УДК 621.01

С.В. Балакин, А.М. Гуськов

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ПОДДЕРЖАНИЯ ВИБРАЦИЙ ИНСТРУМЕНТА ДЛЯ ГЛУБОКОГО СВЕРЛЕНИЯ

Предложена математическая модель, предназначенная для анализа вибрационного сверления глубоких отверстий ружейными сверлами с управляемой промежуточной опорой. Показана принципиальная возможность поддержания режима резания с сегментной стружкой с помощью рассматриваемой схемы сверления. Указаны технологические и конструкционные параметры, при которых возможна реализация режимов прерывистого сверления.

E-mail: gouskov_am@mail.ru

Ключевые слова: *глубокое сверление, вибросверление, динамическая устойчивость, нелинейная динамика, уравнения образования новых поверхностей.*

Получение глубоких точных отверстий является сложной технологической задачей [1—4]. Основная проблема при сверлении ружейными сверлами — образование непрерывной, так называемой сливной стружки. При наложении на существующую технологическую схему сверления осевых вибраций можно добиться того, что стружка будет сегментированной [1, 2]. Поскольку стебель инструмента ружейного сверла представляет собой длинный и гибкий стержень, то в процессе сверления неизбежны поперечные вибрации, которые, в свою очередь, вызывают осевые колебания конца стержня. Прерывистого стружкообразования можно добиться путем синхронизации автоколебаний стебля сверла, вызванных эффектом регенерации при резании, с дополнительными вибрациями промежуточной опоры. Для этого соответствующим образом должны быть подобраны параметры системы — технологические и жесткостные. При этом на первое место выходят вопросы построения адекватной математической модели, чему и посвящена данная работа.

На рис. 1 изображена принципиальная схема сверления. Заготовка закреплена в патроне и вращается с угловой скоростью ω. Подача заготовки в осевом направлении с линейной скоростью v осуществляется с помощью механизма подачи. Ружейное сверло закреплено в патроне и остается неподвижным. Промежуточная опора может совершать осевые колебания при использовании одного из специальных виброустройств — гидравлического, механического, электромагнитного или пьезоэлектрического. Для отвода стружки из зоны резания предусмотрена циркуляционная система подачи смазочно-

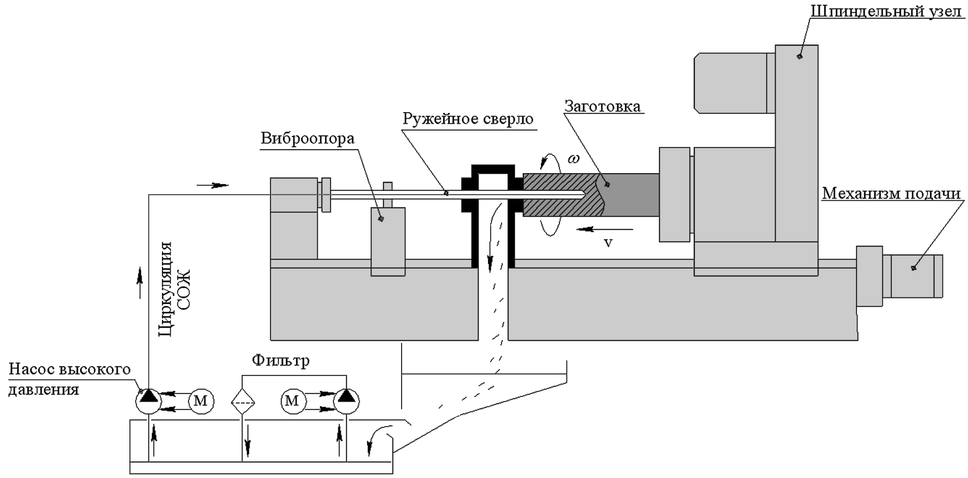

Рис. 1. Общая схема сверления

охлаждающей жидкости (СОЖ). С помощью насоса высокого давления СОЖ подают через внутренний канал ружейного сверла в зону резания, затем вместе с удаляемой стружкой СОЖ поступает в систему фильтрации, после которой очищенная СОЖ вновь оказывается в емкости перед насосом высокого давления. Расчетная схема рассматриваемой механической системы показана на рис. 2. Левый конец стержня жестко закреплен. Промежуточная опора — шарнирная. Условия крепления на правом торце стержня представляют собой плавающую заделку. На правый конец стержня действуют переменные осевая сила и крутящий момент.

