

А.В. Гласко, А.М. Калмыков, Н.И. Сидняев,
П.В. Спиридонов

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА ГРУНТОВ ОСНОВАНИЙ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ЛИНЗОВОЙ МЕРЗЛОТЫ

Выполнено моделирование динамики температурного поля грунтов основания здания в условиях линзовой мерзлоты для двух случаев: здание установлено полами по грунту и не предпринимается никаких мер для искусственного сохранения грунта в мерзлом состоянии и здание установлено на свайном фундаменте с проветриваемым подпольем, а грунт основания охлаждается с помощью вертикальных термостабилизаторов.

E-mail: petronyi@mail.ru

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, фазовые переходы, основания фундаментов, криолитозона.

Одна из основных проблем строительства на Дальнем Севере (в криолитозоне) состоит в том, что таяние вечномёрзлого грунта из-за теплового воздействия со стороны установленного на нем отапливаемого здания или сооружения ведет к проявлению опасных криогенных процессов (пучение, осадка, образование наледей, появление морозобойных трещин и пр.) и в результате к аварийной ситуации.

Постановка задачи. Требуется выполнить моделирование динамики температурного поля в прямоугольной области грунта под зданием, установленном на горизонтальной поверхности грунта без фундамента (рис. 1), на протяжении нескольких лет от момента начала его эксплуатации. Горизонтальную плоскость, соответствующую поверхности грунта, принимаем за координатную плоскость xOy , ось Oz направим в глубь грунта. Закрашенный прямоугольник на рис. 1 соответствует части здания, расположенной в первой координатной четверти. Размер прямоугольника составляет 10×4 м. Предполагаем симметрию здания, свойств грунта и прочих условий относительно координатных плоскостей xOz и yOz , т. е. динамику температурного поля будем рассчитывать в четверти прямоугольной области грунта, изображенной в виде параллелепипеда на рис. 1 (на остальные три четверти результаты расчета могут быть обобщены из соображений симметрии [2]).

Область грунта под зданием считаем неоднородной, т. е. допускаем содержание различных разновидностей грунта, а значит, разные области грунта характеризуются различными значениями теплофи-

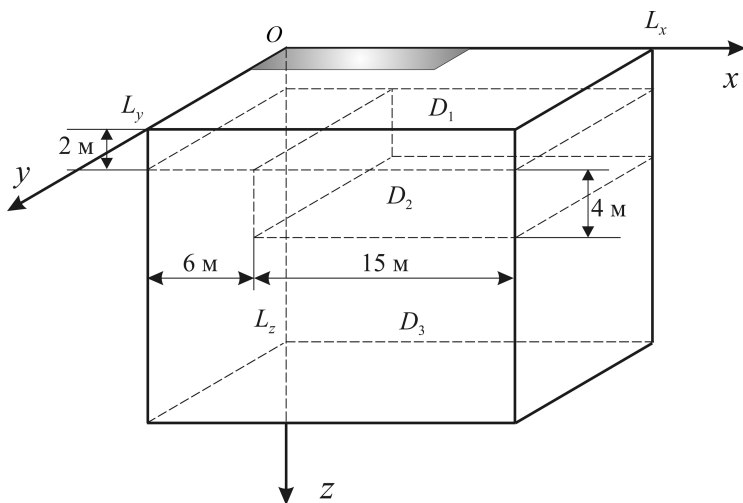


Рис. 1. Расчетная область

зических характеристик (плотность, теплоемкость, теплопроводность и пр.). Данные области принято называть *литологическими слоями*. Выделим три таких области (см. рис. 1):

$$D_1 = \{\forall M(x, y, z) \in D : z < 2\};$$

$$D_2 = \{\forall M(x, y, z) \in D : 6 < x < 21, 2 < z < 6\};$$

$$D_3 = \{\forall M(x, y, z) \in D : z > 6 \cup 0 < x < 6, 2 < z < 6\}.$$

Всю рассматриваемую область грунта обозначим через D :

$$D = \{0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y, 0 \leq z \leq L_z\},$$

и будем называть ее *расчетной областью*. Размеры расчетной области следующие: $L_x = 21$ м, $L_y = 15$ м, $L_z = 17$ м. В результате изменения температуры в расчетной области могут происходить фазовые переходы первого рода — замерзание и таяние грунта.

