УДК: 621.396.677(024)

В. Н. Митрохин, Н. Ю. Фадеева

МОДЕЛЬ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ДЛЯ АНАЛИЗА КРУГЛОЙ МИКРОПОЛОСКОВОЙ АНТЕННЫ

Рассмотрена модель радиальной линии передачи, позволяющая определить область возможного положения зонда для эффективного возбуждения круглой микрополосковой антенны.

E-mail: fadeeva.n.u@gmail.com

Ключевые слова: радиальная линия передачи, критическое сечение, собственные волны, диаграмма направленности, эквивалентная плотность тока.

Среди многочисленных методов анализа микрополосковых антенн наиболее распространены: метод линии передачи, метод объемного резонатора, метод тензорной функции Грина [1—5]. Модель линии передачи — самая простая из всех моделей, она дает хорошее физическое понимание принципов работы микрополосковой антенны. При анализе ее излучения непосредственно используют такие характеристики линии передачи, как постоянная распространения Г, характеристическое сопротивление $Z_с$, фазовая скорость $v_ф$, длина волны в системе $\lambda_с$.

Собственные волны и собственные критические сечения радиальной линии передачи. Радиальной линией передачи принято называть волновод, образованный двумя параллельными металлическими плоскостями, между которыми размещен однородный диэлектрик. Электромагнитные волны в таком волноводе распространяются в радиальном направлении. Поперечное сечение радиального волновода с увеличением радиальной координаты не остается постоянным, поэтому такой волновод относят к категории неоднородных волноводов.

Решение уравнений Максвелла представляется в виде суперпозиции электрических E_{mn} и магнитных H_{mn} волн, а также T волны. Кавычки означают, что данное разбиение на типы волн не соответствует принятой волноводной классификации. В этом случае направляемые волны являются цилиндрическими и распространяются вдоль радиальной координаты ρ (рис. 1) [6]. Используется цилиндрическая система координат ρ, φ, z.

Основной низший тип волны T, возбуждаемый в распределительных системах СВЧ на основе радиального волновода фазированных антенных решеток, исследован в работе [1]. В круглых микрополосковых антеннах этот тип волны не используется [2, 5]. Компоненты электромагнитного поля «E_{mn}» и «H_{mn}» типов волн выражают через скалярные функции U и V [6—9]:

$$\left.\begin{matrix} U \\ V \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} A_{mn} \\ B_{mn} \end{matrix}\right. Z_m(\gamma\rho) \begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix}\left(m\varphi + \frac{m\pi}{2}\right)\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}\left(g_n z + \frac{n\pi}{2}\right), \qquad (1)$$

где A_{mn}, B_{mn} — постоянные коэффициенты; γ — поперечное волновое число, $\gamma^2 = k^2 - g_n^2$; k — волновое число в среде с параметрами ε_a, μ_a (абсолютные значения диэлектрической и магнитной проницаемости среды между пластинами, соответственно), $k = \omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$; m, g_n — собственные значения, определяемые из условия периодичности по координате φ и граничных условий на внутренних поверхностях пластин волновода: m — целые числа, включая 0 для волн магнитного типа и $m \neq 0$ для волн электрического типа, $g_n = n\pi / h$ — собственные значения радиального волновода высотой h; n — целые числа, включая 0 для волн электрического типа и $n \neq 0$ для волн магнитного типа.

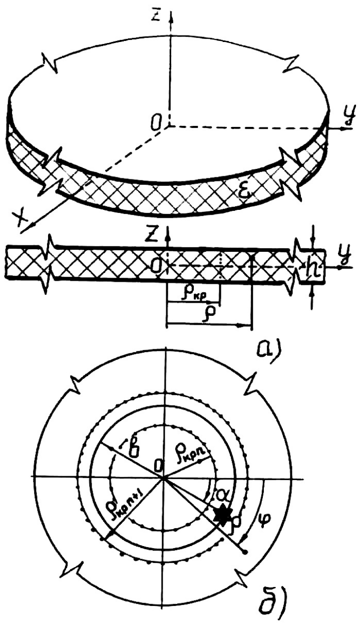

Рис. 1. Структура радиальной линии передачи:

а — линия с диэлектрическим заполнением; *б* — положение критических сечений; * — сторонний источник электромагнитного поля

Функции $Z_m(\gamma\rho)$ удовлетворяют цилиндрическому уравнению Бесселя. Для того чтобы удовлетворить условию ограниченности поля при $\gamma\rho \to 0$, радиальную зависимость $Z_m(\gamma\rho)$ необходимо представить в виде функции Бесселя 1-го рода m-го порядка $J_m(\gamma\rho)$, а чтобы удовлетворить условию излучения при $\gamma\rho \to \infty$ необходимо $Z_m(\gamma\rho)$ представить в виде функции Ханкеля 2-го рода m-го порядка $H_m^{(2)}(\gamma\rho)$ (временная зависимость exp$(i\omega t)$, рассматриваются прямые волны). В переходной области необходимо дополнительное исследование.

