

В.В. Дубинин

**КОМПЛЕКСНАЯ ЗАДАЧА ОБ УДАРЕ
МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ (ТЕЛА)
ПО ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ**

Рассмотрена задача об ударе материальной точки (тела) по цилиндрической оболочке и упругих симметричных колебаниях относительно плоскости, проходящей через ось оболочки. Решение получено в двойных рядах по координатам во времени для любой точки оболочки. Предложен и реализован метод расчета этих колебаний и проведены расчеты, которые позволили определить амплитудный критерий — среднее значение ускорения точки оболочки за фиксированное время распространения фронта волны радиальных колебаний. Экспериментально определена скорость фронта волны этих колебаний. Решена обратная задача определения места удара точки по цилиндрической оболочке, а также ее массы и скорости при ударе. Эксперимент хорошо подтверждает предложенную теорию.

E-mail: fn3@bmstu.ru

Ключевые слова: удар по цилиндрической оболочке, место удара, упругая деформация, осевая плоскость, обратная задача.

Настоящая работа посвящена решению комплексной задачи об ударе материальной точки по цилиндрической оболочке, которая включает в себя прямую и обратную задачу. Такие комплексные задачи решают в случае необходимости обеспечения безопасности при эксплуатации атомных электростанций (АЭС), нефтегазопроводов, при бурении скважин и работе устройств специального назначения. Комплексные задачи открывают новый класс задач, позволяющих исследовать различные процессы и явления и одновременно оптимизировать их. Сложность подобных задач неоспорима, поэтому часто при их решении ограничиваются оптимизацией результатов экспериментов, полученных на реальных работающих объектах, их обработкой и определением вероятностных характеристик процессов.

Отметим, что в прямой задаче в предложенной работе рассматривается задача об ударе материальной точки по цилиндрической оболочке. Эта задача входит в цикл задач, которые ставил и решал Н.Е. Жуковский.

В период 1878—1888 гг. Николай Егорович занимался вопросами удара в механике. Описанию ньютоновского удара посвящены и его ранние работы. Н.Е. Жуковский изучал как процесс удара, так и движение системы после удара. Предлагаемая работа продолжает и развивает теорию удара и его влияние на последующее движение сложной упругой механической системы с распределенными параметрами после удара.

Прямая задача. Рассмотрим удар материальной точки массой M с начальной скоростью V_0 по нормали к образующей полого цилиндра (цилиндрической оболочки) (рис. 1). Установим датчики ускорения так, чтобы они фиксировали радиальные ускорения оболочки. Уравнение движения материальной точки массой M при ударе имеет вид

$$M\ddot{s} = -P(t).$$

Здесь \ddot{s} — ускорение материальной точки; $P(t)$ — нормальная сила взаимодействия материальной точки и цилиндрической оболочки в месте контакта — неизвестная функция. Координата s фиксирует перемещение точки по нормали к оболочке в процессе удара.

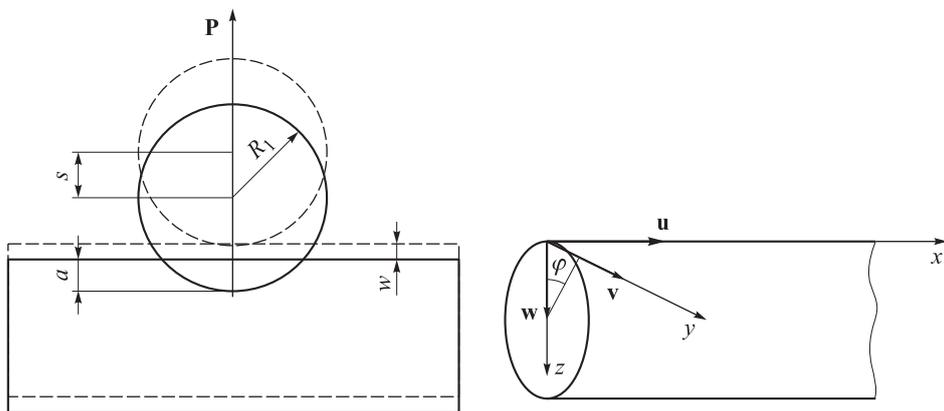


Рис. 1. Обозначение перемещений, оси координат и составляющие перемещений точки оболочки

Запишем начальные условия для движения точки при ударе в момент времени $t = 0$: $s = 0$, $\dot{s} = V_0$. Обозначим радиальное перемещение оболочки в точке, где осуществляется удар, через w . Перемещение материальной точки s суммируется из радиального перемещения точки оболочки w и величины так называемого местного смятия α оболочки и материальной точки:

$$s = w + \alpha.$$

Предположим, что местные деформации упругие. Для определения зависимости упругого смятия материалов в месте контакта точки и оболочки от силы удара применим закон Герца упругого смятия. При малых скоростях соударения использование закона Герца для упругого контакта допустимо, что подтверждается экспериментом.