Динамика температуры $u(x, y, z, t)$ в расчетной области описывается неоднородным уравнением теплопроводности с фазовыми переходами:

$$[c\rho + Q\delta(u - u^*)] \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial z} \right) + s(x, y, z, t), \quad (1)$$

где c , ρ , λ — удельная теплоемкость, плотность и теплопроводность грунта соответственно; Q — теплота фазового перехода; $\delta(u - u^*)$ — дельта-функция Дирака; u , u^* — температура грунта и

фазового перехода соответственно; $s(x, y, z, t)$ — мощность внутренних источников теплоты.

Слагаемое $Q\delta(u - u^*)$ описывает фазовые превращения в грунте. Уравнение (1) может быть получено следующим образом. Как известно, обычное неоднородное уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(c\rho u) = \nabla(\lambda\nabla u) + s.$$

Если в среде отсутствуют фазовые переходы, то произведение $c\rho$ можно вынести за знак производной по времени:

$$c\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(\lambda\nabla u) + s.$$

В случае же наличия фазовых переходов множитель $c\rho$ зависит от времени (в определенный момент времени вода может превратиться в лед и значение этого множителя изменится). Дифференцируя по времени произведение двух функций, получаем

$$u \frac{\partial(c\rho)}{\partial t} + c\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(\lambda\nabla u) + s.$$

Произведение $c\rho$ зависит от времени не явно, а как сложная функция: $c\rho = f(u(x, t))$. Поэтому

$$\frac{\partial(c\rho)}{\partial t} = \frac{\partial(c\rho)}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Таким образом, имеем

$$\left[u \frac{\partial(c\rho)}{\partial u} + c\rho \right] \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(\lambda\nabla u) + s.$$

Согласно определению, фазовые переходы первого рода характеризуются скачкообразным изменением физических характеристик состояния системы. В частности, в точке фазового перехода $u = u^*$ величина $c\rho$ изменяется скачком. Как известно из теории обобщенных функций, производная ступенчатой функции равна δ -функции, умноженной на высоту ступеньки (величину скачка):

$$\frac{\partial(c\rho)}{\partial u} = \Delta(c\rho)\delta(u - u^*).$$

Следовательно,

$$\left[u\Delta(c\rho)\delta(u - u^*) + c\rho \right] \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(\lambda\nabla u) + s.$$

Для произведения обобщенной функции $w(\xi)$ на бесконечно дифференцируемую $f(\xi)$ справедливо равенство

$$(fw, \varphi) = (w, f\varphi),$$

где $\varphi(\xi)$ — основная функция.

Применив эту формулу к выражению $u\delta(u-u^*)$, получим

$$(u\delta(u-u^*), \varphi(u)) = (\delta(u-u^*), u\varphi) = u^*\varphi(u^*) = u^*(\delta(u-u^*), \varphi(u)),$$

или

$$u\delta(u-u^*) = u^*\delta(u-u^*).$$

Следовательно,

$$\left[u^*\Delta(c\rho)\delta(u-u^*) + c\rho \right] \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(\lambda\nabla u) + s.$$

Изменение количества теплоты связано с температурой тела соотношением

$$Q = \Delta(c\rho u).$$

Если в результате поглощения телом теплоты температура изменяется на Δu , то формула приобретает вид

$$Q = c\rho\Delta u.$$

Однако теплота, выделяемая (поглощаемая) при фазовом переходе, обусловлена изменением $c\rho$, а не температуры. Температура обеих фаз при фазовом переходе одинакова и равна u^* . При изменении состояния вещества скачкообразно изменяются его физические свойства (c и ρ), вследствие чего и выделяется (поглощается) теплота. Поэтому теплота фазового перехода

$$Q = \Delta(c\rho)u^*.$$

Таким образом, уравнение теплопроводности принимает вид

$$\left[Q\delta(u-u^*) + c\rho \right] \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(\lambda\nabla u) + s,$$

т. е. приходим к уравнению (1).

Начальное условие

$$u(x, y, z, 0) = \varphi(x, y, z) \tag{2}$$

зависит от типа мерзлоты (сплошная, линзовая, островная и т. д.).