Если представить $Z_m(\gamma\rho) = R_m(\gamma\rho)/\sqrt{\gamma\rho}$, то от уравнения Бесселя для $Z_m(\gamma\rho)$ для функции $R_m(\gamma\rho)$ можно перейти к уравнению вида

$$\frac{d^2 R_m(\gamma\rho)}{d(\gamma\rho)^2} + \left[1 - \frac{m^2 - 0,25}{(\gamma\rho)^2}\right] R_m(\gamma\rho) = 0. \qquad (2)$$

В точке поворота $\gamma\rho = (\gamma\rho)_{\text{кр}} = \sqrt{m^2 - 0,25}$ этого дифференциального уравнения меняется характер решения так, что при $\gamma\rho < (\gamma\rho)_{\text{кр}}$

решение данного уравнения описывает процесс затухания волны, а при $\gamma\rho > (\gamma\rho)_{\text{кр}}$ — процесс распространения волны, т. е. $\gamma\rho = (\gamma\rho)_{\text{кр}}$ является критическим сечением соответствующего типа волн, рассматриваемого неоднородного волновода [8].

Таким образом, радиальную зависимость поля $Z_m(\gamma\rho)$ в (1), удовлетворяющую условию ограниченности при $\gamma\rho \to 0$ условию излучения при $\gamma\rho \to \infty$ и условию непрерывности при $\gamma\rho = (\gamma\rho)_{\text{кр}}$, следует записать в следующем виде:

$$Z_m(\gamma\rho) = \begin{cases} H_m^{(2)}[(\gamma\rho)_{\text{кр}}] J_m(\gamma\rho), & \gamma\rho \le (\gamma\rho)_{\text{кр}}, \\ J_m[(\gamma\rho)_{\text{кр}}] H_m^{(2)}(\gamma\rho), & \gamma\rho \ge (\gamma\rho)_{\text{кр}}. \end{cases} \tag{2}$$

Поперечные (относительно направления распространения волн $\boldsymbol{\rho}^0$ — орта по координате ρ) составляющие электромагнитного поля $\mathbf{E}_\perp$, $\mathbf{H}_\perp$ внутри радиального волновода представляют собой суперпозицию поперечных составляющих электромагнитного поля «E_{mn}» и «H_{mn}» типов волн:

$$\mathbf{E}_\perp = \sum_\nu \mathbf{E}_\perp^\nu + \sum_\mu \mathbf{E}_\perp^\mu, \qquad \mathbf{H}_\perp = \sum_\nu \mathbf{H}_\perp^\nu + \sum_\mu \mathbf{H}_\perp^\mu,$$

где индекс ν означает пару индексов mn для «E_{mn}» типов волн, а индекс μ — пару индексов mn для «H_{mn}» типов волн, причем [3, 7]

$$\left.\begin{gathered} \mathbf{E}_\perp^\nu = \frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial\varphi}\boldsymbol{\varphi}^0 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U\right)\mathbf{z}^0 \\ \mathbf{H}_\perp^\nu = -i\omega\varepsilon_a \frac{\partial U}{\partial \rho}\boldsymbol{\varphi}^0 \\ E_\rho^\nu = \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial \rho}, \qquad H_\rho{}^\nu = \frac{i\omega\varepsilon_a}{\rho}\frac{\partial U}{\partial\varphi} \end{gathered}\right\}; \tag{3}$$

$$\left.\begin{gathered} \mathbf{E}_\perp^\mu = i\omega\mu_a \frac{\partial V}{\partial \rho}\boldsymbol{\varphi}^0 \\ \mathbf{H}_\perp^\mu = \frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 V}{\partial z \partial\varphi}\boldsymbol{\varphi}^0 + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + k^2 V\right)\mathbf{z}^0 \\ E_\rho^\mu = -\frac{i\omega\mu_a}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \rho}, \qquad H_\rho^\mu = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial\rho}. \end{gathered}\right\}; \tag{4}$$

где $\boldsymbol{\varphi}^0$, $\mathbf{z}^0$ — орты по координате φ, z.

«Постоянная» распространения собственных волн Γ определяется логарифмической производной радиальной зависимости $\Gamma = -\gamma Z_m'(\gamma\rho) / Z_m(\gamma\rho)$, где «′» означает производную по всему аргументу. С учетом радиальной зависимости (2) очевидно, что при $\gamma\rho < (\gamma\rho)_{\text{кр}}$ величина Γ действительная и представляет собой коэффициент затухания соответствующего типа волны. При $\gamma\rho > (\gamma\rho)_{\text{кр}}$ величина Γ комплексная, причем действительная ее часть ReΓ — коэффициент затухания, а мнимая ImΓ — фазовая «постоянная». Поскольку величина Γ зависит от ρ, то слово «постоянная» взято в кавычки. Основные волновые параметры каждого собственного типа волны: фазовая скорость, длина волны в системе, волновые импедансы определяются соотношениями

$$v_{\text{ф}} = \omega / \mathrm{Im}\Gamma, \quad \lambda_{\text{c}} = 2\pi / \mathrm{Im}\Gamma, \quad Z_{mn}{}^{\nu} = iZ_0\gamma^2 / (k\Gamma), \quad Z_{mn}{}^{\mu} = -iZ_0(k\Gamma) / \gamma^2,$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a}$ — волновое сопротивление свободного пространства, заполненного средой с параметрами ε_a, μ_a.

