mathbf{a}_{k+1}) p(\lambda_{k+1} | \lambda_k, \mathbf{a}_k) p(\mathbf{a}_{k+1} | \mathbf{a}_k) d\lambda_{k+1} d\mathbf{a}_{k+1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Первый сомножитель под знаком интеграла в выражении (6) можно записать в следующем виде:

$$p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \lambda_{k+1}, \mathbf{a}_{k+1}) = p(\mathbf{Y}_{k+2}^N | \lambda_{k+1}, \mathbf{a}_{k+1}) p(\mathbf{y}_{k+1} | \lambda_{k+1}, \mathbf{a}_{k+1}). \quad (7)$$

Выражения (6) и (7) описывают уравнения многоканальной фильтрации ПВ  $p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \lambda_k, \mathbf{a}_k)$  в обратном времени.

Рекуррентные уравнения для АПВ  $p(\mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^N)$  в выражении (1) имеют вид

$$p(\mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^N) = \tilde{c}_2 p(\mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^k) p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \mathbf{a}_k). \quad (8)$$

Здесь первый множитель —  $p(\mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^k)$  — описывает фильтрацию параметра  $\mathbf{a}_k$  в прямом времени.

Уравнения фильтрации в обратном времени — ПВ  $p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \mathbf{a}_k)$  — могут быть записаны в следующем виде:

$$p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \mathbf{a}_k) = \int p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \mathbf{a}_{k+1}) p(\mathbf{a}_{k+1} | \mathbf{a}_k) d\mathbf{a}_{k+1}; \quad (9)$$

$$p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \mathbf{a}_{k+1}) = p(\mathbf{Y}_{k+2}^N, \mathbf{y}_{k+1} | \mathbf{a}_{k+1}) = p(\mathbf{Y}_{k+2}^N | \mathbf{a}_{k+1}) p(\mathbf{y}_{k+1} | \mathbf{a}_{k+1}, \mathbf{Y}_{k+2}^N). \quad (10)$$

Согласно выражениям (3)—(10), алгоритм интерполяции на фиксированном интервале можно условно разделить на следующие этапы:

1) фильтрации в прямом времени — получение ПВ  $p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^k, \mathbf{a}_k)$  и  $p(\mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^k)$ ;

- 2) фильтрация в обратном времени — получение ПВ  $p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \lambda_k, \mathbf{a}_k)$  и  $p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \mathbf{a}_k)$ ;
- 3) многоканальная интерполяция — получение ПВ  $p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^N, \mathbf{a}_k)$  и  $p(\mathbf{a}_k | \mathbf{Y}_0^N)$ ;
- 4) итоговая оценка — получение ПВ  $p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^N)$ .

Достоинством описанного выше подхода к синтезу предложенного адаптивного алгоритма интерполяции на фиксированном интервале (применение в частности алгоритма двусторонней интерполяции) является то, что для реализации текущей фильтрации в прямом времени и оценки ПВ  $p(\lambda_k | \mathbf{Y}_0^k, \mathbf{a}_k)$ , а также фильтрации в обратном времени и оценки ПВ  $p(\mathbf{Y}_{k+1}^N | \lambda_k, \mathbf{a}_k)$  могут быть использованы известные и простые в вычислительном отношении алгоритмы квази-оптимальной фильтрации на основе метода гауссовской аппроксимации (в частности локальной гауссовской аппроксимации).