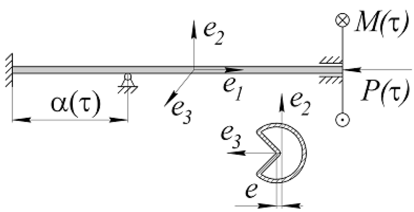

Рис. 2. Расчетная схема и поперечное сечение инструмента

Вследствие того, что центр вращения O (рис. 3) не совпадает с положением оси стержня (геометрическим центром поперечного сечения C), т. е. имеет место эксцентриситет e, граничные условия на правом торце и в промежуточной опоре оказываются нестационарными. При закручивании стержня на угол φ моментом M точка оси стержня перемещается на величины u_2 и u_3 в направлении связанных координатных осей $\mathbf{e_2}$ и $\mathbf{e_3}$ соответственно, в результате чего стержень изгибается.

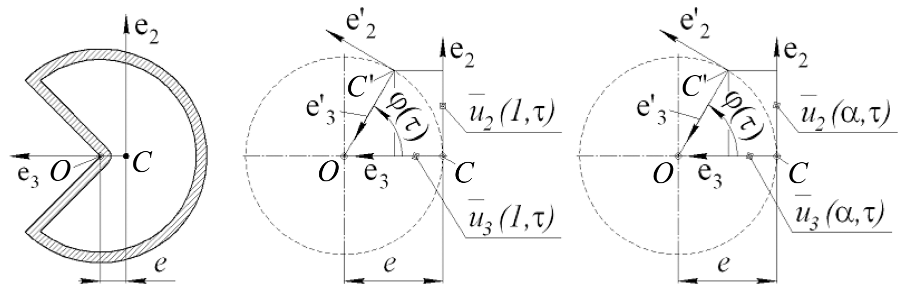

Рис. 3. Нестационарные граничные условия на правом торце

Таким образом, граничные условия задачи имеют вид
при $\zeta = 0$

$$\tilde{u}_i(0,\tau) = 0\,,\ \tilde{u}_i'(0,\tau) = 0\,; \tag{1}$$

при $\zeta = 1$

$$\tilde{u}_2(1,\tau) = \tilde{e}\sin\frac{\tilde{M}(\tau)\times 1}{\chi}, \quad \tilde{u}_3(1,\tau) = \tilde{e}\left(1-\cos\frac{\tilde{M}(\tau)\times 1}{\chi}\right); \tag{2}$$

при $\zeta = \alpha$

$$\tilde{u}_2(\alpha,\tau) = \tilde{e}\sin\frac{\tilde{M}(\tau)\alpha}{\chi}, \quad \tilde{u}_3(\alpha,\tau) = \tilde{e}\left(1-\cos\frac{\tilde{M}(\tau)\alpha}{\chi}\right), \tag{3}$$

где $\tilde{e}$ — безразмерный эксцентриситет сечения; χ — отношение крутильной и максимальной изгибной жесткости поперечного сечения стержня.

Данная задача может быть сформулирована в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих малые параметрические колебания стержня. Однако решение этой системы уравнений сопряжено с рядом трудностей, поскольку данная краевая задача является многоточечной. Кроме граничных условий на левом и правом концах стержня должны быть выполнены условия равенства нулю перемещений в точке стержня, находящейся под промежуточной опорой в текущий момент времени. Метод Галеркина для сведения задачи к системе обыкновенных дифференциальных уравнений в данном случае неэффективен, поскольку на каждом шаге интегрирования конечномерной системы необходимо пересчитывать координатные функции с учетом изменившегося положения опоры, а следовательно, повторять всю процедуру метода.