Для случая упругих деформаций нормальная сила взаимодействия точки и оболочки

$$P = K\alpha^{3/2},$$

где K — коэффициент, зависящий от параметров соударяющихся тел,

$$K = \frac{4}{3} \frac{q_k}{(\delta_1 + \delta_2) \sqrt{A + B}}.$$

Здесь q_k — функция отношения A/B , $q_k = q_k(A/B)$. Для случая внешнего контакта цилиндрической оболочки радиусом R со сферой (материальной точкой) радиусом R_1 коэффициенты A и B принимают вид

$$A = \frac{1}{2R_1}, \quad B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right).$$

Величины δ_1 и δ_2 характеризуют упругие свойства материалов соударяющихся тел (материальной точки и оболочки соответственно):

$$\delta_i = \frac{1 - \mu_i^2}{\pi E_i}, \quad (1)$$

где μ_i — коэффициент Пуассона; E_i — модуль упругости материала (для материальной точки $i = 1$, для оболочки $i = 2$) [1].

Радиальное перемещение w определяется из решения задачи о колебаниях цилиндрической оболочки под действием неизвестной контактной силы $P(t)$. Решение будем искать в виде рядов по собственным функциям, для чего сначала определим собственные частоты оболочки. Не учитывая волновой характер распространения деформаций, а также пренебрегая инерционными силами в направлениях составляющих перемещения u и v (по оси x и по касательной к оболочке φ) и нелинейными членами, получаем дифференциальные уравнения движения цилиндрической оболочки в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{1 - \mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{1 + \mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \varphi} - \mu \frac{\partial w}{\partial \xi} &= 0, \\ \frac{1 + \mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \varphi} + \frac{1 - \mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial w}{\partial \varphi} &= 0, \\ \mu \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \varphi} - w - \beta \nabla^4 w &= L \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\xi = \frac{x}{R}$; $\beta = \frac{h^2}{12R^2}$; $\varphi = \frac{y}{R}$; $\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right)^2$, $L = \frac{1 - \mu^2}{E} \rho R^2$,

где h — толщина оболочки; μ , ρ , E — коэффициент Пуассона, модуль упругости, плотность материала оболочки соответственно.

Из системы уравнений (2) можно получить

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{1-\mu^2} \nabla^8 w + \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \frac{L}{1-\mu^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^4 w) &= 0, \\ \nabla^4 u &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right), \\ \nabla^4 v &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + (2 + \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\nabla^8 = \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right)^4.$$

Решим первое уравнение для радиального перемещения w , затем из второго и третьего уравнений найдем составляющие перемещения u и v .

Рассмотрим цилиндрическую оболочку с граничными условиями

Навье: $v = w = 0$, $\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} = 0$ при $\xi = 0$, $\xi = \frac{l}{R}$ (l — длина цилиндрической оболочки). Решение получим в виде рядов, члены которых имеют вид

$$\begin{aligned} u_{n,m} &= A_{n,m} \cos \lambda_m \xi \cdot \cos n \varphi \cdot \cos \omega t, \\ v_{n,m} &= B_{n,m} \sin \lambda_m \xi \cdot \sin n \varphi \cdot \cos \omega t, \\ w_{n,m} &= C_{n,m} \sin \lambda_m \xi \cdot \cos n \varphi \cdot \cos \omega t, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\lambda_m = \frac{m\pi R}{l}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Определим собственные частоты колебаний оболочки при заданных граничных условиях, поскольку далее будем использовать их для вычисления радиальных перемещений w под действием силы $P(t)$. Подставив третье выражение (4) в первое уравнение (3), получим решение для собственных частот оболочки

$$\frac{\beta}{1-\mu^2} (\lambda_m^2 + n^2)^4 + \lambda_m^4 = \frac{L}{1-\mu^2} \omega_{n,m}^2 (\lambda_m^2 + n^2)^2,$$

откуда

$$\omega_{n,m} = \sqrt{\frac{\beta (\lambda_m^2 + n^2)^4 + \lambda_m^4 (1 - \mu^2)}{(\lambda_m^2 + n^2)^2 L}}.$$

Собственная частота минимальна при $m = 1$ и $n = 6$.

Далее найдем решение уравнения движения оболочки в виде

$$\frac{\beta}{1-\mu^2} \nabla^8 w + \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \frac{L}{1-\mu^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^4 w) = \frac{L}{(1-\mu^2) \rho h} \nabla^4 q. \quad (5)$$

Здесь с помощью величины q учитывается неизвестная нагрузка (сила), которая возникает при ударе. Применяя к уравнению (5) интегральное преобразование Лапласа, при нулевых начальных условиях получаем

$$\frac{\beta}{1-\mu^2} \nabla^8 \bar{w} + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \xi^4} + \frac{L}{1-\mu^2} p^2 \nabla^4 \bar{w} = \frac{L}{(1-\mu^2) \rho h} \nabla^4 \bar{q}, \quad (6)$$

где p — параметр преобразования Лапласа, черта над функциями w и q означает, что в уравнения входят изображения функций:

$$\bar{q}(\xi, \varphi, p) = \int_0^\infty e^{-pt} q(\xi, \varphi, t) dt, \quad \bar{w}(\xi, \varphi, p) = \int_0^\infty e^{-pt} w(\xi, \varphi, t) dt.$$

