

А.М. Гуськов, Е.А. Коровайцева

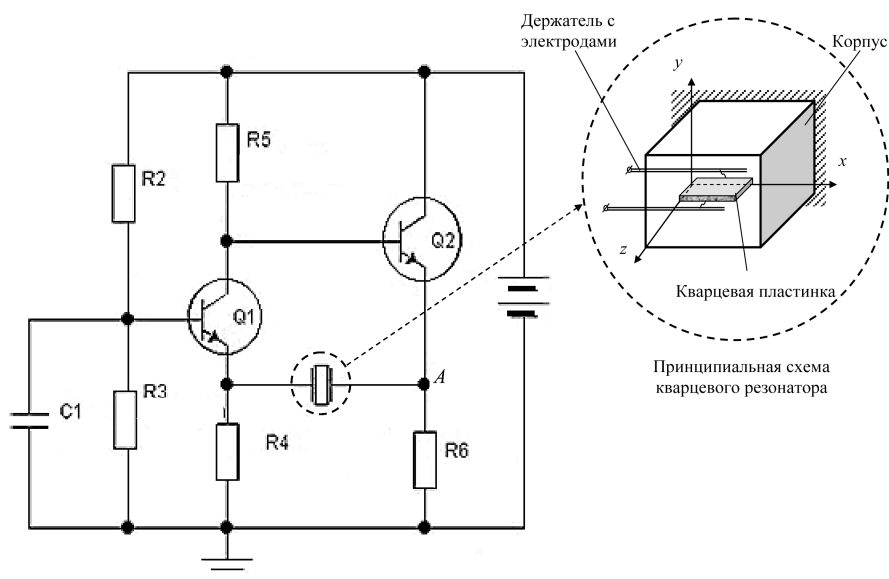
## ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ДИНАМИКИ КВАРЦЕВОГО ГЕНЕРАТОРА

*Предложена электромеханическая модель кварцевого генератора, позволяющая анализировать влияние механических факторов на его эксплуатационные характеристики. Приведен пример использования предложенной модели при исследовании динамики генератора, находящегося под воздействием внешних низкочастотных вибраций.*

**E-mail:** gouskov\_am@mail.ru; katrell@mail.ru

**Ключевые слова:** кварцевый генератор, кварцевый резонатор, нестабильность частоты, спектр сигнала.

Кварцевый генератор (КГ) представляет собой генератор электрических колебаний, основное требование к которому заключается в обеспечении высокой стабильности частоты. Важнейшим элементом генератора является кварцевый резонатор. Резонатор представляет собой кварцевую пластину с напыленными на ее поверхность электродами, находящуюся в загерметизированном корпусе (рис. 1). Кварцевая пластина соединяется с помощью электродов с электрической цепью генератора. Частота колебаний кварцевой пластины и определяет частоту колебаний выходного сигнала генератора. Кварцевый генератор является нелинейной системой, так как в цепи имеется транзистор — элемент с нелинейной характеристикой.



**Рис. 1. Типовая схема кварцевого генератора**

Типовая схема кварцевого генератора, представленная на рис. 1, включает в себя два транзистора  $Q1$  и  $Q2$ . Выходной сигнал — электрический потенциал в узле  $A$ .

Основным показателем качества кварцевого генератора является относительная нестабильность частоты — относительное изменение частоты генератора при воздействии дестабилизирующих факторов в течение определенного времени [1]:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{f_2 - f_1}{f},$$

где  $\Delta f$  — абсолютная нестабильность;  $f$  — частота генератора;  $f_1$  — значение частоты до воздействия дестабилизирующего фактора;  $f_2$  — значение частоты после воздействия дестабилизирующего фактора.

До настоящего времени исследование кварцевого генератора ограничивались рассмотрением его электрической схемы. При таком подходе влияние динамики механической части генератора — кварцевого резонатора — не учитывается, ввиду чего не удастся выявить связь между механическими и электрическими параметрами кварцевого генератора, а также влияние внешних механических воздействий.

