

Р. А. Пошехонов

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА СФЕРИЧЕСКОЙ АЭРОСТАТИЧЕСКОЙ ОПОРЫ С УЧЕТОМ СМЕЩЕНИЙ И СКОРОСТИ ШПИНДЕЛЯ

Представлена модель сферической аэростатической опоры, построенная на основании нелинейного стационарного уравнения Рейнольдса. Состояние опоры задано векторами смещения, поступательной и угловой скоростей. Вычислены распределение давления, опорные реакции и расход воздуха. Приведены примеры решения для различных состояний шпиндельного узла. Проверены исходные физические гипотезы в критических состояниях опоры.

E-mail: roma-rio@list.ru

Ключевые слова: сферическая аэростатическая опора, уравнение Рейнольдса, опорные реакции, момент трения, расход воздуха, число Кнудсена.

Совместно с МГТУ им Н.Э. Баумана на предприятии ОАО «ВНИИИНСТРУМЕНТ» разрабатывают гамму ультрапрецизионных станков с ЧПУ для алмазного точения, фрезерования и шлифования деталей различного назначения (металлооптика, гелиоэнергетика, оптические элементы, штампы линз Френеля). Для оснащения станков планируют создать серию шпиндельных узлов, различающихся размерами, жесткостью, грузоподъемностью и скоростями вращения. Схема шпинделя с двумя сферическими опорами предложена в качестве основной: она позволяет существенно упростить сборку и регулировку шпиндельного узла, так как относительное расположение двух сферических поверхностей определяется только расстоянием между центрами сфер. Режим формирования поддерживающего слоя в различных шпиндельных узлах может оказаться аэростатическим, аэродинамическим или гибридным, поэтому расчетная модель должна описывать все режимы работы. Расчеты проводят на основании стационарного уравнения Рейнольдса газовой смазки без дополнительных допущений. По заданным векторам смещения, поступательной и угловой скоростям вычисляют опорные реакции и расход воздуха.

Сферическая опора ультрапрецизионного шпинделя. На рис. 1, а показана схема шпиндельного узла. В корпусе 2 каналы подводят от компрессора сжатый воздух под давлением p_a , который проходит через демпфирующие пористые вставки 3 и зазор между сферическими поверхностями шпинделя 1 и корпуса 2. При нейтральном положении шпинделя максимальное давление в зазоре равно половине величины давления подачи $p_a/2$.

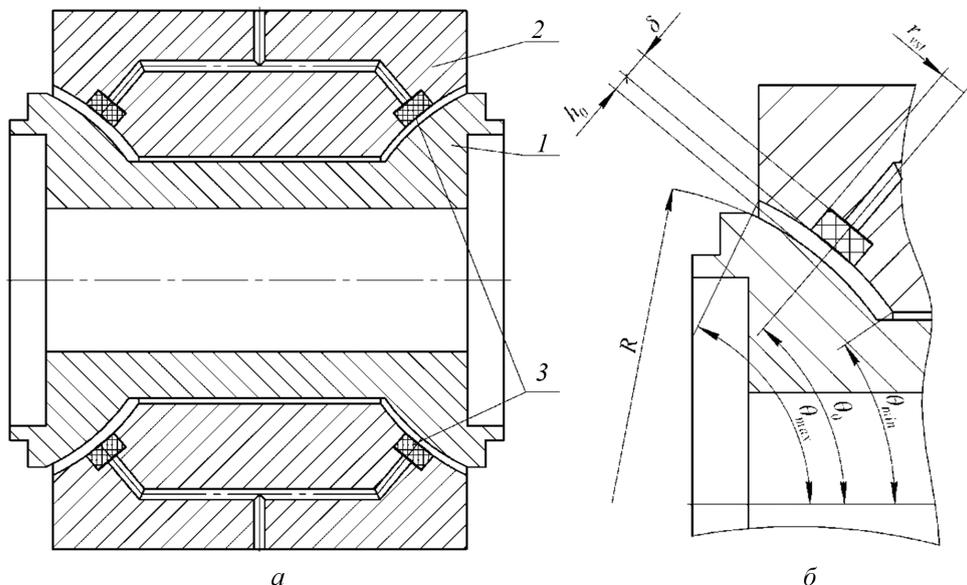


Рис. 1. Схема шпиндельного узла

При смещении шпинделя давление в зазоре перераспределяется так, что приводит к изменению опорных реакций, возвращающих шпиндель в центральное положение. Размеры и параметры опоры (рис. 1, б), взятой для расчета, приведены ниже:

Номинальный зазор, м	10e-6
Радиус сферы, м	0,11
Количество вставок, шт.	18
Проницаемость вставок, м	9,6e-15
Толщина вставок в центре, м	6e-3
Радиус вставки, м	11e-3
Минимальный угловой размер, рад (град)	7π/36 (35)
Максимальный угловой размер, рад (град)	5π/18 (50)
Угловое положение вставки, рад (град)	13π/36 (65)
Атмосферное давление, Па	1,013e5
Давление подачи (изб.), Па	5,065e5
Максимальная скорость вращения, рад · с ⁻¹ (мин ⁻¹) ..	524 (5000)

Постановка задачи. Использование современных программ для расчета методом конечных элементов (МКЭ) открывает возможности выполнения расчета аэростатических опор по достаточно сложным нелинейным математическим моделям. В работе [1] представлена модель расчета сферической аэростатической опоры с учетом смещений, а также линейных и угловых скоростей шпинделя на основании стационарного уравнения Рейнольдса. Решение проведено в нелинейной постановке методом Ньютона — Рафсона в программе

Comsol 3.5a. В данной работе исследована сходимость нелинейного решения и проверено выполнение физических гипотез для состояний опоры, возможных в ее эксплуатации.