Функции \bar{w} , \bar{q} разложим в ряд по собственным функциям $W_{n,m}(\xi, \varphi)$:

$$\bar{w}(\xi, \varphi, p) = \sum_{n,m} C_{n,m}(p) W_{n,m}(\xi, \varphi), \quad \bar{q}(\xi, \varphi, p) = \sum_{n,m} q_{n,m}(p) W_{n,m}(\xi, \varphi).$$

Пусть функции $W_{n,m}(\xi, \varphi)$ ортогональны, тогда

$$C_{n,m}(p) = \frac{1}{D_{n,m}} \int_0^{2\pi} \int_0^{l/R} \bar{w}(\xi, \varphi, p) W_{n,m}(\xi, \varphi) d\xi d\varphi,$$

$$q_{n,m}(p) = \frac{1}{D_{n,m}} \int_0^{2\pi} \int_0^{l/R} \bar{q}(\xi, \varphi, p) W_{n,m}(\xi, \varphi) d\xi d\varphi,$$

$$D_{n,m} = \int_0^{2\pi} \int_0^{l/R} W_{n,m}^2(\xi, \varphi) d\xi d\varphi.$$

Умножим уравнение (6) на функцию $W_{n,m}(\xi, \varphi)$ и проинтегрируем его по поверхности оболочки. С учетом того, что функция $W_{n,m}(\xi, \varphi)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\beta}{1-\mu^2} \nabla^8 W_{n,m} + \frac{\partial^4 W_{n,m}}{\partial \xi^4} = \frac{L}{1-\mu^2} \omega_{n,m}^2 \nabla^4 W_{n,m},$$

получаем

$$C_{n,m}(p) = \frac{q_{n,m}(p)}{\rho h(\omega_{n,m}^2 + p^2)}.$$

Выполняя обратное преобразование Лапласа, имеем

$$w(\xi, \varphi, t) = \frac{1}{\rho h} \sum_{n,m} w_{n,m}(\xi, \varphi) \int_0^{2\pi} \int_0^{l/R} \frac{W_{n,m}(\eta, \zeta)}{D_{n,m}} \times \\ \times \int_0^t q(\eta, \zeta, \tau) \frac{\sin \omega_{n,m}(t-\tau)}{\omega_{n,m}} d\eta d\zeta d\tau.$$

Допуская, что сила давления при ударе сосредоточена в точке с координатами (ξ_1, φ_1) и зависит от времени, получаем

$$q(\xi, \varphi, t) = \frac{P(t)}{Rl} \delta(\xi - \xi_1) \delta(\varphi - \varphi_1). \quad (7)$$

Подставляя выражение (7) в функцию $w(\xi, \varphi, t)$, находим

$$w(\xi, \varphi, t) = \frac{1}{\rho h R l} \sum_{n,m} \frac{W_{n,m}(\xi, \varphi) W_{n,m}(\xi_1, \varphi_1)}{\omega_{n,m} D_{n,m}} \times \\ \times \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{n,m}(t-\tau) d\tau. \quad (8)$$

Решение для уравнения (3) получено при условиях Навье, т. е.

$$w(\xi, \varphi, t) = \sum_{n,m} C_{n,m}(t) \sin \lambda_m \xi \cdot \cos n \varphi, \quad (9) \\ W_{n,m} = \sin \lambda_m \xi \cdot \cos n \varphi.$$

Учитывая соотношения (9), получаем выражение

$$D_{n,m} = \frac{\pi l}{2 R}.$$

Окончательно выражение (8) принимает вид

$$w(\xi, \varphi, t) = \frac{2}{\pi \rho h l^2} \sum_{n,m} \frac{\sin \lambda_m \xi \cdot \cos n \varphi \cdot \sin \lambda_m \xi_1 \cdot \cos n \varphi_1}{\omega_{n,m}} \times \\ \times \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{n,m}(t-\tau) d\tau. \quad (10)$$

С помощью выражения (10) можно рассчитать прогиб в любой точке цилиндрической оболочки, если известен закон $P(t)$. В частности, при ударе в точке контакта (ξ_1, φ_1) функция w имеет вид

$$w(\xi_1, \varphi_1, t) = \frac{2}{\pi \rho h l^2} \sum_{n,m}^{\infty} \frac{\sin^2 \lambda_m \xi_1 \cdot \cos^2 n \varphi_1}{\omega_{n,m}} \times \\ \times \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{n,m}(t - \tau) d\tau.$$

Расчет силы удара осуществим по шагам. На первом шаге расчета перемещение оболочки в месте удара положим равным нулю, а местную деформацию определим по скорости движения материальной точки (рассматривается нормальный удар). Тогда

$$\alpha_1 = V_0 \Delta t, \quad P_1 = K \alpha_1^{3/2}, \quad a_1 = -\frac{P_1}{M},$$

где Δt — временной интервал первого шага расчета; a_1 — ускорение материальной точки; M — масса материальной точки.