В работе [5] параметрические колебания стержня с подвижной промежуточной опорой исследованы с помощью системы интегральных уравнений Фредгольма II рода, которые в нашем случае могут быть записаны в виде

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\Omega^2}\Big(\tilde{u}_2(\tau,\zeta)+\tilde{u}_2^*(\tau,\zeta)\Big) = -\int_0^1 \hat{G}_2(\zeta,\xi,\alpha)\Big(\ddot{\tilde{u}}_2(\tau,\xi)+\ddot{\tilde{u}}_2^*(\tau,\zeta)\Big)d\xi + \\
&+\delta^2\int_0^1 \frac{\partial^2 \hat{G}_2(\zeta,\xi,\alpha)}{\partial\xi^2}\ddot{\tilde{u}}_2(\tau,\xi)\,d\xi - \delta^2\int_0^1 \hat{G}_2(\zeta,\xi,\alpha)\Big(\ddot{\tilde{u}}_2^*\Big)''(\tau,\zeta)\,d\xi - \\
&-\frac{1}{\Omega^2}\tilde{P}(\tau)\int_0^1 \frac{\partial^2 \hat{G}_2(\zeta,\xi,\alpha)}{\partial\xi^2}\tilde{u}_2(\tau,\xi)\,d\xi - \frac{1}{\Omega^2}\tilde{P}(\tau)\int_0^1 \hat{G}_2(\zeta,\xi,\alpha)\Big(\tilde{u}_2^*\Big)''(\tau,\xi)\,d\xi - \\
&-\frac{1}{\Omega^2}\tilde{M}(\tau)\int_0^1 \frac{\partial^2 \hat{G}_2(\zeta,\xi,\alpha)}{\partial\xi^2}\tilde{u}_3'(\tau,\xi)\,d\xi - \frac{1}{\Omega^2}\tilde{M}(\tau)\int_0^1 \hat{G}_2(\zeta,\xi,\alpha)\Big(\tilde{u}_3^*\Big)'''(\tau,\xi)\,d\xi;
\end{aligned}
\tag{4}
$$

$$
\begin{aligned}
&\beta\frac{1}{\Omega^2}\Big(\tilde{u}_3(\tau,\zeta)+\tilde{u}_3^*(\tau,\zeta)\Big) = -\int_0^1 \hat{G}_3(\zeta,\xi,\alpha)\Big(\ddot{\tilde{u}}_3(\tau,\xi)+\ddot{\tilde{u}}_3^*(\tau,\zeta)\Big)d\xi + \\
&+\beta\delta^2\int_0^1 \frac{\partial^2 \hat{G}_3(\zeta,\xi,\alpha)}{\partial\xi^2}\ddot{\tilde{u}}_3(\tau,\xi)\,d\xi - \beta\delta^2\int_0^1 \hat{G}_2(\zeta,\xi,\alpha)\Big(\ddot{\tilde{u}}_3^*\Big)''(\tau,\zeta)\,d\xi - \\
&-\frac{1}{\Omega^2}\tilde{P}(\tau)\int_0^1 \frac{\partial^2 \hat{G}_3(\zeta,\xi,\alpha)}{\partial\xi^2}\tilde{u}_3(\tau,\xi)\,d\xi - \frac{1}{\Omega^2}\tilde{P}(\tau)\int_0^1 \hat{G}_3(\zeta,\xi,\alpha)\Big(\tilde{u}_3^*\Big)''(\tau,\xi)\,d\xi - \\
&-\frac{1}{\Omega^2}\tilde{M}(\tau)\int_0^1 \frac{\partial^2 \hat{G}_3(\zeta,\xi,\alpha)}{\partial\xi^2}\tilde{u}'_2(\tau,\xi)\,d\xi - \frac{1}{\Omega^2}\tilde{M}(\tau)\int_0^1 \hat{G}_3(\zeta,\xi,\alpha)\Big(\tilde{u}_2^*\Big)'''(\tau,\xi)\,d\xi,
\end{aligned}
$$