Физическая модель. Подобно ряду других работ [2—4], движение воздуха в зазоре рассматриваем как сплошное, дозвуковое, изотермическое, ламинарное, стационарное двухмерное движение линейно-вязкого безмассового газа между двумя равными поверхностями, близко расположенными. Движение газа через пористые вставки считаем изотермическим, подчиненным закону Дарси и направленным вдоль радиуса сфер. В отличие от других работ учитываем произвольное сочетание смещений, поступательных и угловых скоростей шпинделя. Допущения о том, что поток является сплошным и дозвуковым, проверены вычислением критериев подобия Маха и Кнудсена:

число Маха

$$M = \frac{|v|}{c} = \frac{p_{atm} |v|}{pc_a} < 1, \quad (1)$$

где c — скорость звука; $c_a = 331$ м/с — скорость звука при нормальных условиях; p — давление в зазоре; p_{atm} — атмосферное давление; $|v|$ — модуль скорости воздуха в рассматриваемой точке;

число Кнудсена [4, 5] для оценки сплошности воздушного потока

$$Kn = \frac{l_p}{h} = \frac{l_{pa} p_{atm}}{ph} < 0,01, \quad (2)$$

где l_p — средняя длина пробега молекулы воздуха; h — зазор. Для воздуха $l_{pa} \approx 6,2 \cdot 10^{-8}$ м при нормальных условиях. Если число Кнудсена становится больше, чем одна сотая, начинают проявляться эффекты скольжения воздуха относительно опорных поверхностей.

Математическая модель. Для расчета введены декартова и сферическая системы координат (рис. 2). Ось Z направлена вдоль оси шпинделя. Плоскость OXZ проходит через центр C_1 одной из вставок, выбор которой произволен, поскольку задача циклически симметрична. Декартову систему координат используем для задания состояния шпинделя (смещение, скорости движения и поворота). Описание аэростатического слоя

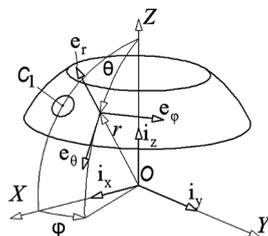


Рис. 2. Системы координат для расчета математической модели

и расчет давления воздуха на опорные поверхности выполняем с использованием сферической системы координат. Координаты ортов окружного, меридионального и радиального направлений $\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_r$ соответственно определяем через базис декартовой системы координат $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ матрицей преобразования координат \mathbf{P} :

$$\begin{cases} \mathbf{e}_\theta \\ \mathbf{e}_\varphi \\ \mathbf{e}_r \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi & -\sin \theta \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ \sin \theta \cos \varphi & \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{cases} \mathbf{i}_x \\ \mathbf{i}_y \\ \mathbf{i}_z \end{cases} = \mathbf{P}(\varphi, \theta) \begin{cases} \mathbf{i}_x \\ \mathbf{i}_y \\ \mathbf{i}_z \end{cases}. \quad (3)$$

При принятых физических допущениях (после пренебрежения величинами порядка $h/R \approx 10^{-4} \ll 1$) состояние аэростатического слоя теории газовой смазки описывается уравнением Рейнольдса [4]:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \left(\frac{h^3}{\mu} \operatorname{grad} p^2 \right) = \\ = -K_1 (p_{\text{под}}^2 - p^2) - 12 [2V_r p - p \mathbf{V}_t \operatorname{grad} h - h \operatorname{div} (p \mathbf{V}_t)], \end{aligned} \quad (4)$$

где h — аэростатический зазор; μ — коэффициент динамической вязкости воздуха; p — абсолютное давление воздуха; K_1 — коэффициент, учитывающий наличие наддува; $V_r = \mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{e}_r$ — нормальная проекция скорости поверхности шпинделя \mathbf{V}_0 ; $\mathbf{V}_t = \mathbf{V} \cdot \mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_\varphi + \mathbf{V} \cdot \mathbf{e}_\theta \mathbf{e}_\theta$ — вектор касательной скорости поверхности корпуса.

Коэффициент K_1 , учитывающий наличие наддува, определяется через толщину вставки δ и коэффициент проницаемости материала вставки k_p следующим образом:

$$K_1 = \frac{k_{p0}(\varphi, \theta)}{12\mu\delta},$$

где $k_{p0}(\varphi, \theta)$ — переменный коэффициент проницаемости материала стенки корпуса,

$$k_{p0}(\varphi, \theta) = \begin{cases} 0, & \text{где есть вставка;} \\ k_p, & \text{где нет вставки.} \end{cases}$$

Уравнение (4) в данной работе называется стационарным, потому что в нем отсутствует слагаемое $\frac{\partial p}{\partial t}$, учитывающее зависимость давления от времени.