Краевые условия зададим следующим образом. На верхней границе расчетной области $z = 0$ происходит конвективный теплообмен

со средой (воздухом, зданием и т. д.). Плотность теплового потока $J_{п.г}$ на этой границе определяется соотношением

$$J_{п.г} = h(\theta(t) - u_{п.г}), \quad (3)$$

где $u_{п.г}$ — температура на верхней границе; $\theta(t)$ — температура среды; h — коэффициент теплообмена.

На нижней границе расчетной области $z = L_z$ поддерживается постоянная температура, равная температуре окружающей среды:

$$\theta_0 = \text{const}. \quad (4)$$

Боковые границы расчетной области теплоизолированы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x}(0, y, z, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(L_x, y, z, t) = 0; \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0, z, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, L_y, z, t) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Верхняя граница области разделена на три зоны, соответствующие различным условиям теплообмена (рис. 2).

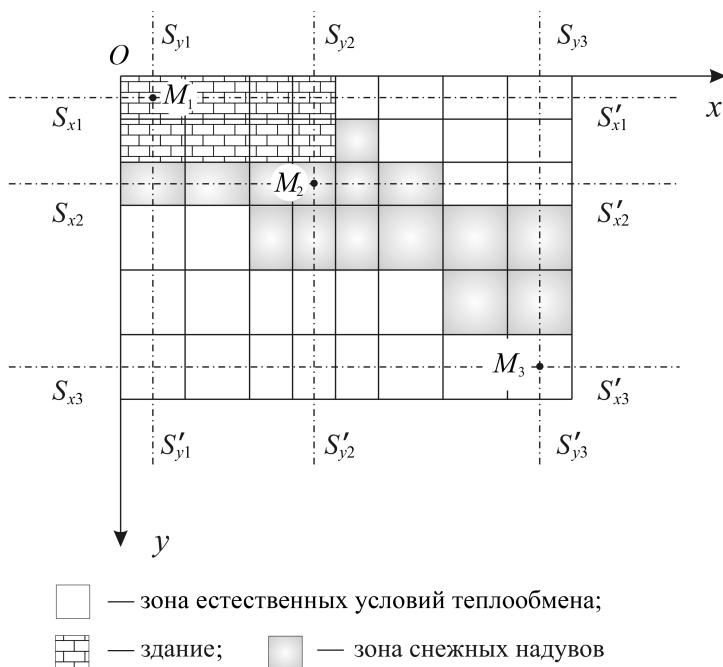


Рис. 2. Верхняя граница расчетной области

Поставленную краевую задачу решаем методом контрольного объема [1, 3]. Для реализации метода применена программа, написанная на языке Visual Fortran. Приведенные на рис. 3 результаты

расчета для здания, находящегося в условиях сплошной мерзлоты, свидетельствуют о том, что через 5 лет после начала эксплуатации здания грунт под ним будет талым и здание окажется в аварийной ситуации.

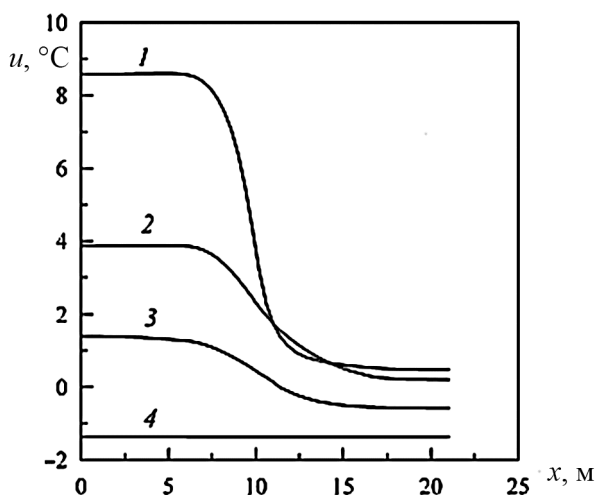


Рис. 3. Распределение температуры по разрезу $S_{x1}—S'_{x1}$ при $z = 1$ (1), 3 (2), 5 (3) и 15,5 м (4)

Моделирование динамики температурного поля для случая, когда здание установлено полами по грунту в условиях линзовой мерзлоты. Линзовая мерзлота характеризуется тем, что грунт в основном талый (имеет положительную температуру), но в нем имеются отдельные области («линзы») мерзлого грунта (рис. 4). Размеры линз в плане (в горизонтальном сечении) могут составлять десятки метров, а толщина — не превышать нескольких метров. Линзовая мерзлота опасна тем, что на фоне талого грунта линзы очень трудно обнаружить. Если при постройке здания линза не была обнаружена и здание хотя бы частично покрывает ее, то в процессе эксплуатации тепловые потоки от здания вызовут оттаивание линзы, что спровоцирует непрогнозируемые неравномерные осадки и здание окажется в аварийной ситуации [4].