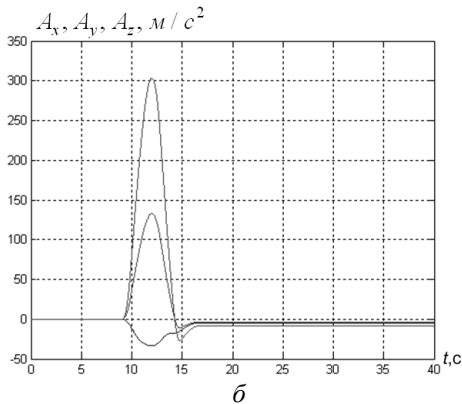
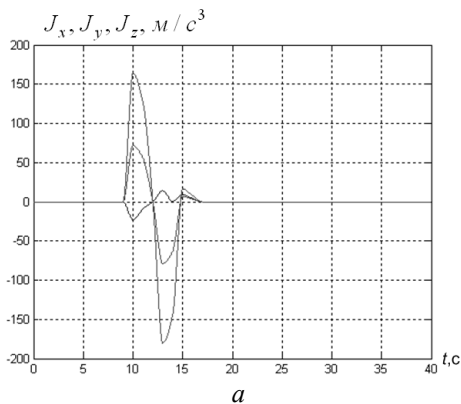
Предложенный алгоритм для задачи постобработки массива дискретных выборок цифрового регистратора АПРС системы измерения параметров траектории динамических объектов с применением метода широкополосной аналоговой ретрансляции может быть реализован на базе алгоритмов комплексной обработки прямых и ретранслированных сигналов ГНСС рассмотренных, например, в работах [6, 7,].

**Результаты моделирования алгоритма.** Для проведения сравнительного анализа предложенного адаптивного алгоритма интерполяции в среде MATLAB была разработана программно-математическая модель на базе метода статистических эквивалентов. При моделировании использовалась траектория, характерная для реактивного снаряда. Изменение во времени компонент вектора производной ускорения (рывок) и ускорения в геоцентрической связанной системе координат для моделируемой траектории представлены на рис. 2.

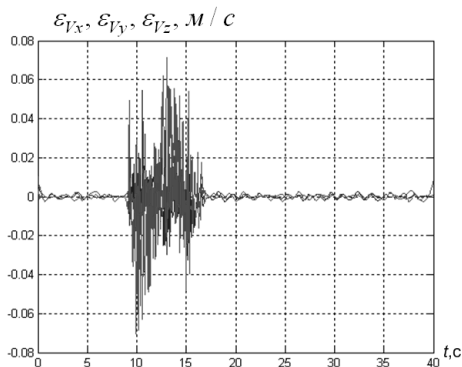
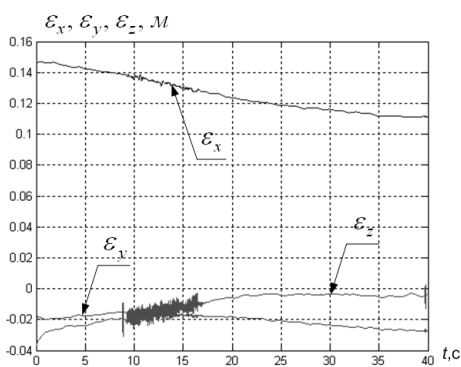
Синтезированный алгоритм сравнивался с двумя известными алгоритмами:

- 1) адаптивный алгоритм текущей фильтрации (одноэтапный когерентный адаптивный алгоритм в форме многоканального измерителя [4, 8]);
- 2) алгоритм интерполяции на фиксированном интервале *без адаптации* (одноэтапный когерентный алгоритм [4]).

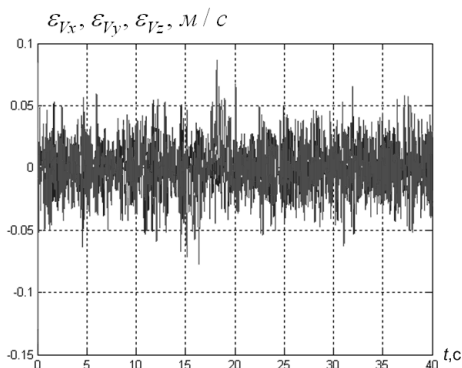
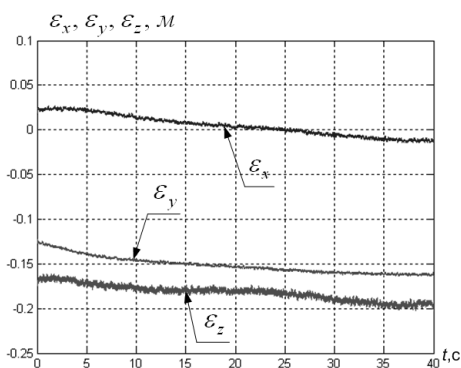
Реализации во времени ошибок оценки координат и вектора скорости объекта при наблюдении и обработке сигналов 8 НКА и  $\Gamma\Phi = 2$  для одноэтапного адаптивного алгоритма интерполяции приведены на рис. 3. Для сравнения на рис. 4 показаны аналогичные ошибки для одноэтапного алгоритма интерполяции *без адаптации*.