Основной целью данной работы является разработка и анализ расчетной модели КГ, позволяющей учесть влияние механических факторов на динамику генератора. В качестве примера рассмотрено влияние одного из важнейших воздействий на генератор — внешней низкочастотной вибрации (порядка десятков или сотен Гц).

**Моделирование кварцевого генератора.** Представим кварцевый генератор совокупностью механической модели кварцевого резонатора и электрической модели схемы генератора. При этом модель резонатора представлена анизотропной пьезоэлектрической пластинкой SC-среза, для которой колебания сдвига по толщине в плоскости  $Oxy$  (см. рис. 1) являются основным типом колебаний. Отметим, что в силу особенностей SC-среза деформации пластинки в направлении оси  $z$  пренебрежимо малы по сравнению с деформациями в направлениях осей  $x$  и  $y$ . При моделировании учитываем также давление в корпусе, в котором находится пластинка.

Уравнения, описывающие динамику предлагаемой модели генератора, можно разбить на три группы.

1. Группа уравнений механики пьезоэлектрической сплошной среды для случая плоского деформированного состояния [2]. Эта группа включает в себя:

уравнения движения

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= \rho \ddot{u}_x, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= \rho \ddot{u}_y;\end{aligned}\tag{1}$$

уравнения вынужденной электростатики

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} = 0, \quad E_y = -\frac{\partial \psi}{\partial y};\tag{2}$$

уравнения состояния

$$\begin{aligned}\sigma_x &= c_{11}^E \varepsilon_x + c_{12}^E \varepsilon_y + c_{16}^E \varepsilon_{xy} - e_{21} E_y, \\ \sigma_y &= c_{12}^E \varepsilon_x + c_{22}^E \varepsilon_y + c_{26}^E \varepsilon_{xy} - e_{22} E_y, \\ \tau_{xy} &= c_{16}^E \varepsilon_x + c_{26}^E \varepsilon_y + c_{66}^E \varepsilon_{xy} - e_{26} E_y, \\ D_x &= e_{12}^S E_y + e_{11} \varepsilon_x + e_{12} \varepsilon_y + e_{16} \varepsilon_{xy}, \\ D_y &= e_{22}^S E_y + e_{21} \varepsilon_x + e_{22} \varepsilon_y + e_{26} \varepsilon_{xy};\end{aligned}\tag{3}$$

соотношения Коши

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}.\tag{4}$$

Здесь в (1)—(4) приняты обозначения:  $u_x, u_y$  — компоненты вектора перемещений  $\mathbf{u} = \{u_x, u_y\}^T$ ;  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  — компоненты тензора напряжений;  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$  — компоненты тензора деформаций;  $D_x, D_y$  — компоненты вектора электрической индукции  $\mathbf{D} = \{D_x, D_y\}^T$ ;  $E_y$  — напряженность электрического поля;  $\psi$  — функция электростатического потенциала;  $\rho$  — плотность материала;  $c_{ij}^E$  ( $i = \overline{1,6}; j = \overline{1,6}$ ) — составляющие тензора коэффициентов жесткости, измеренные при постоянном электрическом поле;  $e_{ij}$  ( $i = \overline{1,3}; j = \overline{1,6}$ ) — составляющие тензора пьезоэлектрических коэффициентов;  $\varepsilon_{ij}^S$  ( $i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3}$ ) — составляющие тензора диэлектрических проницаемостей.

2. Волновое уравнение, учитывающее давление воздуха на поверхностях пластинки [3]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0,\tag{5}$$

где  $c$  — скорость звука;  $p$  — давление воздуха в текущей точке. Уравнение (5) учитывается в граничных условиях системы (1)—(4).