где $\tilde{u}_i$ — безразмерные прогибы; $\tilde{u}_i^*$ — функции, удовлетворяющие неоднородным граничным условиям на правом торце и в промежуточной опоре; δ — параметр, характеризующий отношение величины прогибов к длине стержня; β — отношение изгибных жесткостей поперечного сечения стержня; Ω — безразмерная частота;

$$\hat{G}_2(\zeta,\xi,\alpha) = G(\zeta,\xi) - \frac{G(\zeta,\alpha)}{\tilde{G}_2(\alpha,\alpha)}G(\alpha,\xi);$$

$$\hat{G}_3(\zeta,\xi,\alpha) = G(\zeta,\xi) - \frac{G(\zeta,\alpha)}{\tilde{G}_3(\alpha,\alpha)}G(\alpha,\xi);$$

$$\tilde{G}_2(\alpha,\alpha) = G(\alpha,\alpha) + \gamma G(1/2,1/2);$$

$$\tilde{G}_3(\alpha,\alpha) = G(\alpha,\alpha) + \beta\gamma G(1/2,1/2);\quad 0<\gamma\le 1.$$

Функция Грина [5] имеет вид

$$G(x,\tilde{x}) = H(x-\tilde{x})\frac{(x-\tilde{x})^3}{3!} + \left[2(1-\tilde{x})^3 - 3(1-\tilde{x})^2\right]\frac{x^3}{3!} + \left[(1-\tilde{x})^2 - (1-\tilde{x})^3\right]\frac{x^2}{2!},$$

где $H(x-\tilde{x})$ — функция Хевисайда.

Заменяя интегралы конечными суммами, уравнения (4) можно привести к конечномерной системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$[M(\tau)]\ddot{\vec{q}}(\tau) + \frac{1}{\Omega^2}[C(\tau)]\vec{q}(\tau) = \frac{1}{\Omega^2}[B(\tau)]. \tag{5}$$

В отличие от формулировки краевой задачи в виде дифференциальных уравнений, где граничные условия учитываются при построении координатных функций, в эквивалентной формулировке в виде интегральных уравнений граничные условия уже содержатся в самих уравнениях.

Функции $P(t)$ и $M(t)$ неизвестны и могут быть вычислены, если систему (5) дополнить уравнениями образования новых поверхностей с запаздыванием [6—8]:

$$\begin{aligned}
&\Delta(\tau) = \tilde{u}_1(\tau) - \tilde{H} + \nu\tilde{s}_0\tau - \Lambda(\tau - T);\\
&\eta(\tau) = \max[0;\Delta(\tau)];\\
&\Lambda(\tau) = \Lambda(\tau - T) + \eta(\tau);\\
&\Lambda(\tau) = \Lambda_0(\tau),\ \tau \le 0,
\end{aligned} \tag{6}$$

где $\tilde{H}$ — расстояние от правого торца инструмента до средней поверхности торца детали в начальный момент времени; ν — частота вращения детали; $\tilde{s}_0$ — скорость подачи заготовки; Λ_0 — отклонение поверхности торца заготовки под режущей кромкой в начальный момент времени; Λ — глубина отверстия под режущей кромкой; $\tilde{u}_1(\tau) = -\frac{\delta}{2}\int_0^1 \left(\partial\tilde{u}_\Sigma(\tau,\zeta)/\partial\zeta\right)^2 d\zeta$ — осевое перемещение правого торца стержня; η — толщина срезаемого слоя материала. Зная величину η, можно определить $P(t)$ и $M(t)$ по дробно-рациональному закону резания [9]:

$$P(\tau) = k_{c0}h_*\frac{\eta(\tau)/h_* + r\left(\eta(\tau)/h_*\right)^2}{1 + \eta(\tau)/h_*}; \tag{7}$$

$$M(\tau) = e_*\,K_T\,P(\tau), \tag{8}$$

где k_{c0}, h_*, r — константы аппроксимации экспериментально определяемой зависимости силы резания от толщины срезаемого слоя; e_* — эксцетриситет расположения равнодействующей сил резания от оси сверла; K_T — коэффициент, зависящий от формы режущей кромки сверла. Данный закон подходит для описания нестационарных процессов входа и выхода режущих кромок инструмента, поскольку оно удовлетворяет условию конечности жесткости процесса резания при $\eta \to 0$.