На всех последующих шагах расчета перемещения материальной точки и оболочки определяются следующими формулами:

$$t_i = i \Delta t,$$

$$s_i = s_{i-1} + V_{i-1} \Delta t + \frac{a_{i-1} \Delta t^2}{2},$$

$$w_i = \frac{2}{\pi \rho h l^2} \sum_{n,m}^{\infty} \frac{\sin^2(\lambda_m \xi_1) \cos^2(n \varphi_1)}{\omega_{n,m}} \int_0^{t_i} P(\tau) \sin \omega_{n,m}(t_i - \tau) d\tau,$$

$$P_i = K (s_i - w_i)^{3/2}, \quad a_i = -\frac{P_i}{M}.$$

По результатам первого этапа расчета находим зависимости $s(t)$, $w(t)$, $P(t)$. Кроме того, определяем длительность ударного процесса τ_1 и максимальное значение нормальной контактной силы P_{\max} .

Этими данными воспользуемся на втором этапе расчета, который связан с определением перемещений, скоростей и ускорений заданных точек цилиндрической оболочки. Радиальные перемещение точки цилиндрической оболочки с координатами (ξ, φ) при граничных условиях Навье найдем с использованием формулы (9). Для упрощения расчета в случае упругого удара зависимость $P(t)$ аппроксимируем синусоидой:

$$P(t) = P_{\max} \sin\left(\pi \frac{\tau}{\tau_1}\right).$$

При этом действие силы удара ограничено временем удара τ_1 и прекращается в момент времени $t > \tau_1$.

Ряды перемещений w , \dot{w} и скоростей точек являются сходящимися, а ряд ускорений \ddot{w} — условно сходящимся. Поэтому расчеты рядов перемещений и скоростей стабилизируются при гораздо меньшем количестве членов (по n и m), чем расчеты ускорений. При точности расчетов перемещений и скоростей точек оболочки, равной 1 %, точность расчетов ускорений составляет 10 % (при 1 000...1 500 членов ряда). В расчетах были использованы 2 550 ($m = 1...50$, $n = 0...50$) членов ряда для контактной задачи и 1 020 ($m = 1...20$, $n = 0...50$) членов ряда для расчета перемещений, скоростей и ускорений точек оболочки [1—5].

Обратная задача. Проведение и обработка результатов эксперимента подробно изложена в [1]. В эксперименте в качестве цилиндрической оболочки использовали стальную трубу длиной $L = 1\,520$ мм, радиусом $R = 51$ мм и толщиной $h = 2$ мм. Схема установки датчиков и места замеров показаны на рис. 2. Труба в экспериментах была свободно оперта. В качестве материальных точек использовали стальные шарики диаметром $2r_1 = 28,6$ мм, $2r_2 = 22,3$ мм, $2r_3 = 12,2$ мм, $2r_4 = 9,6$ мм и массами $m_1 = 95,5$ г, $m_2 = 45,3$ г, $m_3 = 7,4$ г, $m_4 = 3,6$ г соответственно. Высота падения шарика H изменялась в диапазоне значений 5...20 см, что соответствовало изменению относительной скорости соударения шарика и трубы в диапазоне значений 0,99...1,98 м/с. Удар шариком осуществлялся под углом 90° к образующей трубы (нормальный удар). Основные эксперименты проводили при фиксации сигналов датчиком 2. Место удара шариком фиксировали, т. е. сигнал замеряли в точках (позициях) $l_1 = 100$ мм, $l_2 = 100$ мм, $l_3 = 100$ мм, $l_4 = 100$ мм, $l_5 = 650$ мм, $l_6 = 700$ мм. Замер сигнала (позиции 0, $l_0 = 18$ мм) проводили на некотором расстоянии от датчика, которое определяется конструктивными возможностями (см. рис. 2).

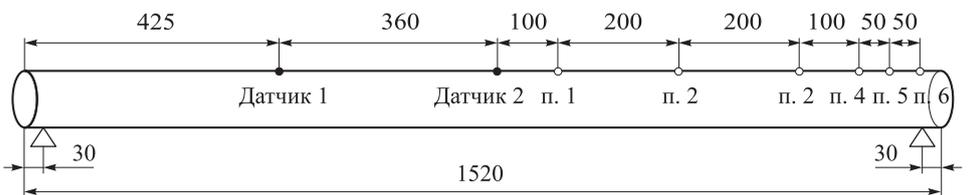


Рис. 2. Схема установки датчиков, позиции точек замеров

Анализ экспериментальных данных, базировался на рассмотрении средних значений модуля амплитуды сигнала за выбранный отрезок времени. В качестве временного отрезка выбирали 1; 1,5; 2 мс. Наилучшие результаты получены на отрезке времени 1 мс, так как колебательный процесс в основном сосредоточен именно там. На этом отрезке времени укладывается 18 измеренных показаний датчика. Обработку экспериментальных данных осуществляли в среде Microsoft Excel: были построены таблицы абсолютных значений показаний датчика и проведено их усреднение на заданном временном отрезке. Результаты экспериментов оформлялись графически, одновременно были построены сглаживающие кривые. Сглаживание проводили полиномом второго порядка с использованием метода наименьших квадратов (использование встроенных возможностей Excel).