Каждый собственный тип волны в области $\gamma\rho < (\gamma\rho)_{\text{кр}}$ находится в квазистатическом состоянии, которое характеризуется реактивной мощностью, определяемой запасенной энергией. В области $\gamma\rho > (\gamma\rho)_{\text{кр}}$ формируется излучение, характеризуемое излучаемой мощностью [7, 8]

$$P_{\Sigma}^{mn} = \frac{k\gamma^2}{\pi} \begin{Bmatrix} |A_{mn}|^2 \, Y_0 N_\nu^2 \\ |B_{mn}|^2 \, Z_0 N_\mu^2 \end{Bmatrix} J_m^2[(\gamma\rho)_{\text{кр}}],$$

где $N_\nu{}^2$, $N_\mu{}^2$ — квадраты норм систем тригонометрических функций, $Y_0 = 1 / Z_0$ — волновая проводимость свободного пространства.

Сопротивление излучения $R_\Sigma{}^\nu$ для каждого «E_{mn}» типа волны и проводимость излучения G_Σ^μ для каждого «H_{mn}» типа волны рассчитывают по следующим формулам [7, 8]:

$$\left.\begin{matrix} R_\Sigma^\nu \\ G_\Sigma^\mu \end{matrix}\right\} = \frac{\pi\gamma}{2k} \begin{Bmatrix} Z_0 \\ Y_0 \end{Bmatrix} (\gamma\rho)_{\text{кр}} J_m^2[(\gamma\rho)_{\text{кр}}].$$

Возбуждение радиального волновода при малых значениях высоты подложки микрополосковой структуры *h*. Для очень тонких подложек ($h \ll \lambda$) структура поля в радиальном волноводе значительно упрощается, поскольку вариации поля по оси z отсутствуют $\partial / \partial z = 0$, $n = 0$ и из уравнений (3) и (4) видно, что остается только система собственных волн E_{m0}, для которой $g_n = 0$, $\gamma = k$, а компоненты поля определяются следующими выражениями:

$$E_z = k^2 U = k^2 A_{m0} Z_{m0}(k\rho)\sin\left(m\varphi + \frac{m\pi}{2}\right);$$

$$H_\rho = \frac{i\omega\varepsilon_a}{\rho}\frac{\partial U}{\partial\varphi} = \frac{i\omega\varepsilon_a m}{\rho} A_{m0} Z_{m0}(k\rho)\cos\left(m\varphi + \frac{m\pi}{2}\right); \qquad (5)$$

$$H_\varphi = -i\omega\varepsilon_a \frac{\partial U}{\partial\rho} = -i\omega\varepsilon_a k A_{m0} Z'_{m0}(k\rho)\sin\left(m\varphi + \frac{m\pi}{2}\right).$$

Составляющие поперечного поля $\mathbf{E}_\perp$, $\mathbf{H}_\perp$ можно представить в виде разложения в ряд по полной и ортогональной системе собственных волн радиального волновода:

$$\mathbf{E}_\perp = k^2 \sum_m A_{m0} Z_m(k\rho)\sin\left(m\varphi + \frac{m\pi}{2}\right)\mathbf{z}^{\mathbf{0}}; \qquad (6)$$

$$\mathbf{H}_\perp = -\frac{i}{Z_0} k^2 \sum_m A_{m0} Z'_m(k\rho)\sin\left(m\varphi + \frac{m\pi}{2}\right)\boldsymbol{\varphi}^{\mathbf{0}}. \qquad (7)$$

Если сторонний источник электромагнитного поля расположен на цилиндрической поверхности $\rho = b$ (рис. 1, *б*), то при $kb > (k\rho)_{\text{кр}} = \sqrt{m^2 - 0,25}$, $m = 1, 2, \ldots$ и радиальную зависимость можно записать в следующем виде:

$$Z_m(k\rho) =$$

$$= J_m(kb)\begin{cases} H_m^{(2)}(k\rho), & \infty > k\rho \ge kb; \\ \left[1 - (1+i)\xi_m(kb)\right] J_m(k\rho) + N_m(k\rho), & kb \ge k\rho \ge (k\rho)_{\text{кр}}; \\ \left[1 + \xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}] - (1+i)\xi_m(kb)\right] J_m(k\rho), & (k\rho)_{\text{кр}} \ge k\rho > 0, \end{cases} \qquad (8)$$

где $\xi_m(x) = N_m(x) / J_m(x)$.