**Рис. 2.** Изменение во времени компонент вектора рывка (а) и ускорения (б) траектории



**Рис. 3.** Ошибки оценки координат (а) и скорости (б) для адаптивного алгоритма интерполяции



**Рис. 4.** Ошибки оценки координат (а) и скорости (б) для алгоритма интерполяции без адаптации

На приведенных рисунках видно, что применение методов адаптивной фильтрации позволяет получить значительный выигрыш в

точности оценки скорости на участках с низкой интенсивностью маневра объекта.

Погрешности (СКО) оценки скорости объекта для трех различных алгоритмов на участке полета ( $\approx 9 \dots 40$  с) траектории по результатам имитационного моделирования приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Погрешности определения скорости объекта  
по результатам моделирования**

СКО	Алгоритм адаптивной текущей фильтрации	Алгоритм интерполяции без адаптации	Адаптивный алгоритм интерполяции
$\sigma_{V_x}$ , м/с	0,030	0,018	0,0055
$\sigma_{V_y}$ , м/с	0,025	0,014	0,0060
$\sigma_{V_z}$ , м/с	0,086	0,023	0,0140
$\sigma_V$ , м/с	0,094	0,032	0,016

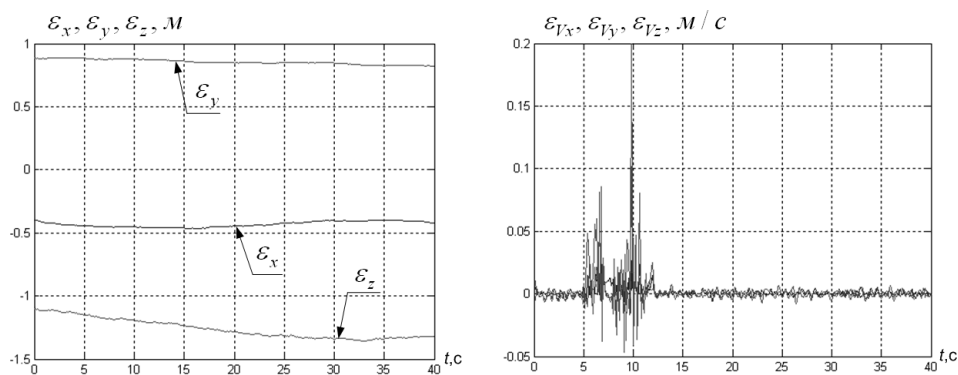
Из данных, приведенных в табл. 1, следует, что на траекториях подобных использованной при моделировании предложенный алгоритм позволяет снизить погрешность (СКО) определения скорости динамических объектов по сравнению с текущей адаптивной фильтрацией в 4—6 раз, а по сравнению с алгоритмом интерполяции без адаптации в 2—3 раза. При этом погрешность оценки координат при использовании предложенного алгоритма снижается (за счет интерполяции) только по отношению к алгоритму *текущей* фильтрации, так как адаптация к неопределенности параметров динамики объекта слабо влияет на точность оценки координат при когерентной обработке.

**Результаты испытаний алгоритма.** С целью проверки работоспособности и проведения испытаний синтезированный алгоритм был реализован в среде MATLAB в виде совокупности взаимодействующих *m*-файлов для обработки массива данных цифрового регистратора аппаратно-программного комплекса постобработки АПРС, описанного в работах [1, 2].

Для более полного и качественного анализа характеристик предложенного алгоритма интерполяции испытания проводились с использованием имитатора сигналов ГНСС. Это позволило провести проверку работы алгоритма с использованием траектории объекта с высокой динамикой. При проведении испытаний в имитаторе была использована траектория, характерная для реактивного снаряда, полностью аналогичная траектории, использованной при моделировании.