Средние значения показаний датчика на графиках обозначены как $|W|_i$. Поскольку в эксперименте использовалось четыре шарика различной массы, индексом величины $|W|_i$ являлся номер шарика.

Экспериментальные данные подвергались градуировке, так как точный передаточный коэффициент пьезоэлектрического датчика неизвестен. Для этого на основании имеющейся математической модели были рассчитаны колебания оболочки при тех же начальных и граничных условиях и данных, какие были использованы при проведении эксперимента. Расчет проведен на временном отрезке 1 мс с дискретностью 1 мкс, следствием чего является большое количество точек.

Аналогично определяли средние значения модуля ускорения. Градуировку осуществляли на всем множестве экспериментальных данных путем линейной интерполяции зависимости расчетных средних значений ускорения от экспериментального значения среднего ускорения. Если в эксперименте измерялись непосредственно ускорения, эта зависимость имела вид $|w| = (|W|)$. В ходе эксперимента получен единый для всего массива экспериментальных данных передаточный коэффициент K_w , с помощью которого проводили сравнение экспериментальных и расчетных данных.

Расчетные данные получены в результате решения задачи об ударе материальной точки по цилиндрической оболочке. Оси координат были выбраны следующим образом: вдоль оси трубы x , перпендикулярно образующей трубы z и по касательной к образующей y ($y = R\varphi$, где φ — угловая координата). Чтобы представить, каковы параметры максимальной силы при ударе точки по оболочке, была построена зависимость максимальной силы удара от массы материальной точки при значениях $H = 10$ см и $V = 1,4$ м/с (рис. 3).

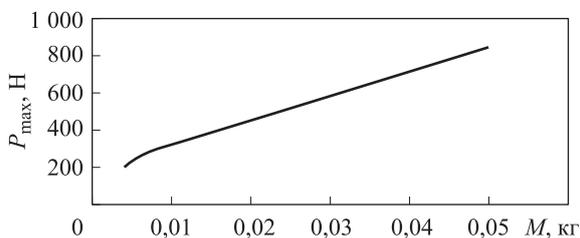


Рис. 3. Зависимость максимальной силы удара от массы точки

На рис. 4 представлена зависимость ускорения точки оболочки от времени. Составляющая ускорения, направленная вдоль оси z , фиксируется датчиками ускорений (инерционными датчиками). На теоретическую кривую нанесены экспериментальные точки — ускорения, замеренные в эксперименте в соответствующие моменты времени. Указаны также значения пяти одинаковых экспериментов. Разброс данных в эксперименте при одинаковых условиях значителен, поэтому общую картину наложения экспериментальных данных на расчетную кривую следует признать удовлетворительной.

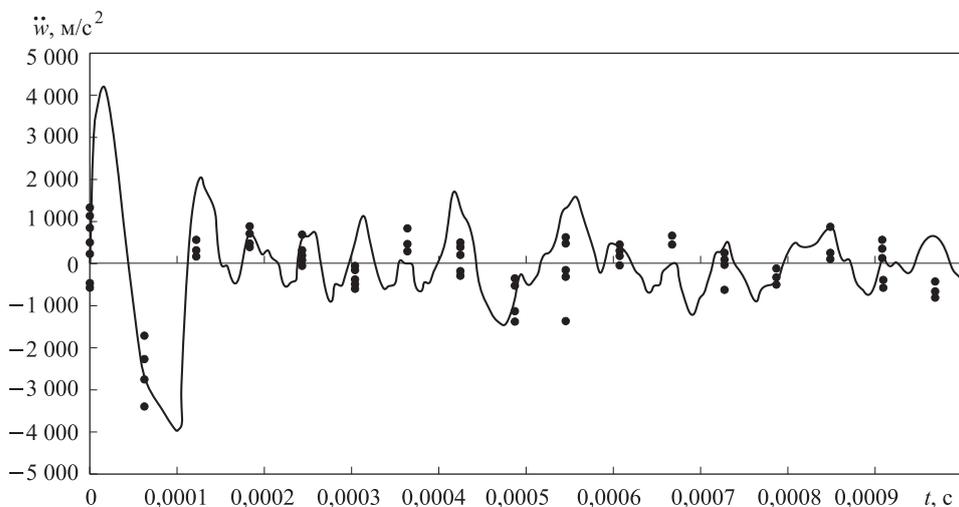


Рис. 4. Зависимость ускорения точки оболочки от времени: шарик № 1, позиция 0, высота 5 см, угол 0

На рис. 5 показаны расчетная и экспериментальная (отдельные точки, соединенные отрезками прямых) зависимости ускорения точки оболочки от времени. Зависимости построены при одних и тех же параметрах удара в сходных позициях. Следует отметить одинаковые тенденции сдвига максимума ускорений вправо по оси времени с удалением точки удара от датчика, снижение уровня максимума ускорений в одинаковых пропорциях. Если проследить за смещением максимума по времени, можно установить, что средняя скорость распространения возмущения по трубе равна 1 000 м/с.