Если сторонний источник расположен на цилиндрической поверхности $\rho = b$, причем $kb < (k\rho)_{\text{кр}}$, то радиальную зависимость можно представить в виде

$$Z_m(k\rho) =$$

$$= J_m(kb)\begin{cases} \left[1 - i\xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}]\right]^{-1} H_m^{(2)}(k\rho), & \infty > k\rho \ge k\rho; \\ \left[1 - \xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}]\right] J_m(k\rho) + N_m(k\rho), & (k\rho)_{\text{кр}} \ge k\rho > kb; \\ \left[1 - \xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}] + \xi_m(kb)\right] J_m(k\rho), & kb \ge k\rho > 0. \end{cases} \qquad (9)$$

Выражения (8) и (9) записаны в таком виде, чтобы $Z_m(k\rho)$ удовлетворяло условиям излучения при $k\rho \to \infty$, непрерывности при $k\rho = kb$, $k\rho = (k\rho)_{\text{кр}}$ и ограниченности при $k\rho \to 0$. Кроме того, они учитывают поведение поля при переходе через собственное критическое сечение [4, 7]: волновой характер поле собственной волны имеет только после критического сечения, а до критического сечения оно квазистатично.

Сторонний электрический ток с заданной плотностью $\mathbf{I}^{\text{э}}_{\text{ст}}$ на цилиндрической поверхности $\rho = b$ представим через сигнатуру поперечного вектора напряженности магнитного поля $\mathbf{H}_{\perp}(kb)$. Тогда используя формулы (7)—(9) и значения вронскиана цилиндрических функций Бесселя при $k\rho = kb$, получим

$$\mathbf{I}^{\text{э}}_{\text{ст}} = \left[\boldsymbol{\rho}^{\mathbf{0}}, \operatorname{sign}\mathbf{H}_{\perp}(kb)\right] = \sum_m -\frac{2k^2 A_{m0}}{\pi kbZ_0} \begin{Bmatrix} (1-i) \\ i \end{Bmatrix} \sin\left(m\varphi + \frac{m\pi}{2}\right)\mathbf{z}^{\mathbf{0}}. \quad (10)$$

Верхняя строка в фигурных скобках в (10) используется для тех типов волн, для которых $kb > (k\rho)_{\text{кр}}$, а нижняя — для которых $kb <$ $< (k\rho)_{\text{кр}}$.

Выражение (10) представляет собой разложение стороннего электрического тока, заданного на поверхности $\rho = b$ в ряд Фурье по тригонометрическим функциям на интервале $[-\pi, \pi]$. Обращая это выражение получим коэффициенты разложения:

$$A_{m0} = \frac{kbZ_0}{2k^2} \begin{Bmatrix} 0,5(1+i) \\ -i \end{Bmatrix} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{I}^{\text{э}}_{\text{ст}} \sin\left(m\varphi + \frac{m\pi}{2}\right)\mathbf{z}^{\mathbf{0}} d\varphi, \quad (11)$$

а значит и решение задачи возбуждения рассматриваемого радиального волновода.

Область возможного размещения зонда при эффективном возбуждении радиального волновода. Пусть на цилиндрической поверхности $\rho = b$ параллельно оси z задан линейный электрический ток. Будем считать, что амплитуда и фаза тока постоянны. Использовав δ-функцию аналитически представим ток с помощью выражения

$$\mathbf{I}^{\text{э}}_{\text{ст}} = I^{\text{э}}_0 b^{-1} \delta(\varphi - \alpha)\mathbf{z}^{\mathbf{0}}, \quad (12)$$

которое означает, что электрический ток задан в виде «бесконечно тонкой нити», расположенной в точке с координатами $\rho = b$, $\varphi = \alpha$. Подставляя (12) в (11) и затем после интегрирования (11) в (6) и (7) получаем

$$\mathbf{E}_{\perp} = \frac{kZ_0 I^{\text{э}}_0}{2} \sum_m \Phi_m(\varphi, \alpha) \begin{Bmatrix} 0,5(1+i)Z_m(k\rho) \\ -iZ_m(k\rho) \end{Bmatrix} \mathbf{z}^{\mathbf{0}}; \quad (13)$$

$$\mathbf{H}_\perp = \frac{i}{Z_0}[\boldsymbol{\rho}^\mathbf{0}, \mathbf{E}_\perp], \quad \Phi_m(\varphi,\alpha) = \begin{cases} \cos(m\alpha)\cos(m\varphi), & m - \text{нечетное;} \\ \sin(m\alpha)\sin(m\varphi), & m - \text{четное.} \end{cases}$$

Рассмотрим электромагнитное поле внутри радиального волновода в дальней зоне. Воспользуемся в выражениях (8) и (9) только верхними строчками, а для функции Ханкеля используем ее асимптотическое представление при $k\rho \to \infty$. Тогда выражение (13) принимает вид

$$\mathbf{E}_\perp = -\frac{kZ_0 I_0^{\text{э}}}{2} H_0^{(2)}(k\rho) F(\varphi)\mathbf{z}^\mathbf{0};$$

$$\mathbf{H}_\perp = \frac{i}{2}\frac{kI_0^{\text{э}}}{2} H_0^{(2)\prime}(k\rho) F(\varphi)\boldsymbol{\varphi}^\mathbf{0},$$

где $F(\varphi)$ — диаграмма направленности.