В рассматриваемой краевой задаче тип мерзлоты задается путем выбора начального условия $u(x, y, z, 0) = \varphi(x, y, z)$, которое на практике определяется по результатам геологической разведки. В частности, по ре-

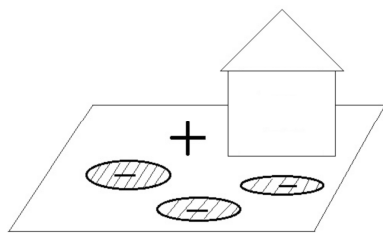


Рис. 4. Схема существования линзовой мерзлоты на фоне талого грунта

зультатам геологических изысканий устанавливают форму, размеры и температуру линзы мерзлого грунта. В настоящей работе рассмотрена линза в форме эллиптического цилиндра с полуосями a и b вдоль осей x и y соответственно и высотой h , причем $h \ll a$, $h \ll b$. Моделируется хрестоматийная ситуация, когда за время строительства под зданием образовалась линза мерзлого грунта, которая начинает таять с началом эксплуатации здания [4], т. е. в момент времени $t = 0$. Линза имеет размеры $a = 10$ м, $b = 4$ м, $h = 2$ м; ее верхняя граница (эллипс) совпадает с поверхностью земли, а центр симметрии эллипса — с началом координат. Таким образом, линза занимает часть расчетной области, описываемую неравенствами

$$0 \leq x \leq a;$$

$$0 \leq y \leq b \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2};$$

$$0 \leq z \leq h.$$

Температура внутри линзы считается постоянной: $u = -10$ °С, а в грунте, окружающем линзу, — положительной и убывающей с ростом z ($1,6$ °С $\leq u \leq 2,9$ °С).

На рис. 5, *а*, *б* представлено расчетное распределение температуры вдоль оси x на глубине $z = 1$ м при $y = 1$ м через неделю и через год после начала эксплуатации здания. Видно, что линза растаяла и температура $u(x) > 0$ °С на всем рассматриваемом промежутке. Через 5 лет после начала эксплуатации здания температура под зданием немного повысилась (рис. 5, *в*). Сравнение с соответствующим распределением температуры в случае сплошной мерзлоты (см. рис. 3) показывает, что температура под зданием, расположенном на линзовой мерзлоте, примерно на 2 °С выше, несмотря на то что в начальный момент времени температура линзы была существенно ниже, чем в соответствующих точках в случае сплошной мерзлоты. Это обусловлено тем, что сплошная мерзлота гораздо более устойчива к тепловому воздействию, чем отдельная линза мерзлого грунта, которая легко подвергается таянию в результате влияния здания. После таяния линзы температура грунта под зданием повышается, не испытывая препятствий со стороны окружающего мерзлого грунта, как в случае сплошной мерзлоты.

Таяние линзы мерзлого грунта приведет к осадке основания здания, в результате чего последнее окажется в аварийной ситуации. Чтобы этого избежать, применяют различные методы искусственного сохранения линзы в мерзлом состоянии. Например, установка здания