Решение проведено в программе Comsol 3.5a методом конечных элементов с настройками нелинейного решения, заданными по умолчанию. Используются квадратичные шестиузловые лагранжевы треугольные элементы, дающие непрерывное распределение функции давления, но не его производных. Формулы для определения коэффициентов, входящих в уравнение (4), описание граничных условий и начального приближения представлены в работах автора [1, 7]. Там же приведены формулы для расчета верхней оценки модуля скорости воздуха в зазоре для вычисления числа Маха M .

Опорные реакции. На поверхность шпинделя действуют нормальное давление p и касательные напряжения $\tau_{y\theta}, \tau_{y\varphi}$ в направлении ортов \mathbf{e}_θ и \mathbf{e}_φ соответственно:

$$\begin{aligned}\tau_{y\theta} &= -\mu \left. \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right|_{y_1=h} = -\frac{h}{2R} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \mu \frac{V_{2\theta}}{h}; \\ \tau_{y\varphi} &= -\mu \left. \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} \right|_{y_1=h} = -\frac{h}{2R \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \mu \frac{V_{2\varphi}}{h}.\end{aligned}\quad (5)$$

Вектор давления на опорную поверхность шпинделя

$$\mathbf{p} = \{\tau_{r\theta} \quad \tau_{r\varphi} \quad -p\}^T.$$

Главный вектор и главный момент давления относительно центра сферы определяются интегрированием:

$$\mathbf{F} = \iint_S \mathbf{p} dS \quad \text{и} \quad \mathbf{M}_0 = \iint_S R \mathbf{e}_r \times \mathbf{p} dS,$$

где S — опорная поверхность полусферы шпинделя.

Для получения проекций в декартовой системе координат главного вектора \mathbf{F} и главного момента \mathbf{M}_0 необходимо вычислить проекции вектора давления в каждом узле:

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} &= \iint_S \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} dS = R^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{P}^T \begin{Bmatrix} \tau_{r\theta} \\ \tau_{r\varphi} \\ -p \end{Bmatrix} \sin \theta d\varphi d\theta; \\ \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} &= R^3 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{P}^T \begin{Bmatrix} \tau_{r\varphi} \\ \tau_{r\theta} \\ 0 \end{Bmatrix} \sin \theta d\varphi d\theta.\end{aligned}\quad (6)$$

Воздушный расход. Воздушный поток, необходимый для поддержания опоры в заданном состоянии, равен потоку, проходящему через пористые вставки:

$$Q_{atm} = \iint_S \frac{k_{p0}(p_a^2 - p^2)}{2\mu\delta p_{atm}} dS = \frac{R^2}{\mu p_{atm}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{k_{p0}(p_a^2 - p^2)}{2\delta} \sin\theta d\varphi d\theta. \quad (7)$$

Поток пересчитываем к нормальным условиям ($p = p_{atm}$).

Порядок расчета. Состояние опоры определяется смещением центра сферы шпинделя \mathbf{u} , поступательной скоростью \mathbf{V}_0 и скоростью вращения $\boldsymbol{\omega}$. Для заданного состояния рассчитываем распределение давления на опорной поверхности $p(\varphi, \theta)$, по которому найдем главный вектор \mathbf{F} , главный момент \mathbf{M}_0 давления на шпиндель, воздушный расход Q_{atm} , число Маха M и Кнудсена Kn .

Примеры расчета. В зависимости от переменных, определяющих состояние шпинделя $\mathbf{u}, \mathbf{V}, \boldsymbol{\omega}$, нелинейное решение может быть сходящимся или расходящимся. Как правило, при больших скоростях \mathbf{V} или $\boldsymbol{\omega}$ решение расходится. Ниже приведены примеры решений для нескольких характерных состояний шпинделя и для состояний, близким к тем, при которых решение расходится.

На рис. 3 показано распределение давления для центрального покоящегося шпинделя (**нейтральное положение**) при $\mathbf{u} = 0$, $\mathbf{V}_0 = 0$, $\boldsymbol{\omega} = 0$. Движение воздуха преимущественно меридиональное. Волны вдоль оси φ соответствуют незначительному окружному течению воздуха из областей наддува. Максимум давления достигается напротив центров пористых вставок, которые работают одинаково в силу циклической симметрии.