Уравнение крутильных колебаний запишем в предположении, что демпфирование в системе достаточно велико и инерционным слагаемым в уравнении можно пренебречь. Эта гипотеза справедлива, когда в реальной системе не наблюдаются интенсивные крутильные колебания стебля инструмента. С учетом сказанного выше запишем уравнение крутильных колебаний в безразмерном виде:

$$\varsigma \Omega \frac{d\varphi}{d\tau} + \chi \frac{d\varphi}{d\tau} = \tilde{M}(\tau), \tag{9}$$

где ς — безразмерный коэффициент демпфирования.

Поскольку стержень может совершать крутильные колебания, то запаздывание $T = T(\tau)$ зависит от времени, т. е. является переменным. Для того чтобы исключить переменное запаздывание, перейдем от времени t к абсолютному углу поворота $\psi(t) = \omega_0 t + \varphi(t)$, или в безразмерном виде $\psi(\tau) = 2\pi \nu \tau + \varphi(\tau)$, тогда уравнение крутильных колебаний принимает вид

$$\frac{d\varphi}{d\psi} = \frac{\tilde{M}(\tau) - \chi\varphi}{2\pi\nu\varsigma\Omega + \tilde{M} - \chi\varphi}. \tag{10}$$

Зависимость $\tau(\psi)$ определяем согласно уравнению

$$\frac{d\tau}{d\psi} = \frac{\varsigma\Omega}{2\pi\nu\varsigma\Omega + \tilde{M} - \chi\varphi}. \tag{11}$$

Система дифференциально-алгебраических уравнений (5, 6, 8–10) описывает динамику вибрационного сверления с подвижной промежуточной опорой. Система может быть проинтегрирована модифицированным методом Эйлера с итерационным уточнением на каждом шаге интегрирования [10].

Для того чтобы процесс резания при сверлении был прерывистым, согласно [1] должно выполняться условие

$$u_1 \geq \frac{s_0}{2}. \tag{12}$$

Очевидно, что при сверлении при подачах, находящихся в диапазоне значений $0,01 \le s_0 \le 0,5$ мм/об, условие (11) будет выполняться только при колебаниях стебля сверла со значительными прогибами. Этих прогибов можем достичь, если подберем технологические и жесткостные параметры системы таким образом, что она окажется в зоне параметрического резонанса в системе параметров $(\omega_v,\, A_0)$, где ω_v и A_0 — частота и амплитуда колебаний промежуточной опоры соответственно. Для того чтобы на одном обороте заготовки укладывалось нецелое число колебаний режущей кромки и сдвиг фаз был максимален, необходимо выполнение равенства

$$\omega_v = 1,5\omega_0,$$

где ω_v — частота колебаний промежуточной опоры; ω_0 — частота вращения заготовки. Для удовлетворения условию нахождения в зоне параметрического резонанса можно выбрать длину стебля сверла так, чтобы при осевой силе, вычисляемой в случае использования дробно-рационального закона резания по формуле

$$P_0 = P = k_{c0}\, h_* \frac{s_0/h_* + r\,(s_0/h_*)^2}{1 + s_0/h_*},$$

выполнялось равенство

$$\omega_v = 2p_1,$$

где p_1 — первая собственная частота колебаний стержня.

Главная зона параметрического резонанса вблизи удвоенной первой собственной частоты колебаний стебля сверла (рис. 4) получена численным исследованием однородной части линейной системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами (5) на плоскости параметров (A_0, Ω) согласно теории Флоке — Ляпунова [11—13]. Точка на рис. 4 соответствует положению системы в начальный момент непрерывного сверления.