Реализации во времени ошибок определения координат и вектора скорости объекта при наблюдении и обработке сигналов 8 НКА и  $\Gamma\Phi = 2$  для одноэтапного адаптивного алгоритма интерполяции по сигналам имитатора представлены на рис. 5.



**Рис. 5. Ошибки оценки координат (а) и скорости (б) для адаптивного алгоритма интерполяции по сигналам имитатора**

Погрешности (СКО) оценки скорости объекта для трех различных алгоритмов на участке полета ( $\approx 9 \dots 40$  с) траектории по результатам испытаний с использованием имитатора сигналов ГНСС приведены в табл. 2.

Таблица 2

**Погрешности определения скорости объекта по сигналам имитатора**

СКО	Алгоритм адаптивной текущей фильтрации	Алгоритм интерполяции без адаптации	Адаптивный алгоритм интерполяции
$\sigma_{V_x}$ , м/с	0,028	0,022	0,0064
$\sigma_{V_y}$ , м/с	0,032	0,017	0,0077
$\sigma_{V_z}$ , м/с	0,08	0,025	0,0135
$\sigma_V$ , м/с	0,091	0,037	0,0168

Из приведенных в табл. 2 данных можно сделать вывод, что характеристики предложенного адаптивного алгоритма интерполяции, в частности выигрыш по отношению к другим алгоритмам, близки к характеристикам, полученным по результатам моделирования.

Таким образом, предложен и синтезирован адаптивный алгоритм интерполяции (сглаживания) в задаче постобработки массива дискретных выборок цифрового регистратора для системы траекторных измерений динамических объектов; методом имитационного моделирования показано, что на траекториях, подобных траектории реак-

тивного снаряда предложенный алгоритм позволяет снизить погрешность (СКО) определения скорости динамичных объектов в 4—6 раз по сравнению с алгоритмом текущей адаптивной фильтрации и в 2—3 раза по сравнению с алгоритмом интерполяции *без адаптации*; в среде MATLAB разработана программа обработки данных ЦР, реализующая одноэтапный адаптивный алгоритм интерполяции (сглаживания). С помощью разработанной программы проведены испытания предложенного алгоритма с помощью имитатора сигналов ГНСС.

Проведенные испытания показали, что характеристики предложенного алгоритма близки к характеристикам, полученным по результатам имитационного моделирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кондратьев А. С., Пельтин А. В., Гаврилов А. И. Цифровой регистратор аппаратуры приема и обработки ретранслированных сигналов ГНСС // Радиолокация, навигация и связь: Сб. трудов международной конференции. – Воронеж, 2011. – С. 1949–1954.
2. Кондратьев А. С., Пельтин А. В. Аппаратно-программный комплекс постобработки аппаратуры приема ретранслированных сигналов ГНСС // Радионавигационные технологии в приборостроении: Сб. материалов науч.-техн. конф. г. Туапсе. 2011. – С. 39–43.
3. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. — М.: Радио и связь, 1991. — 608 с.
4. Перов А. И. Статистическая теория радиотехнических систем. – М.: Радиотехника, 2003. – 400 с.
5. Харисов В. Н., Карпейкин А. В. Двусторонний алгоритм интерполяции в задачах постобработки // Радиотехника. – 1998. – № 7. – С. 58–62.
6. Пудловский В. Б., Пельтин А. В. Одноэтапный алгоритм фильтрации траектории ретранслятора сигналов СРНС // Радиотехника. – 2007. – № 7. – С. 91–101.
7. Пудловский В. Б., Пельтин А. В. Одноэтапный когерентный алгоритм фильтрации координат и скорости ретранслятора сигналов спутниковых радионавигационных систем // Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение. Спец. вып. Радиолокация, спутниковая навигация и связь, радиоастрономия. – 2009. – С. 158–166.
8. Перов А. И. Адаптивные алгоритмы сопровождения маневрирующих целей // Радиотехника. – 2002. – № 7. – С. 73–81.

Статья поступила в редакцию 07.09.2012