Если источник возбуждения расположен так, что $(k\rho)_{\text{кр}n} < kb < (k\rho)_{\text{кр}n+1}$, где $(k\rho)_{\text{кр}n}$ — критическое сечение n-го типа волны, то выражение для диаграммы направленности имеет следующий вид:

$$F(\varphi) = \frac{1+i}{2}\sum_{m+1}^{n} J_m(kb)\mathrm{e}^{-i\frac{m\pi}{2}}\Phi_m(\varphi,\alpha) +$$

$$+\sum_{m=n+1}^{\infty} \frac{\xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}] - i}{1+\xi_m^2[(k\rho)_{\text{кр}}]} J_m(kb)\mathrm{e}^{i\frac{m\pi}{2}}\Phi_m(\varphi,\alpha). \qquad (14)$$

Первая сумма в правой части формулы (14) учитывает вклад в диаграмму направленности тех типов волн, критические сечения которых находятся ниже источника возбуждения (см. рис. 1, *б*), а вторая сумма — тех типов волн, критические сечения которых находятся выше источника возбуждения.

Пусть источник возбуждения расположен так, что $\alpha = 0$. Тогда в соответствии с (13) $\Phi_m(\varphi,\alpha) = \cos(m\varphi)$, где m — нечетные числа, т. е... $m = 1, 3, 5, \ldots$

Значения критических сечений первых четырех нечетных типов волн и соответствующие значения коэффициента $\xi_m(x)$ приведены ниже:

m	1	3	5	7
$(k\rho)_{\text{кр}}^{«E_{m0}»}$	0,866	2,958	4,975	6,982
$\xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}^{m}]$	–2,3	–1,8	–1,7	–1,7

Разделяя действительную и мнимую части выражения (14), получаем

$$\operatorname{Re} F(\varphi) = -0,5\sum_{m+1}^{n} J_m(kb)(\pm 1)\cos(m\varphi) + \sum_{m=n+1}^{\infty} J_m(kb)\frac{(\pm 1)\cos(m\varphi)}{1+\xi_m{}^2[(k\rho)_{\text{кр}}^m]};$$

$$\operatorname{Im} F(\varphi) = 0,5\sum_{m+1}^{n} J_m(kb)(\pm 1)\cos(m\varphi) + \sum_{m=n+1}^{\infty} J_m(kb)\frac{(\pm 1)\xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}{}^n]\cos(m\varphi)}{1+\xi_m{}^2[(k\rho)_{\text{кр}}^m]}.$$

В скобках знак «+» для $m = 1, 5, 9, \ldots$, а знак «–» для $m = 3, 7, 11, \ldots$

Тогда модуль диаграммы направленности будем вычислять по соотношению

$$\left|F(\varphi)\right| = \left\{[\operatorname{Re} F(\varphi)]^2 + [\operatorname{Im} F(\varphi)]^2\right\}^{1/2}. \qquad (15)$$

Трансформация модуля диаграммы направленности (15) в зависимости от положения источника возбуждения показана на рис. 2.

Когда источник расположен в запредельной области волны «E_{10}»: $kb = 0,5 < (k\rho)_{\text{кр}}^{«E_{10}»} = 0,866$, то эффективность возбуждения мала (график — штриховая кривая на рис. 2, *а*). Если источник размещен выше критического сечения «E_{10}», но не достигает критического сечения для волны «E_{30}» $(k\rho)_{\text{кр}}^{«E_{10}»} = 0,866 < kb = 1,0; 1,5; 2,0 < (k\rho)_{\text{кр}}^{«E_{10}»} = 2,958$, то эффективность возбуждения резко возрастает, причем вклад в излучаемое поле вносит волна «E_{10}». Если источник возбуждения приближается к критическому сечению волны «E_{30}», например, при $kb = 2,9$, то как видно из рис. 2, *б* (штриховая кривая) проявляется влияние возбуждения волны «E_{30}». При переходе через критическое сечение волны «E_{30}» основной вклад в излучаемое поле вносит волна «E_{30}» (штрих-пунктирная кривая на рис. 2, *б*). Наибольшая эффективность излучения наблюдается при положении источника $kb = 2,0$. Это подтвер-

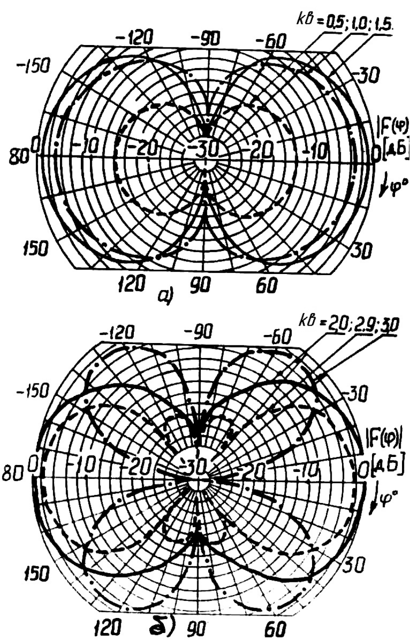

Рис. 2. Диаграмма направленности радиальной линии передачи в зависимости от положения стороннего источника:

а — для значений $kb \le 1,5$; *б* — для значений $kb \ge 2$

ждает и рис. 3, на котором изображены максимальные значения модуля диаграммы направленности в зависимости от положения источника возбуждения. Эффективное возбуждение радиального волновода соответствует положению источника в окрестности точки $kb = 2{,}0$ $(1{,}5 < kb < 2{,}5)$.