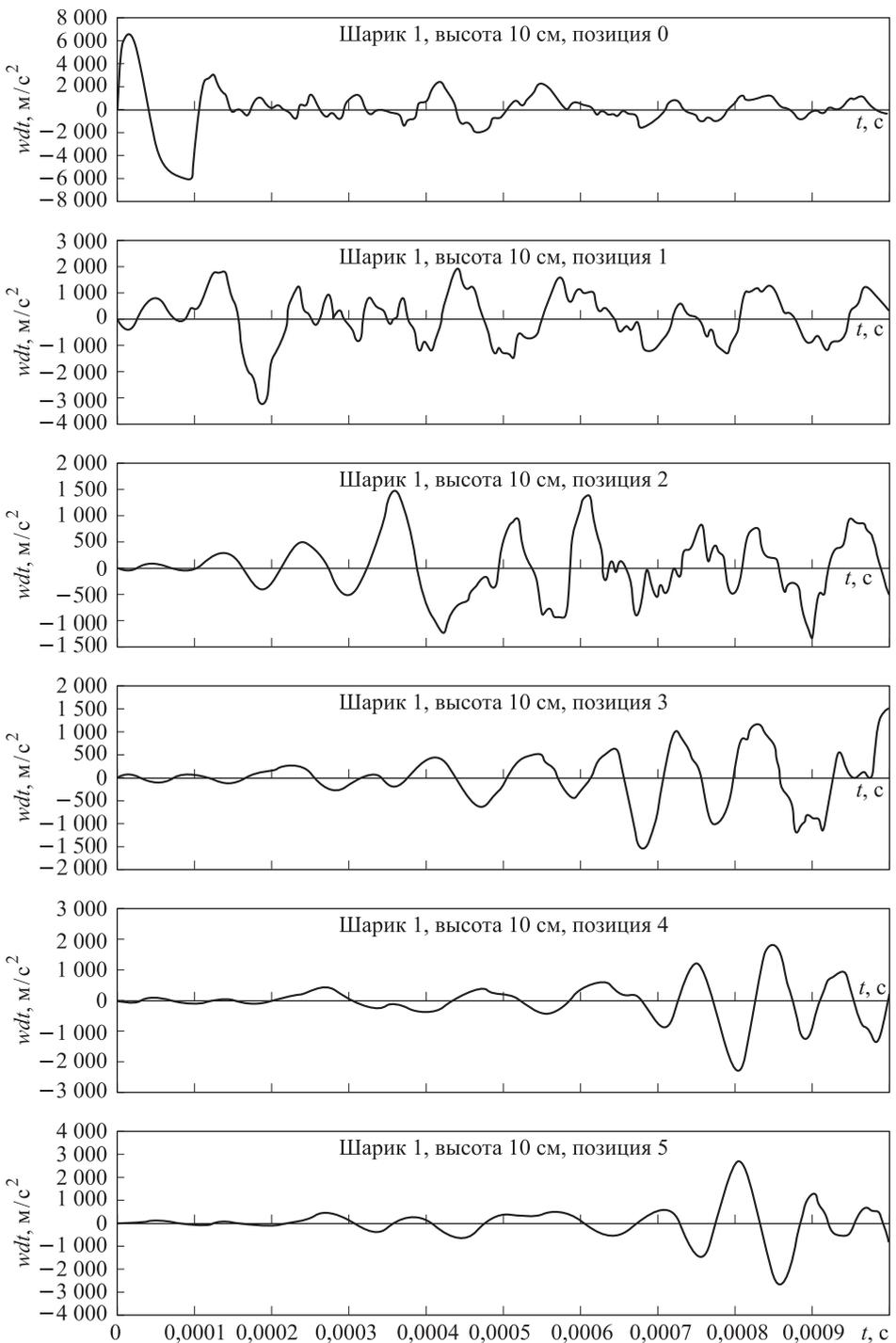
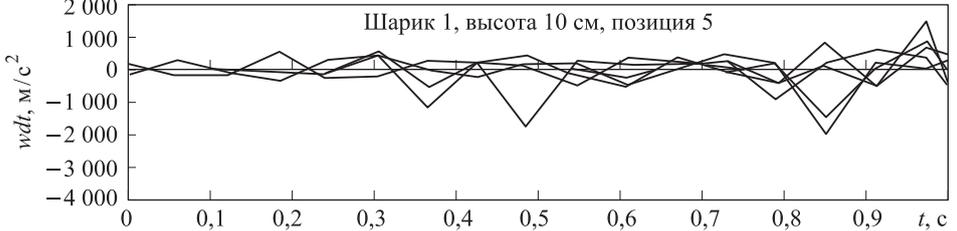
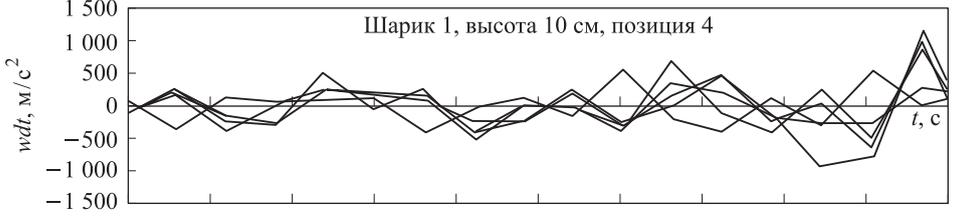
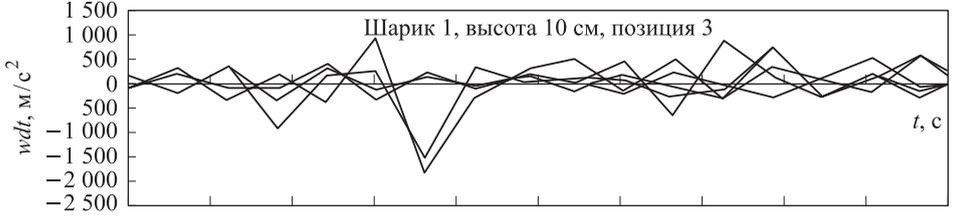