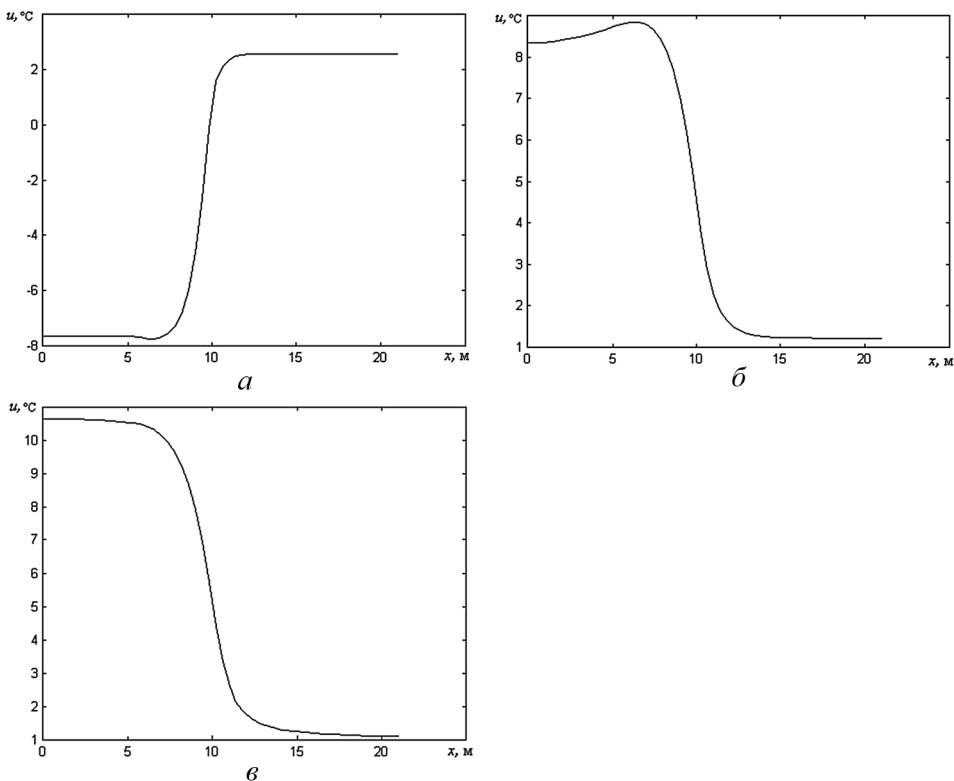


Рис. 5. Распределение температуры вдоль оси Ox на глубине $z = 1$ м при $y = 1$ м через неделю (*а*), год (*б*) и через пять лет (*в*) после начала эксплуатации здания

на свайный фундамент с проветриваемым подпольем (изолирующим пол здания от грунта и тем самым затрудняющим теплообмен и таяние грунта) или использование сезонно действующих охлаждающих устройств (термостабилизаторов).

Моделирование динамики температурного поля для случая, когда здание установлено на свайном фундаменте с проветриваемым подпольем и охлаждением грунтов основания с помощью вертикальных термостабилизаторов. Рассмотрим то же здание, но на свайном фундаменте с проветриваемым подпольем и охлаждением грунта с помощью вертикальных гладкостенных термостабилизаторов СГВ-100-40/9. Сваи выполнены из тяжелого (обычного) бетона диаметром 159 мм. Глубина их погружения в грунт составляет 8 м, высота проветриваемого подполья 1,2 м.

Сваи и подполье учитываем подобно литологическим слоям как части расчетной области путем задания значений λ, ρ, c , отвечающих материалу сваи (бетону) или воздуху, заполняющему подполье, а также значений $Q = 0, s = 0$ (фазовые переходы и источники теплоты в сваях и воздухе подполья отсутствуют). Плотность тяжелого

бетона составляет $\rho = 2300 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость $c = 0,836 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$, теплопроводность $\lambda = 1,74 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

На рис. 6 представлено здание в плане (целиком, а не его четверть) с указанием размещения свай и термостабилизаторов. Сваи расположены по узлам прямоугольной сетки и изображаются пустыми кружочками. Вдоль оси Ox они расположены с шагом 3...4 м (6 свай по длине здания), вдоль оси Oy — с шагом 1...3 м (4 сваи по ширине здания). Сваи, установленные на расстоянии 1 м по обе стороны от оси Ox , скреплены ростверками. Плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность воздуха, наполняющего проветриваемое подполье, составляют соответственно $\rho = 1,293 \text{ кг/м}^3$, $c = 1 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$, $\lambda = 33,3 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