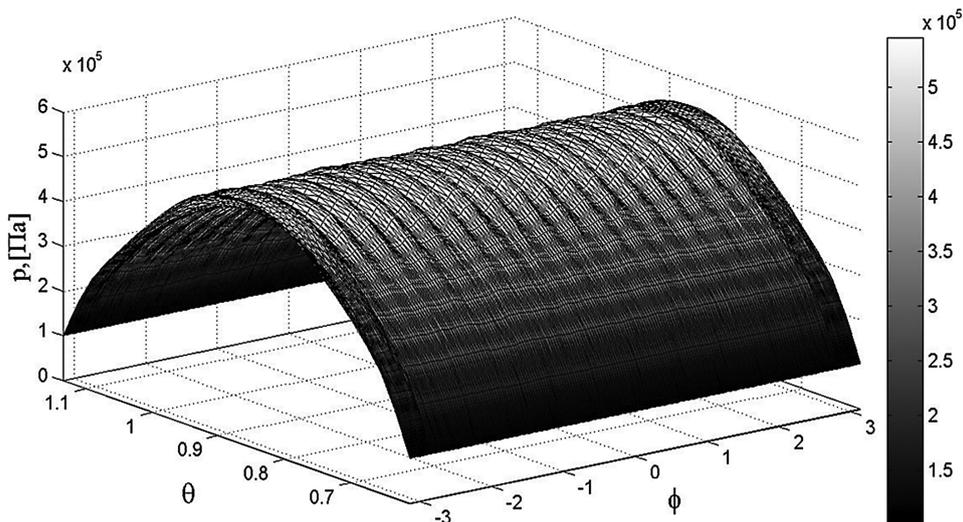


Рис. 3. Давление в нейтральном положении шпинделя

Соответствующее распределение скорости воздуха v_{\max} приведено на рис. 4. Незначительные разрывы на графике скорости здесь и далее объясняются скачками первой производной давления на границе элементов.

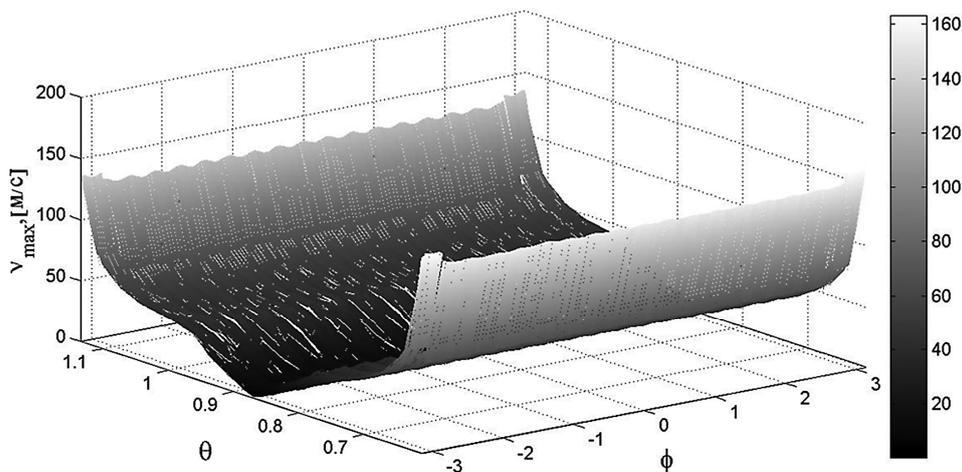


Рис. 4. Скорость воздуха при нейтральном состоянии шпинделя

Давление при *радиальном смещении* шпинделя $\mathbf{u} = \{5 \ 0 \ 0\}^T \cdot 10^{-6} \text{ м}$ при нулевых скоростях $\mathbf{V}_0 = 0$, $\boldsymbol{\omega} = 0$ представлено на рис. 5.

Смещение шпинделя вдоль оси OX увеличило максимальное давление до $5,987 \cdot 10^5 \text{ Па}$ (т. е. почти до величины давления подачи) при $\varphi \approx 0$. На противоположной стороне при $\varphi \approx 180^\circ$ давление уменьшается. Распределенное неравномерное вдоль окружности давление создает силу, возвращающую шпиндель в нейтральное положение.