3. Группа уравнений электростатики и электродинамики для электрической цепи [4]:

для узлов схемы генератора (первый закон Кирхгофа)

$$\pm \sum_{k=1}^n i_k = 0,$$

где  $i_k$  — ток, втекающий в узел (вытекающий из него) схемы генератора;  $n$  — число токов в узле;

для контуров схемы генератора (второй закон Кирхгофа)

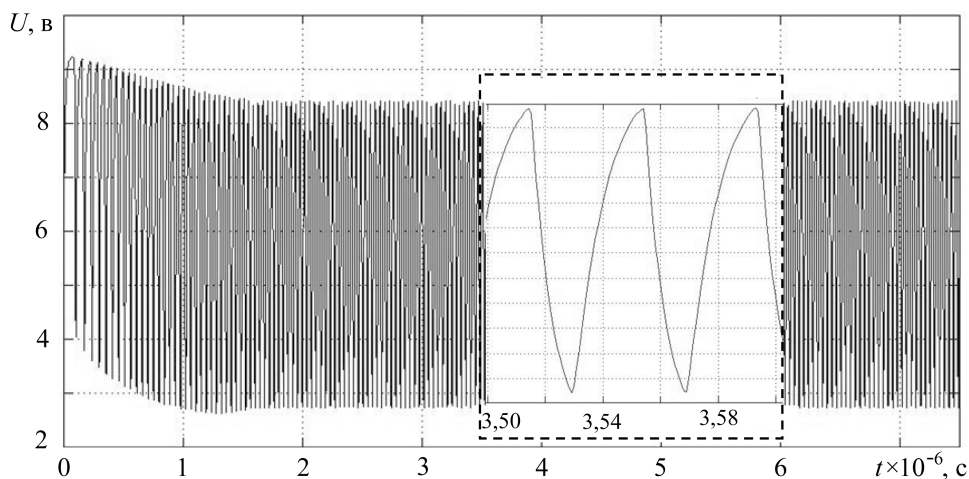
$$\pm \sum_{k=1}^m U_k = \pm \sum_{k=1}^p E_k,$$

где  $U_k$  — напряжение на участке цепи рассматриваемого контура схемы генератора;  $m$  — число контуров;  $E_k$  — ЭДС источника в рассматриваемом контуре;  $p$  — число источников;

для типовых элементов цепи (сопротивления  $R$  и емкости  $C$ )

$$i = \frac{U}{R}, \quad i = C \frac{dU}{dt}.$$

Граничные условия задачи сформулированы отдельно для «электрической» и «механической» групп уравнений. «Электрические» граничные условия описывают равенство потенциалов на поверхностях кварцевой пластины и потенциалов в узлах электрической схемы, к которым подключен резонатор. «Механические» граничные условия обусловлены давлением газа и ускорениями точек на гранях пластины.



**Рис. 2. График генерируемого сигнала во времени**

График генерируемого сигнала КГ при отсутствии каких-либо внешних воздействий в зависимости от времени представлен на рис. 2 (в окне приведен график в увеличенном масштабе времени). Наблюдаемое отклонение формы сигнала от синусоидальной является проявлением нелинейности системы; возникновение ненулевого среднего значения объясняется возбуждением автоколебаний.

Анализ спектра генерируемого сигнала (рис. 3) показывает существование выраженной несущей частоты генератора ( $f = 25,7$  МГц), а наличие значительных фазовых составляющих вблизи несущей частоты обусловлено отличием формы сигнала от синусоидальной.