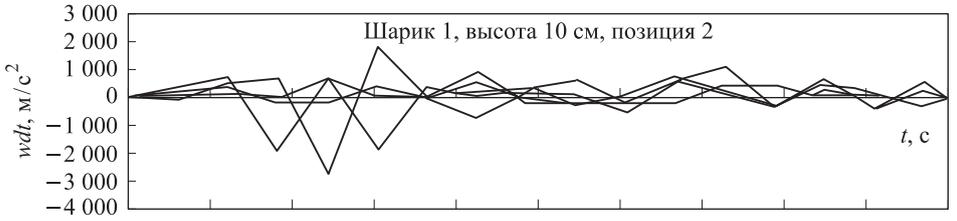
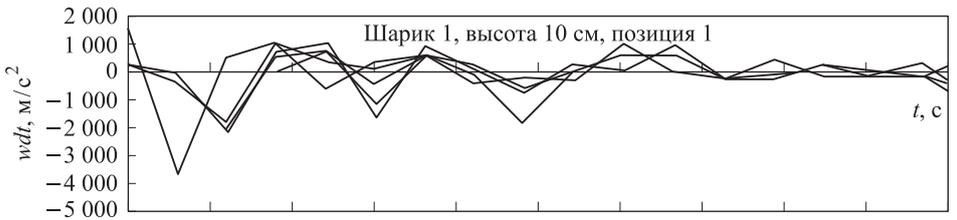
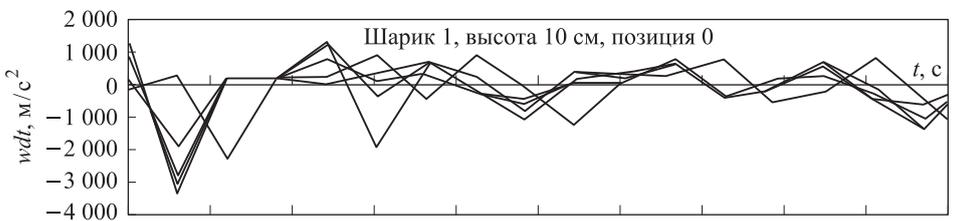