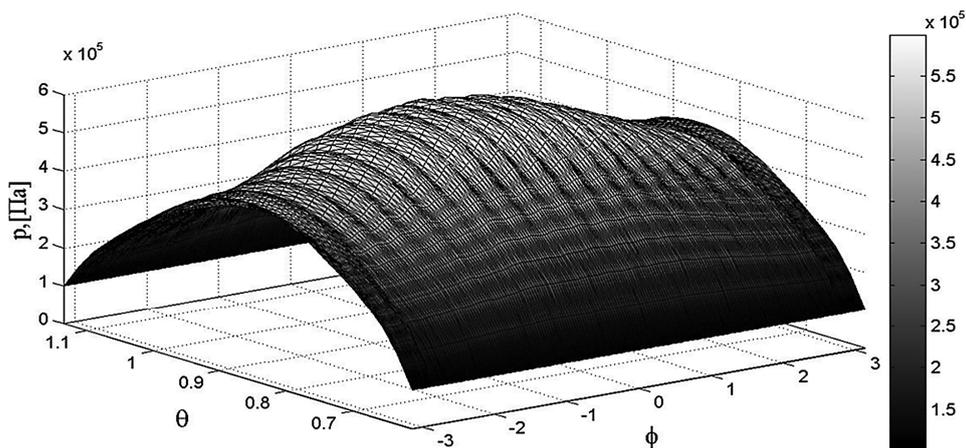


Рис. 5. Давление при радиальном смещении шпинделя

При **радиальном смещении вращающегося шпинделя** возникает аэродинамическая подъемная сила, направленная перпендикулярно смещению. Например, при $\mathbf{V}_0 = \mathbf{0}$, $\mathbf{u} = \{5 \ 0 \ 0\}^T \cdot 10^{-6} \text{ м}$, $\boldsymbol{\omega} = \{0 \ 0 \ 524\}^T \text{ рад/с}$ в точках $\varphi < 0$ воздух вовлекается вращением шпинделя в сужающийся зазор, а в точках $\varphi > 0$ — в расширяющийся. Максимум давления смещается в область $\varphi < 0$ и незначительно увеличивается. Возникающая циркуляционная сила вдоль оси Y составляет 46 % от реакции вдоль оси X , которая почти не изменяется по сравнению с предыдущим случаем.

При наличии **радиальной скорости шпинделя** аэростатический слой оказывает демпфирующее воздействие. Например, при $\mathbf{V}_0 = \{2 \ 0 \ 0\}^T \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$, нулевом смещении $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ и скорости вращения $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$ распределение давления похоже на случай радиального смещения. Максимальное давление составляет $5,71 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Предельное смещение шпинделя. Перемещения шпинделя больше половины зазора при эксплуатации опасны задиром поверхностей, поэтому и недопустимы. Однако случай с большим перемещением важен для определения силовых характеристик во всем диапазоне перемещений и для проверки всплытия шпинделя при включении воздуха. На рис. 6 показано давление при нулевых скоростях и смещении шпинделя $\mathbf{u} = 2^{-0,5} \{9 \ 0 \ 9\}^T \cdot 10^{-6} \text{ м}$. Аэростатический зазор в точке с координатами $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$ сокращается при таком смещении с 10^{-5} до 10^{-6} м. Максимальное давление на поверхность шпинделя составляет 610 963 Па, что на 0,5 % превышает давление

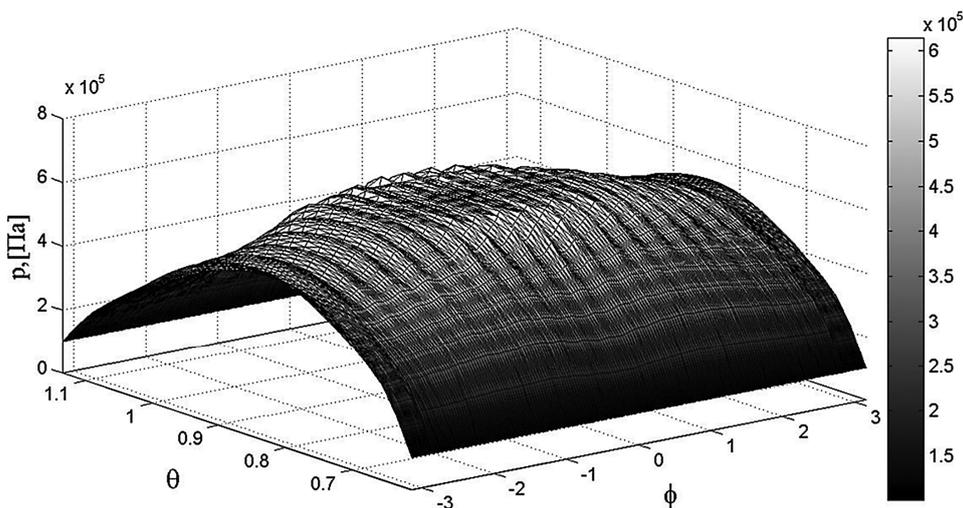


Рис. 6. Давление при предельном радиальном смещении

подачи. Тот факт, что давление на опорной поверхности превысило давление подачи, является погрешностью расчета. При последовательном сгущении сетки превышение давления стремится к нулю, а равнодействующие силы существенно не изменяются.

Для проверки сплошности потока в узлах сетки по формуле (2) вычислено число Кнудсена Kn в каждой точке. Распределение числа Кнудсена показано на рис. 7: черным цветом отмечена область, где нарушается гипотеза сплошности.