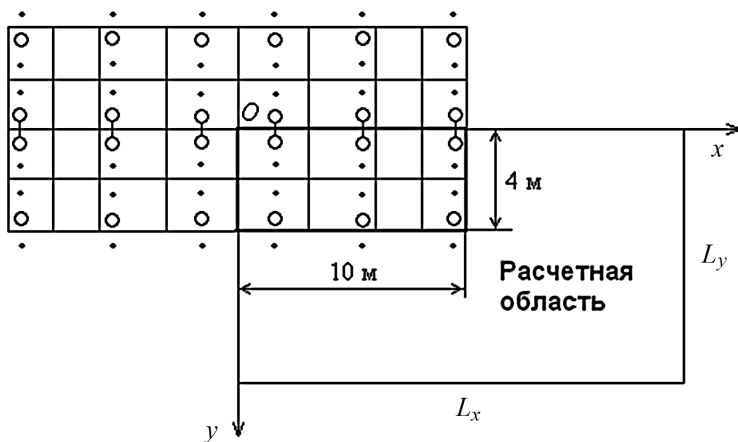


Рис. 6. Схема размещения свай и термостабилизаторов

Вертикальное сезонно действующее охлаждающее устройство (термостабилизатор) представляет собой тонкий длинный стержень, большая часть которого погружена в грунт и внутри которого циркулирует жидкий теплоноситель, охлаждающий грунт на глубине в результате теплообмена с холодным воздухом на поверхности. Термостабилизаторы не требуют источников энергии, циркуляция теплоносителя осуществляется естественным образом вследствие разницы температур на глубине и на поверхности. Их недостатком является то, что устройство функционирует в зимний период (при низких отрицательных температурах воздуха) и отключается летом. Однако при достаточном переохлаждении грунта за зиму он может оставаться в мерзлом состоянии и на протяжении всего лета.

Термостабилизаторы, как и сваи, размещены на рис. 6 по узлам прямоугольной сетки на расстоянии 1 м по обе стороны от свай параллельно оси y и представлены точками. Центральные сваи, распо-

ложенные по обе стороны от оси x и скрепленные ростверками, не разделены термостабилизаторами. Последние расположены на расстоянии 1 м по обе стороны от такой пары свай. Всего в расчетной области размещено 9 термостабилизаторов. Важно соблюдать симметрию в размещении термостабилизаторов относительно свай, чтобы неравномерное замораживание грунта справа и слева от сваи не привело к ее перекосу. Глубина погружения термостабилизатора в грунт $z_0 = 8$ м, мощность $s_0 = -33$ Вт/м.

Динамика функционирования термостабилизатора следующая [5]. Термостабилизатор начинает работать с момента начала эксплуатации здания (1 января) и функционирует до 31 марта включительно. С 1 апреля по 30 сентября он не работает и снова функционирует с 1 октября. В последующие годы термостабилизатор перестает работать 1 апреля и снова начинает функционировать 1 октября. При моделировании термостабилизатор рассматриваем как бесконечно тонкий стержень, являющийся источником теплоты (с отрицательной мощностью) внутри расчетной области:

$$s(x, y, z, t) = s_0(t) \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) I_{[0, z_0]}(z), \quad (6)$$

где $\delta(\xi)$ — δ -функция; x_0, y_0 — координаты размещения термостабилизатора в плане; $I_{[0, z_0]}(z)$ — индикатор сегмента $[0, z_0]$; $s_0(t)$ — периодическая функция, отличная от нуля с 1 октября по 31 марта, когда $s_0(t) = s_0$.

Метод контрольного объема подразумевает разбиение расчетной области (см. рис. 1) на прямоугольные ячейки, называемые контрольными. Обе части уравнения (1) усредняют по контрольному объему. При вычислении среднего значения функции (6) δ -функции исчезают:

$$\bar{s} = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} s(x, y, z, t) dV =$$

$$\frac{s_0(t)}{\Delta V} \int_{z_{w,k-1}}^{z_{w,k}} I_{[0, z_0]}(z) dz = \begin{cases} s_0(t) h_{z,k} / \Delta V, & z_{w,k} \leq z_0; \\ s_0(t) \Delta z_0 / \Delta V, & z_{w,k} > z_0, \end{cases}$$

поэтому никаких проблем с сингулярностью не возникает. Здесь $z_{w,k-1}, z_{w,k}$ — координаты граней рассматриваемого контрольного объема вдоль оси z ; $h_{z,k} = z_{w,k} - z_{w,k-1}$; $\Delta z_0 = h_{z,k} - z_{w,k} + z_0$ — глубина, на которую погружен термостабилизатор в данный контрольный

объем (она может быть отлична от $h_{z,k}$ только для того контрольного объема, в который попадает нижний конец термостабилизатора).