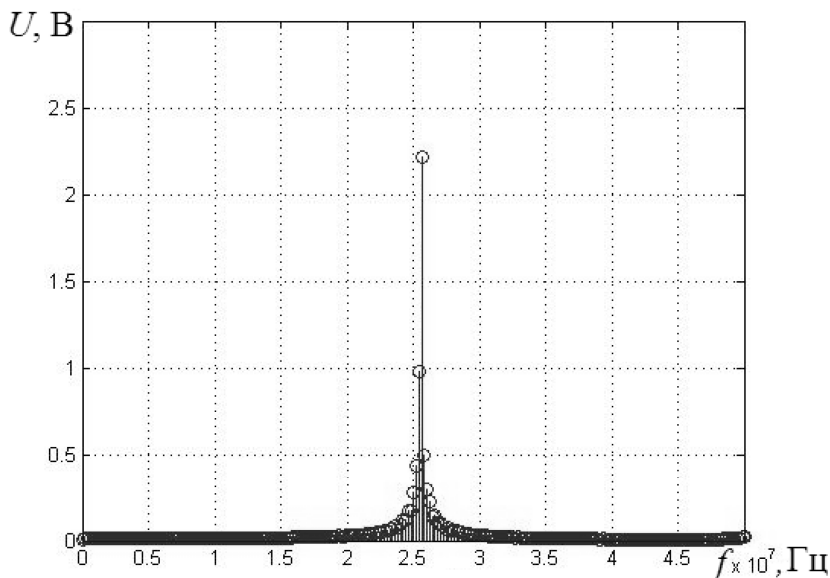


Рис. 3. Спектр выходного сигнала

**Исследование влияния внешних низкочастотных вибраций на динамику кварцевого генератора.** Примем, что корпус кварцевого генератора подвержен внешнему кинематическому возбуждению. При формировании расчетной модели это возбуждение учитывается в виде переносных сил инерции, приложенных к пластине в направлении оси  $x$  или оси  $y$  (см. рис. 1).

Будем рассматривать случай низкочастотных по отношению к основной частоте генератора вибраций, так как именно они имеют место в реальных технических системах. Поскольку период внешних воздействий в случае низкочастотных вибраций существенно больше периода колебаний выходного сигнала генератора и временного интервала, на котором проводится оценка его характеристик, то без

особой погрешности можно принять, что эти характеристики не чувствительны к частоте внешнего воздействия, а зависят только от амплитудного значения ускорения  $a$  и направления переносной силы инерции.

В работе [5] отмечено, что влияние внешнего кинематического воздействия на частоту кварцевого резонатора может быть определено численно только при использовании нелинейных уравнений механики пьезоэлектрической сплошной среды. При этом тензор деформаций имеет вид

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}u_{k,j}).$$

Расчеты проведены для амплитуд ускорений  $a$  в интервалах от 0 до  $\pm 5g$  ( $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения), действующих в направлениях  $x$  и  $y$  (см. рис. 1). Значения отклонений частоты  $\Delta f/f_0 = (f_g - f_0)/f_0$  ( $f_g$  — значение частоты при действии ускорения;  $f_0$  — значение частоты при отсутствии ускорения) представлены в таблице.

#### Значения отклонений частоты для различных ускорений

Отклонение частоты $\Delta f/f_0 \times 10^{10}$	Ускорение						
	-5g	-3g	-g	0	g	3g	5g
Вдоль оси $x$	-4,382	-2,629	-0,876	—	0,876	2,629	4,382
Вдоль оси $y$	-26,61	-15,97	-5,321	—	5,321	15,97	26,61

В результате анализа представленных данных выявлено, что значения несущей частоты зависят как от величины, так и от направления воздействия. С ростом амплитуды воздействия отклонение несущей частоты генерируемого сигнала увеличивается, с изменением направления воздействия изменяет знак. Из двух рассмотренных направлений ускорения наибольшая чувствительность к ускорению отмечается в направлении  $y$ .

В предложенной электромеханической модели учтена взаимосвязь электрических и механических параметров КГ, данная модель позволяет проанализировать автоколебательные процессы в системе КГ с учетом комплексного влияния как внешних механических воздействий, так и состояния окружающей среды на эксплуатационные свойства и параметры качества генераторов. Показано, что в случае внешнего низкочастотного вибрационного воздействия основное

влияние оказывает амплитуда внешней вибрации, что проявляется в повышении нестабильности частоты генератора.

*Работа выполнена при поддержке целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы на период 2009–2011 годы» (проекты 2.1.2/10077 и 2.1.1/9655) и гранта РФФИ 10-08-00640-а.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альтшуллер Г.Б. Кварцевая стабилизация частоты. – М.: Связь, 1974.– 272 с.
2. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Механика связанных полей в элементах конструкций. – Т. 5: Электроупругость. – Киев, Наукова думка, 1989. – 277 с.
3. Морз Ф. Колебания и звук. – М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1949. – 496 с.
4. Борисов Ю.М., Липатов Д.Н., Зорин Ю.Н. Электротехника: учеб. для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 518 с.
5. Lee P.C.Y., Wang Y.S., Markenscoff X. High-frequency vibrations of crystal plates under initial stresses // J. Acoust. Soc. Am. – 1975. – Vol. 57, no. 1. – P. 95–105.

Статья поступила в редакцию 28.09.2012