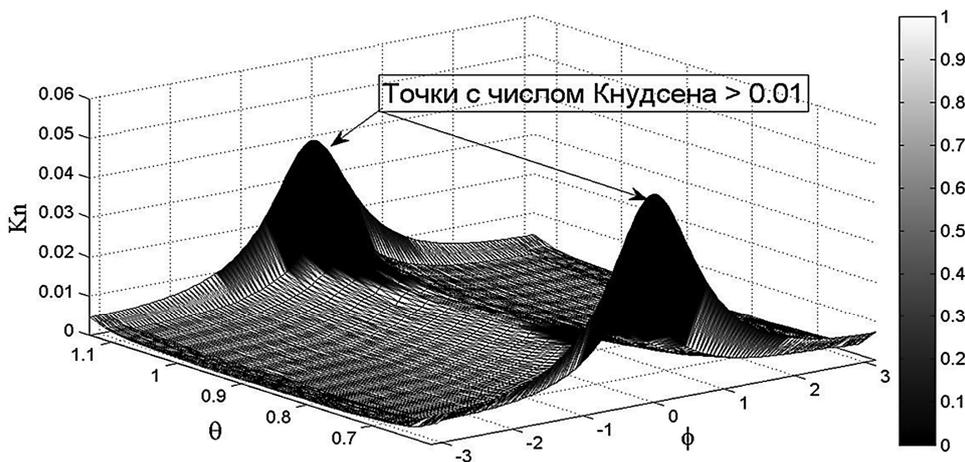


Рис. 7. Число Кнудсена при предельном радиальном смещении

Нельзя сказать, насколько сильно повлияет нарушение условия сплошности в отдельных точках на расчетные характеристики опор. С одной стороны, умеренное превышение порогового значения $Kn = 0,01$ не должно привести к принципиальному отличию картины распределения давления, а только к снижению эффективной вязкости воздуха в данных точках [5, 6]. С другой стороны, снижение вязкости воздуха на выходе из аэростатического зазора, рядом с максимумом давления, должно снизить уровень давления в прилегающей области, что скажется на радиальной опорной реакции.

Предельная радиальная скорость. При очень быстром сжатии слоя максимальное давление в аэростатическом зазоре может превысить давление подачи. Например, при $\mathbf{u} = 0$; $\mathbf{V}_0 = \{5,73 \ 0 \ 0\}^T \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$; $\boldsymbol{\omega} = 0$ максимальное давление составило 634 478 Па, что на 4,5 % больше давления подачи (рис. 8). Такая радиальная скорость при гармоническом законе колебаний с максимально допустимой амплитудой $u_x = (h/2) \cos(2\pi\eta t)$ соответствует частоте $\eta = 5,73 \cdot 10^{-3} / (10^{-5} \pi) = 182 \text{ Гц}$, которая существенно превосходит рабочий диапазон частот вращения шпинделя.

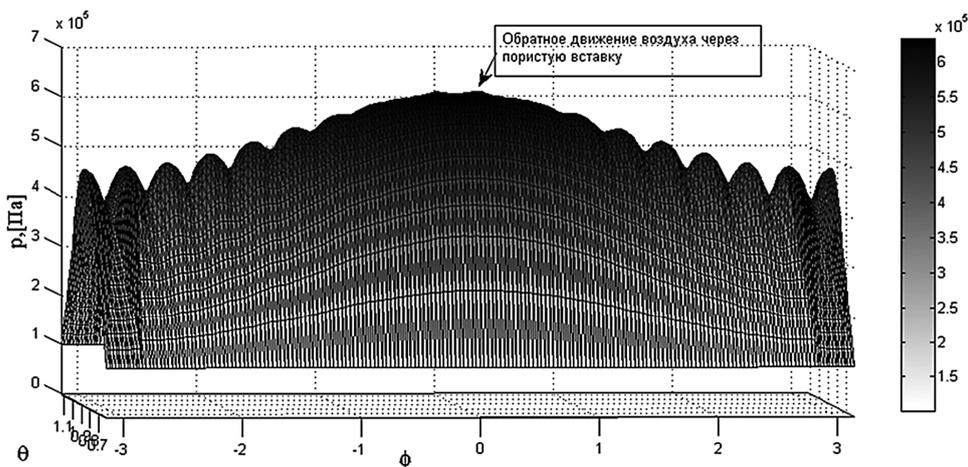


Рис. 8. Распределение давления при быстром сжатии

При незначительном увеличении скорости нелинейное решение расходится. Сгущение сетки не изменяет картину давления и не позволяет получить сходящееся решение при большей радиальной скорости. Интересно отметить, что в пористой вставке с $\varphi = 0$ наблюдается локальный минимум давления вдоль окружной координаты φ , что соответствует обратному движению воздуха через вставку.

Оценка скорости v_{\max} показана на рис. 9. В каждой точке скорость воздуха меньше скорости звука, поэтому число Маха будет меньше единицы.

Полученное решение нельзя считать физичным без проверки других исходных гипотез, например о стационарности движения, поскольку быстрое сжатие тонкого азростатического слоя невозможно в течение продолжительного времени.