Результаты моделирования для стандартных значений y и z через пять лет после начала эксплуатации (в январе) приведены на рис. 7, *а*. Острые минимумы здесь соответствуют термостабилизаторам, в промежутках между которыми температура немного поднимается. Видно, что благодаря принятым мерам температура под зданием ниже $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$, а в отдельных местах и $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, и линза под зданием остается в мерзлом состоянии. В то же время возникает вопрос, не является ли охлаждение грунта избыточным, т. е. не слишком ли много термостабилизаторов было задействовано.

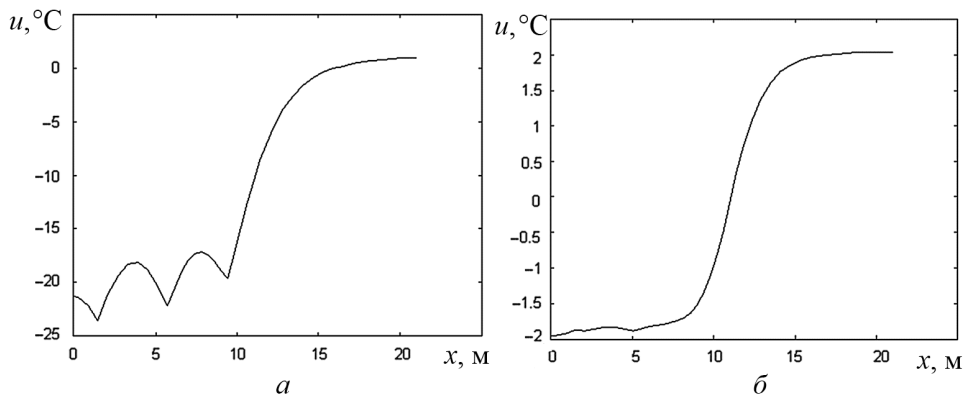


Рис. 7. Зависимость $u(x)$ на глубине $z = 1$ м при $y = 1$ м через пять лет после начала эксплуатации здания (*а*) и в июле первого года его эксплуатации (*б*) в случае наличия свайного фундамента, проветриваемого подполья и охлаждения грунтов основания с помощью вертикальных термостабилизаторов

На рис. 7, *б* представлено распределение $u(x)$ при тех же параметрах, что и на рис. 7, *а*, но в июле первого года эксплуатации. Поскольку температура под зданием чуть ниже нуля (выше $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$), то, следовательно, избыточного замораживания грунта нет. Действительно, если бы использовали меньше термостабилизаторов, то грунт под зданием оказался бы талым уже летом первого года эксплуатации (особенно с учетом того, что реальная температура таяния грунта, как правило, несколько ниже $0\text{ }^{\circ}\text{C}$), произошла бы осадка грунта, и здание оказалось бы в аварийной ситуации. Тот факт, что в течение пяти лет использования термостабилизаторов грунт охлаждается до температур ниже $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, не имеет никаких отрицательных последствий.

Работа выполнена при финансовой поддержке ОАО «Газпром».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моделирование динамики температурного поля грунтов основания здания в криолитозоне / А.В. Гласко, А.А. Федотов, Н.И. Сидняев и др. // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 77-30569/274059, <http://technomag.edu.ru/doc/274059.html>
2. РСН 67–87. Инженерные изыскания для строительства. Составление прогноза изменений температурного режима вечномерзлых грунтов численными методами. – М.: Госстрой РСФСР, 1987. – 40 с.
3. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
4. Алексеев С.И. Основания и фундаменты. <http://www.buildcalc.ru/Learning/BasesAndFoundations/Open.aspx?id=Chapter12>
5. К вопросу о типовых технических решениях по основаниям и фундаментам для криолитозоны / А.П. Попов, В.И. Милованов, В.В. Жмулин и др. // Инженерная геология. – 2008. – № 3. – С. 22–39.

Статья поступила в редакцию 28.09.2012