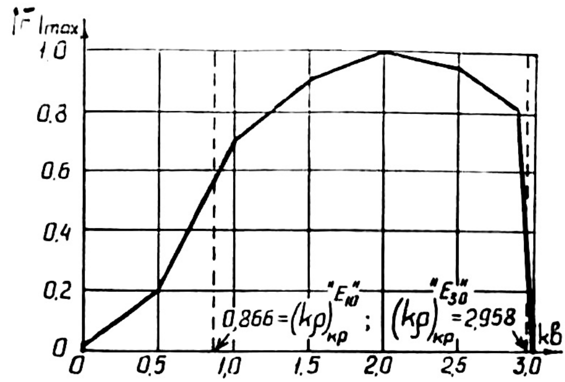

Рис. 3. Определение точки эффективного возбуждения

Излучение круглой микрополосковой антенны в режиме эффективного возбуждения. Используя модель объемного резонатора при анализе круглой микрополосковой антенны в работе [2] показано, что микрополосковую антенну можно смоделировать в виде диэлектрически нагруженного объемного радиального резонатора с двумя идеально проводящими электрическими стенками (верхней и нижней) и идеально проводящей магнитной цилиндрической поверхностью. Предполагается, что материал подложки усечен и не простирается дальше кромки полоска (рис. 4). Боковая поверхность представляет собой апертуру (щель) через которую происходит излучение.

Используя теорему эквивалентности, боковую щель можно охарактеризовать эквивалентным магнитным током плотностью

$$\mathbf{j}_s^{\text{м}} = -[\mathbf{n}^0, \mathbf{E}_a],$$

где $\mathbf{n}^0$ — единичный вектор внешней нормали к апертуре, $\mathbf{E_a}$ — вектор напряженности электрического поля на щели. Плотности эквивалентных электрических токов, возникающих на верхней и нижней частях полоска, оказываются очень малы-

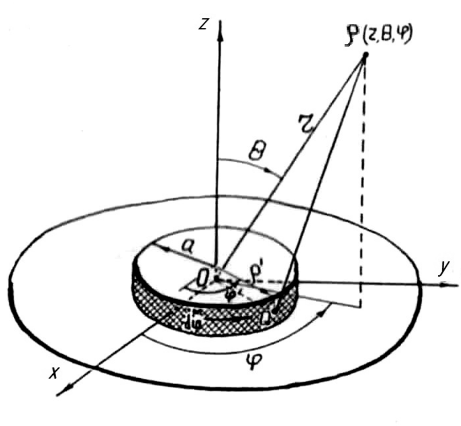

Рис. 4. Структура круглой микрополосковой антенны

ми и ими пренебрегают. Присутствие заземленной плоскости (см. рис. 4) учитывают с помощью теории зеркальных изображений. Тогда результирующий эквивалентный магнитный ток плотностью $\mathbf{j}_s^{\text{м}}$ будет удваиваться:

$$\mathbf{j}_s^{\text{м}} = -2[\mathbf{n}^0, \mathbf{E}_a]. \tag{16}$$

Апертурную напряженность электрического поля в щели можно определить из выражения (13) с учетом полученных выше результатов:

$$\mathbf{E}_a = \mathbf{E}_\perp\big|_{\rho=a_{\text{эф}}} = \frac{kE_0}{2}\left\{\frac{1}{2}(1+i)J_1(2)H_1^{(2)}(ka_{\text{эф}})\cos\varphi' + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=3}^{\infty}\frac{\xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}^m]-i}{1+\xi_m{}^2[(k\rho)_{\text{кр}}^m]}J_m(2)H_m^{(2)}(ka_{\text{эф}})\cos(m\varphi')\right\}\mathbf{z}^0,$$

где $E_0 = Z_0 I_0^{\text{э}}$; $a_{\text{эф}}$ – эффективный радиус полоска, определяемый краевыми эффектами в окрестности кромки круглого полоска [3],

$$a_{\text{эф}} = a\left\{1+\frac{2h}{\pi a\varepsilon}\left[\ln\left(\frac{\pi a}{2h}\right)+1,7726\right]\right\}^{1/2}. \tag{17}$$

Здесь a — физический радиус полоска; h — высота подложки; ε — относительная диэлектрическая проницаемость подложки.