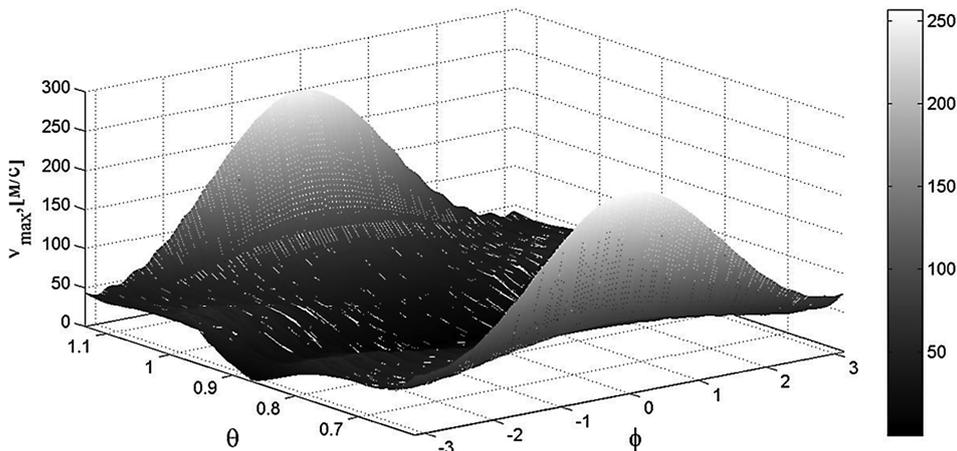


Рис. 9. Распределение скорости v_{\max} при быстром сжатии

Быстрое вращение смещенного шпинделя. На рис. 10 приведено распределение давления в аэростатическом зазоре при смещении и быстром вращении шпинделя: $\mathbf{u} = \{5 \ 0 \ 0\}^T \cdot 10^{-6}$ м; $\mathbf{V} = 0$; $\boldsymbol{\omega} = \{0 \ 0 \ 1712\}^T$ рад/с. Эта скорость вращения более чем в 3 раза превосходит максимальную скорость вращения шпинделя. При незначительном увеличении скорости или смещения нелинейное решение расходится. При сгущении сетки конечных элементов распределение давления не изменяется и не удается получить сходящееся решение при большем смещении или скорости вращения. По сравнению со случаем радиального смещения шпинделя максимум давления смещается против направления вращения и увеличивается до 656 265 Па, что на 7,9 % больше давления подачи. Как и в предыдущем примере, наблюдается обратное движение воздуха через пористые вставки и расхождение решения при незначительном увеличении скорости вращения или смещения шпинделя.

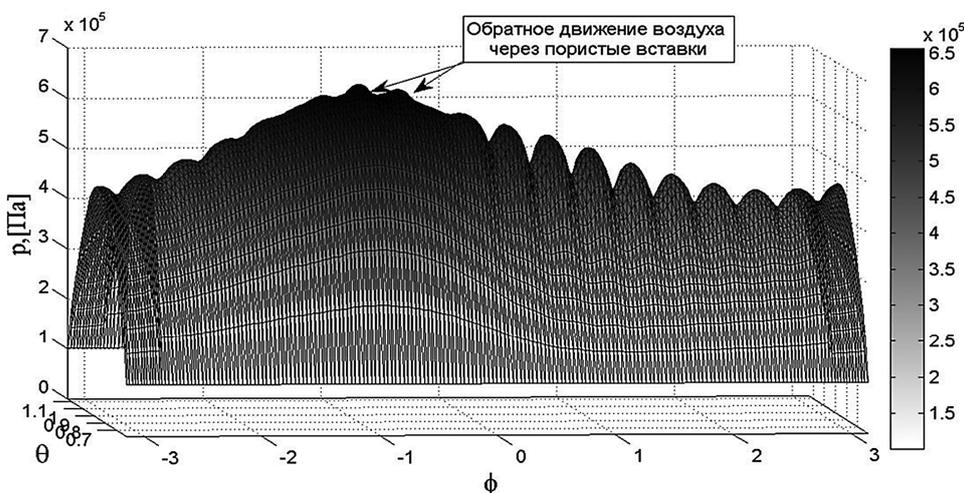


Рис. 10. Давление при быстром вращении смещенного шпинделя

Рядом с точками $\varphi = 0, \theta = \theta_2$ зазор составляет $h = 5,7 \cdot 10^{-6}$ мкм, давление $p \approx p_{atm}$, поэтому, строго говоря, там нарушается критерий сплошности $Kn = 6,4 \cdot 10^{-8} (5,7 \cdot 10^{-6})^{-1} = 0,0112 > 0,01$.

Распределение скорости воздуха \mathbf{v}_{max} (рис. 11) соответствует сумме напорного движения из областей повышенного давления (см. рис. 5) и равномерного движения воздуха, «захваченного» вращающимся шпинделем. Самая большая скорость для данного расчетного случая $\mathbf{v}_{max} = 283$ м/с, что приближается к скорости звука в воздухе