Рис. 5. Теоретические и экспериментальные



(5 замеров на позицию) зависимости

Проведя обработку экспериментальных данных, определили среднее значение коэффициента пересчета экспериментальных данных в числовые значения с размерностью ускорения. После обработки экспериментальных и расчетных данных, а также после определения среднего значения коэффициента пересчета для экспериментальных данных построили ряд зависимостей, которые позволили сравнить расчетные и экспериментальные данные. На рис. 6 представлены зависимости средних значений ускорений в точках замера на временном отрезке 1 мс.

Результаты решения обратной задачи сведены в таблицу. Скорость распространения фронта волны радиальных ускорений для стальной трубы, определенная экспериментально, составила 1 000 м/с.

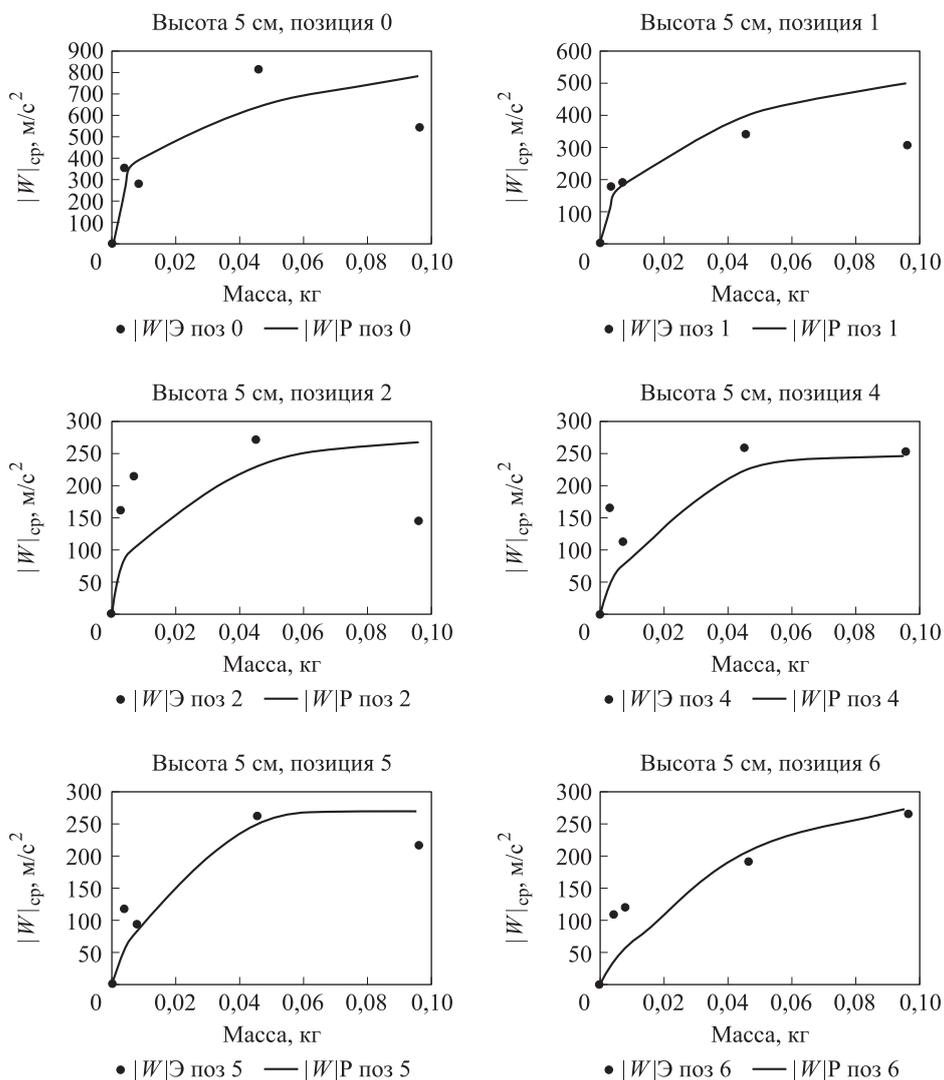


Рис. 6. Зависимость средних значений ускорения от массы шарика

Результаты эксперимента

№	t_1 , мс	t_2 , мс	l_1 , м	l_2 , м	$ W_1 $, м/с ²	$ W_2 $, м/с ²	v , м/с; m , г (первое, второе, третье приближение соответственно)				v , м/с	m , г		
							1,4	45,3	–	–			1,4	42
1	0,1	0,46	0,1	0,46	610	320	1,4	45,3	–	–	1,4	42	1,4	43,7
2	0,3	0,66	0,3	0,66	250	200	0,99	45,3	1,1	45,3	0,99	54,2	1,03	48,3
3	0,1	0,26	9,1	0,26	610	390	1,4	45,3	1,45	47	1,44	45,3	1,43	45,9
4	0,1	0,46	0,1	0,46	780	420	1,4	95,5	1,4	95	–	–	1,4	95,3
5	0,1	0,46	0,1	0,46	310	120	1,4	7,4	1,4	9,6	1,43	7,4	1,41	8,1
6	0,3	0,66	0,3	0,66	580	400	2	45,3	–	–	–	–	2	45,3
7	0,3	0,06	0,3	0,06	100	320	1,4	3,6	1,4	3,4	1,4	4,2	1,4	3,8

В п. 3 расчетов место удара находилось между инерционными датчиками. В п. 6 определено значение среднего ускорения — 400 м/с^2 , зафиксированного датчиком 2. Место удара было ближе к этому датчику.

В таблице, кроме того, приведены значения расстояний от места удара до инерционных записывающих сигналы датчиков (l_1 , l_2) и времени распространения сигналов (t_1 , t_2), средние значения ускорений $|W|$, записанные датчиками, а также значения скорости v и массы точки.

Решение задачи обнаружения места удара велось с помощью показаний датчиков. Сигналы датчиков обрабатывались и находили средние ускорения в различных точках удара. С помощью этих данных, а также типовых зависимостей такого же вида, как на рис. 6, определялись скорость и масса ударяющей точки. Решение получали в ряде случаев с помощью нескольких приближений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубинин В.В., Банников С.Н. Разработка экспериментального метода определения параметров колебаний оболочки после удара // Тезисы докладов научно-технической конференции. 21-23 ноября 2000 г.: в 2. Ч. 2. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. С. 38.
2. Дубинин В.В. Определение места удара и параметров удара твердого тела по цилиндрической оболочке // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2006. № 3 (22). С. 99—105.
3. Дубинин В.В., Банников С.Н., Лапшин В.В. Теоретическое и экспериментальное исследование удара материальной точки по цилиндрической оболочке // Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. 2001. № 77.

4. Дубинин В.В. Задача обнаружения движущихся предметов в контурах атомных электростанций. Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Научные исследования сложных механических систем: международный сборник научных трудов. Вып. 5. Гомель 2011 г. С. 33—37.
5. Дубинин В.В. О проблеме безопасности атомных электростанций (АЭС) по обнаружению полоторвавшихся и свободных предметов. X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики // Вестник Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. Том 4. Ч. 5. С. 2146—2148.

Статья поступила в редакцию 14.09.2012