Воспользовавшись соотношением (16) плотность эквивалентного магнитного тока можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{j}_s^{\text{м}} = -2[\mathbf{n}^0, \mathbf{E_0}] = -2[\boldsymbol{\rho}^0, \mathbf{E}_\perp\big|_{\rho=a_{\text{эф}}}] = kE_0\left\{\frac{1}{2}(1+i)J_1(2)H_1^{(2)}(ka_{\text{эф}})\cos\varphi' + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=3}^{\infty}\frac{\xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}^m]-i}{1+\xi_m{}^2[(k\rho)_{\text{кр}}^m]}J_m(2)H_m^{(2)}(ka_{\text{эф}})\cos(m\varphi')\right\}\boldsymbol{\varphi}^0. \tag{18}$$

Поскольку высота подложки очень мала и плотность тока (18) равномерна вдоль направления $\mathbf{z}^0$ можно ввести нитевидный магнитный ток $\mathbf{I}_{\text{м}} = h\mathbf{j}_s^{\text{м}}$,

$$\mathbf{I}_{\text{м}} = V_0\frac{k}{h}\left\{\frac{1}{2}(1+i)J_1(2)H_1^{(2)}(ka_{\text{эф}})\cos\varphi' + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=3}^{\infty}\frac{\xi_m[(k\rho)_{\text{кр}}^m]-i}{1+\xi_m{}^2[(k\rho)_{\text{кр}}^m]}J_m(2)H_m^{(2)}(ka_{\text{эф}})\cos(m\varphi')\right\}\boldsymbol{\varphi}^0, \tag{19}$$

где $V_0 = hE_0$ — разность потенциалов в устройстве возбуждения. Рассматриваемая микрополосковая антенна может быть представлена [2] в виде круговой рамки с магнитным током $\mathbf{I}_{\text{м}} = \boldsymbol{\varphi}^0 I_{\varphi}^{\text{м}}$, излучающая в свободное пространство (см. рис. 4). Она размещается симметрично на плоскости xOy при $z = 0$. Поле излучения определяется с помощью векторного потенциала

$$\mathbf{A}^{\text{м}}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_C \mathbf{I}_{\text{м}}(x', y', z') \frac{\mathrm{e}^{-ikR}}{R} dl'. \tag{20}$$

Здесь координаты с индексом «$'$» относятся к точкам источника $Q(x', y', z')$, а координаты без «$'$» — к точке наблюдения $P(x, y, z)$; R — расстояние от какой-либо точки на рамке до точки наблюдения; dl' — бесконечно малый участок рамочной системы.

Пространственное распределение тока $\mathbf{I}_{\text{м}}(x', y', z')$ можно записать в виде

$$\mathbf{I}_{\text{м}}(x', y', z') = \mathbf{x}^0 I_x(x', y', z') + \mathbf{y}^0 I_y(x', y', z') + \mathbf{z}^0 I_z(x', y', z'). \tag{21}$$

Компоненты тока вдоль кругового отрезка удобно представить в цилиндрических координатах (ρ, φ, z), используя преобразование

$$\begin{pmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi' & -\sin\varphi' & 0 \\ \sin\varphi' & \cos\varphi' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\rho \\ I_\varphi \\ I_z \end{pmatrix}, \tag{22}$$

раскрывая которое получим

$$\left.\begin{aligned} I_x &= I_\rho \cos\varphi' - I_\varphi \sin\varphi' \\ I_y &= I_\rho \sin\varphi' - I_\varphi \cos\varphi' \\ I_z &= I_z \end{aligned}\right\}. \tag{23}$$

Поскольку излучение поля обычно определяется в сферических координатах, то прямоугольные единичные векторы преобразуются в сферические единичные векторы, используя матрицу преобразования от декартовых координат к сферическим в форме

$$\mathbf{x^0} = \mathbf{r^0} \sin\theta \cos\varphi + \boldsymbol{\theta}^\mathbf{0} \cos\theta \cos\varphi - \boldsymbol{\varphi}^\mathbf{0} \sin\varphi;$$

$$\mathbf{y^0} = \mathbf{r^0} \sin\theta \sin\varphi + \boldsymbol{\theta}^\mathbf{0} \cos\theta \sin\varphi + \boldsymbol{\varphi}^\mathbf{0} \cos\varphi; \tag{24}$$

$$\mathbf{z^0} = \mathbf{r^0} \cos\theta - \boldsymbol{\theta}^\mathbf{0} \sin\theta.$$

Подставляя (23) и (24) в (21), получаем выражение

$$\mathbf{I}_{\text{м}}=\mathbf{r}^{\mathbf{0}}[I_{\rho}\sin\theta\cos(\varphi-\varphi')+I_{\varphi}\sin\theta\sin(\varphi-\varphi')+I_{z}\cos\theta]+$$

$$+\boldsymbol{\theta}^{\mathbf{0}}[I_{\rho}\cos\theta\cos(\varphi-\varphi')+I_{\varphi}\cos\theta\sin(\varphi-\varphi')-I_{z}\sin\theta]+$$

$$+\boldsymbol{\varphi}^{\mathbf{0}}[-I_{\rho}\sin(\varphi-\varphi')+I_{\varphi}\cos(\varphi-\varphi')]. \qquad (25)$$