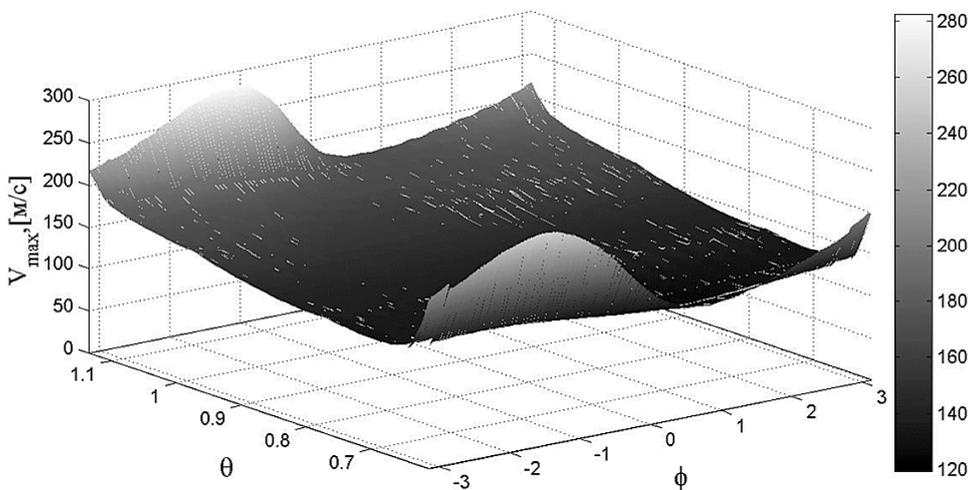


Рис. 11. Скорость воздуха при быстром вращении смещенного шпинделя

при нормальных условиях, но не превышает ее. Максимальное значение числа Маха составило 0,86, и это самое большое значение для всех рассмотренных случаев.

В заключение отметим, что в таблице приведены результаты для рассмотренных случаев.

Впервые реализована расчетная модель для определения характеристик аэростатической сферической опоры с пористыми ограничителями наддува с учетом векторов смещений, поступательной и угловой скорости на основе решения уравнения Рейнольдса в стационарной нелинейной постановке без дополнительных упрощений. Для заданного состояния опоры определены опорные реакции, расход воздуха и оценка максимальной скорости воздуха в зазоре. На основе данной модели, изменяя скорости и смещение шпинделя, можно получать статические и динамические силовые характеристики, моменты трения.

Уравнение Рейнольдса в работе проинтегрировано в программе Comsol 3.5 в нелинейной постановке. Дискретизация задачи выполнена методом конечных элементов, проверена сходимость решения при дроблении сетки. Нелинейное решение, проведенное методом Ньютона — Рафсона, не сходилось при больших скоростях и (или) перемещениях, но для эксплуатационных состояний получены сходящиеся решения. Также при больших скоростях и (или) перемещениях нарушаются или близки к нарушению исходные физические гипотезы. Проверены гипотезы о том, что поток является сплошным и дозвуковым. Для всех полученных решений нарушается только критерий Кнудсена в ограниченной области опорной поверхности при перемещениях шпинделя более 4 мкм.

Результаты расчета

Состояние шпинделя			Результаты расчета					
$u,$ 10^{-6} м	$V_0,$ 10^{-4} м/с	$\omega,$ рад/с	$F, \text{ Н}$	$M,$ $10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{ м}$	$P_{\max},$ 10^5 Па	$Q,$ $10^{-4} \frac{\text{М}^3}{\text{с}}$	M_{\max}	$Kn_{\max},$ 10^{-2}
$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -6 \\ 9 \\ -7472 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	5,461	2,75	0,49	0,62
$\begin{Bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -636 \\ 9 \\ -7399 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	5,987	2,84	0,51	1,132
$\begin{Bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 524 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -640 \\ -296 \\ -7406 \end{Bmatrix}$	$10^3 \begin{Bmatrix} 34,3 \\ 0 \\ -222 \end{Bmatrix}$	6,023	2,83	0,54	1,13
$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -407 \\ 10 \\ -7484 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ -7.31 \\ 0 \end{Bmatrix}$	5,718	2,72	0,57	0,62
$\begin{Bmatrix} 6,36 \\ 0 \\ 6,36 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -477 \\ 6 \\ -8185 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	6,110	1,25	0,51	6,2
$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 57 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1148 \\ 10 \\ -7578 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 21 \\ 0 \end{Bmatrix}$	6,345	2,45	0,77	0,62
$\begin{Bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1712 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -672 \\ 945 \\ -7477 \end{Bmatrix}$	$10^3 \begin{Bmatrix} 112 \\ 0 \\ -727 \end{Bmatrix}$	6,563	2,65	0,86	1,13

Работа выполнена при поддержке программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009—2010 гг.)» № 2.1.2/5277.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пошехонов Р.А. Расчет сферических аэростатических опор при заданном смещении и скорости шпинделя // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. – 2012. – № 10. – DOI: 10.7463/1012.0467949

2. Эксплуатационные характеристики газовых опор высокоскоростных шпиндельных узлов / А.В. Космынин, Ю.Г. Кабалдин, В.С. Виноградов, С.П. Чернобай. – М.: Академия естествознания, 2005. – 218 с.
3. Шейнберг С.А. Опоры скольжения с газовой смазкой. – М.: Машиностроение, 1979. – 336 с.
4. Пешти Ю.В. Газовая смазка. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993. – С. 381.
5. Константиnescу В.Н. Газовая смазка. – М.: Машиностроение, 1968. – 718 с.
6. Zhang H., Zhu C., Yang Q. New numerical solution for self-acting gas journal bearings // J. of Zhejiang University. Science A. – 2009. URL: <http://www.zju.edu.cn/jzus/downloadpdf.php?doi=10.1631/jzus.A0820532> (дата обращения 08.09.2012)
7. Пошехонов Р.А., Гуськов А.М. Сегментная модель для расчета сферических аэростатических опор // Наука и образование. Электрон. журн. – 2011. – № 12. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/286475.html> (дата обращения 07.09.2012)

Статья поступила в редакцию 28.09.2012