Эволюция толщины срезаемого слоя, полученной при численном интегрировании системы уравнений (5, 6, 9—11) изображена на рис. 5. Несмотря на то что система первоначально находится в зоне параметрического резонанса, наблюдается стабилизация движения системы ввиду появления сильного нелинейного воздействия со стороны сил резания, поскольку толщина снимаемого слоя становится нелинейной кусочно-непрерывной функцией времени (см. рис. 5), и условия параметрического резонанса нарушаются.

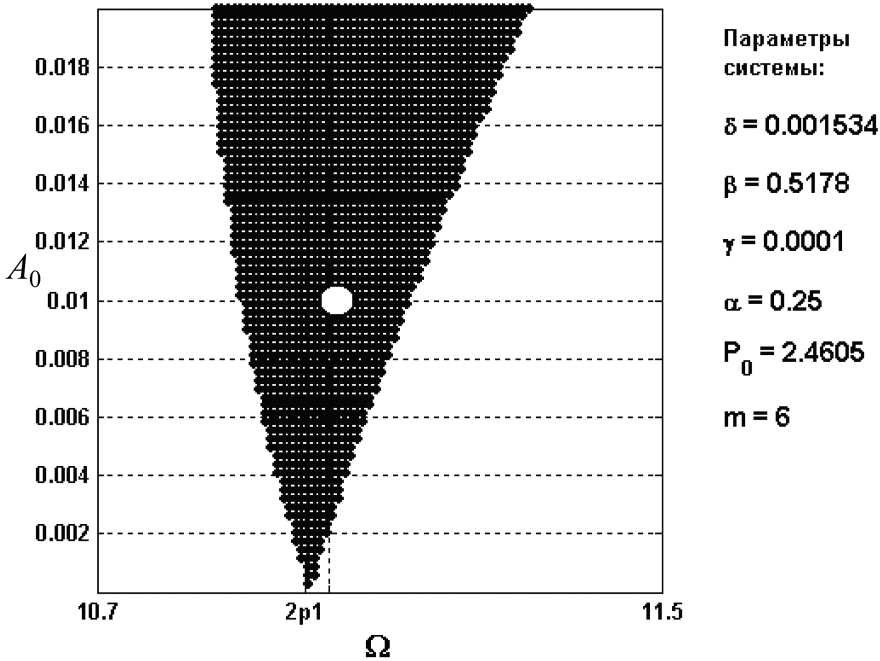

Рис. 4. Положение системы в области главного параметрического резонанса

На рис. 5 можно выделить три характерные зоны процесса сверления: I — зона непрерывного резания; II — переходная зона, в которой режим прерывистого резания перемежается с непрерывным образованием стружки; III — зона установившегося прерывистого резания.

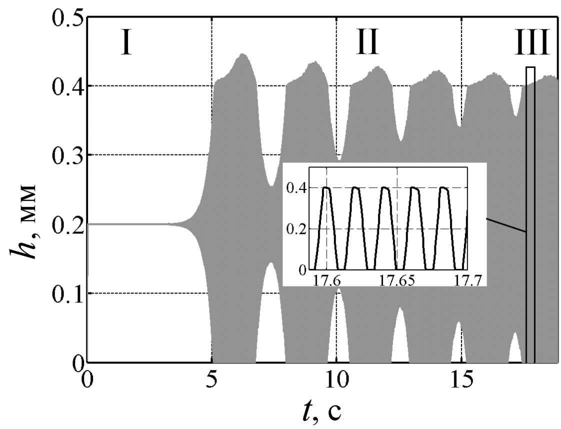

Рис. 5. Эволюция толщины срезаемого слоя во времени

На рис. 6 показано изменение во времени поперечного сечения стружки в момент, когда процесс сверления переходит в режим прерывистого резания. Отметим, что на практике для получения дробленой стружки достаточно резкого уменьшения толщины снимаемого слоя материла, поскольку долом стружки может происходить за счет сил, действующих со стороны СОЖ.