Для круглой рамки магнитный ток, протекающий в направлении $\boldsymbol{\varphi}^{\mathbf{0}}$ ($I_{\varphi}^{\text{м}}$), по формуле (25) преобразуется к виду

$$\mathbf{I}_{\text{м}}=\mathbf{r}^{\mathbf{0}}I_{\varphi}\sin\theta\sin(\varphi-\varphi')+\boldsymbol{\theta}^{\mathbf{0}}I_{\varphi}\cos\theta\sin(\varphi-\varphi')+\boldsymbol{\varphi}^{\mathbf{0}}I_{\varphi}\cos(\varphi-\varphi'). \qquad (26)$$

Расстояние

$$R=\left[(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2\right]^{1/2}$$

можно преобразовать с учетом того, что $x = r\sin\theta\cos\varphi$, $y = r\sin\theta\sin\varphi$, $z = r\cos\theta$, $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, $x' = a_{\text{эф}}\cos\varphi'$, $y' = a_{\text{эф}}\sin\varphi'$, $z' = 0$, $x'^2 + y'^2 + z'^2 = a_{\text{эф}}{}^2$, тогда

$$R=\sqrt{r^2+a_{\text{эф}}^2-2a_{\text{эф}}r\sin\theta\cos(\varphi-\varphi')}. \qquad (27)$$

На рис. 4 дифференциальный элемент длины рамки имеет вид

$$dl'=a_{\text{эф}}d\varphi'. \qquad (28)$$

Используя выражения (26), (27) и (28) φ-ю компоненту векторного магнитного потенциала из (20) можно записать в виде

$$A_{\varphi}^{\text{м}}=\frac{a_{\text{эф}}}{4\pi}\int_0^{2\pi}I_{\varphi}\cos(\varphi-\varphi')\frac{\mathrm{e}^{-ikR}}{R}d\varphi', \qquad (29)$$

где вместо R подставляется выражение (27). Соответственно компоненты $A_r^{\text{м}}$ и $A_{\theta}^{\text{м}}$ из (20) представляются в следующем виде:

$$A_r^{\text{м}}=\frac{a_{\text{эф}}\sin\theta}{4\pi}\int_0^{2\pi}I_{\varphi}\sin(\varphi-\varphi')\frac{\mathrm{e}^{-ikR}}{R}d\varphi'; \qquad (30)$$

$$A_{\theta}^{\text{м}}=\frac{a_{\text{эф}}\cos\theta}{4\pi}\int_0^{2\pi}I_{\varphi}\sin(\varphi-\varphi')\frac{\mathrm{e}^{-ikR}}{R}d\varphi'. \qquad (31)$$

Выражения для векторов напряженностей электрического и магнитного полей круглой рамки можно получить из векторного магнитного потенциала по формулам:

$$\mathbf{E}(r,\theta,\varphi) = -\mathrm{rot}\mathbf{A}^{\text{м}}(r,\theta,\varphi);$$
$$\mathbf{H}(r,\theta,\varphi) = -\frac{1}{i\omega\mu_a}\left[\mathrm{graddiv}\mathbf{A}^{\text{м}}(r,\theta,\varphi) + k^2\mathbf{A}^{\text{м}}(r,\theta,\varphi)\right]. \quad (32)$$

Методика вычисления интегралов (29)—(31), как и вычислений полей (32) при различных амплитудно-фазовых распределениях тока I_φ различных антенн приведена в работе [10].

Таким образом, использование модели радиальной линии передачи круглой микрополосковой антенны позволяет определить область возможного положения зонда для ее эффективного возбуждения при малой высоте подложки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Устройства СВЧ и антенны. Проектирование фазированных антенных решеток / Под ред. Д.И. Воскресенского – М.: Радиотехника, 2012. – 744 с.
2. Balanis A. Antenna Theory: Analysis Design, Third Edition: John Wiley & Sons, Inc., 2005. – 1117 p.
3. Лось В.Ф. Микрополосковые и диэлектрические резонаторные антенны. САПР-модели: методы математического моделирования / Под ред. Л.Д. Бахраха. – М.: ИПРЖР, 2002. – 96 с.
4. Электродинамический расчет характеристик излучения полосковых антенн / С.Т. Князев, Б.А. Панченко, Ю.Б. Нечаев и др. – М.: Радио и связь, 2002. – 256 с.
5. Панченко Б. А., Нефедов Е. И. Микрополосковые антенны. – М.: Радио и связь, 1986. – 144 с.
6. Ванштейн А. А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
7. Голубева Н. С., Митрохин В. Н. Основы радиоэлектроники сверхвысоких частот. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 488 с.
8. Митрохин В. Н. Электродинамические характеристики цилиндрических направляемых волн в слоистых СВЧ-структурах // Радиотехника. – 2002. – № 8. – С. 64–72.
9. Митрохин В. Н. Исследование переходных полей в неоднородных СВЧ-структурах с критическими сечениями // Радиотехника. – 1999. – № 4. – С. 86–91.
10. Werner D. H. An Exact Integration Procedure for Vector Potentials of Thin Circular Loop Antennas // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1996. – Vol. 44. – No. 2. – P. 157–165.

Статья поступила в редакцию 07.09.2012