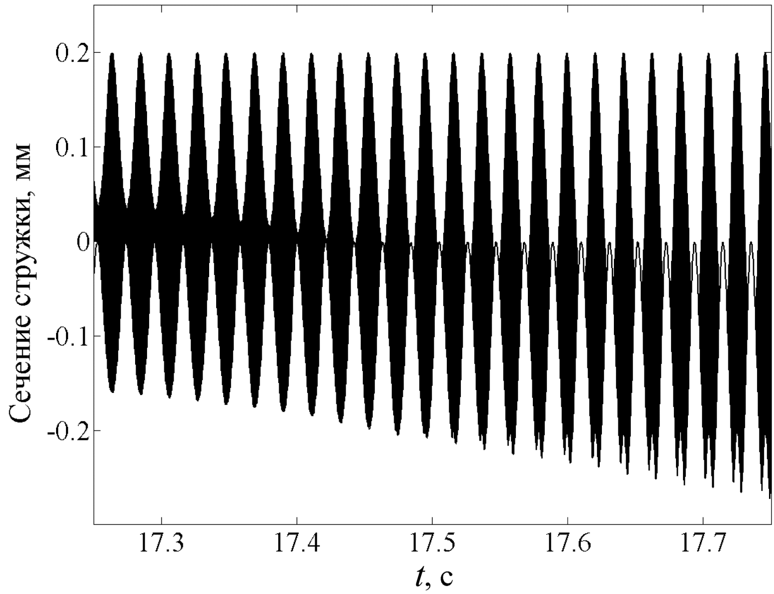

Рис. 6. Изменение поперечного сечения стружки во времени

В данной работе построена математическая модель динамики вибрационного сверления с подвижной промежуточной опорой. Показана возможность реализации режимов резания с сегментированной стружкой. Сформулированы условия, при которых эти режимы реализуются.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 07-08-00253-а, 07-08-00592-а и гранта CRDF HO–018.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подураев В.Н. Обработка резанием с вибрациями. – М.: Машиностроение, 1970. – 350 с.
2. Троицкий Н.Д. Глубокое сверление. – Л.: Машиностроение, 1971. – 176 с.
3. Ахметшин Н.И., Гоц Э.М., Родиков Н.Ф. Вибрационное резание металлов. – Л.: Машиностроение, 1987. – 80 с.
4. Подураев В.Н. Автоматически регулируемые и комбинированные процессы резания. – М.: Машиностроение, 1977. – 303 с.
5. Parametric maintenance and control of vibration while deep hole drilling / A.M. Gouskov, G.Y. Panovko, S.A. Voronov, S.C. Sinha // Proc. of Inte.

Conf. on Smart Machining Systems. NIST, Gaithersburg, USA. – March 13–15, 2007.
6. Гуськов А.М. Нелинейная динамика вибрационного сверления: Роль уравнений образования новых поверхностей // Тр. симп. CSDT–2000. – М: СТАНКИН, 2000. – С. 93–101.
7. Гуськов А.М., Воронов С.А., Квашнин А.С. Влияние крутильных колебаний на процесс вибросверления // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. – 2007. – №. 1. – С. 3–19.
8. Воронов С.А., Гуськов А.М. Исследование нелинейных пространственных колебаний инструмента для глубокого сверления // Проблемы прикладной механики, динамики и прочности: сб. статей / под ред. В.А. Светлицкого, О.С. Нарайкина. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – С. 90–113.
9. Paris H., Brissaud D., Gouskov A. A more realistic cutting force model at uncut chip thickness close to zero // CIRP Annals. Manufacturing Technology. – 2007. – Vol. 56, no. 1. – P. 415–418.
10. Турчак Л.И. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 456 с.
11. Якубович В.А., Старжинский В.М. Параметрический резонанс в линейных системах. – М.: Наука, 1987. – 328 с.
12. Арнольд В.И. Математические методы классической механики: учеб. пособие. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 416 с.
13. Методы качественной теории в нелинейной динамике: ч. 1 / Л.П. Шильников, А.Л. Шильников, Д.В. Тураев, Л. Чуа. – Москва; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 416 с.

Статья поступила в редакцию 28.09.2012