

С.А. Воронов, И.А. Киселев

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ 3МЗВЛ
ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ
ОБРАБОТКИ РЕЗАНИЕМ.
АЛГОРИТМ ИЗМЕНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ
И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЛЩИНЫ
СРЕЗАЕМОГО СЛОЯ**

Приведен обзор геометрических алгоритмов, использовавшихся для моделирования процесса фрезерования. Предложена оригинальная объединяющая достоинства модификация алгоритма, которая свободна от части недостатков других методов.

E-mail: voronovsa@yahoo.com; i.a.kiselev@yandex.ru

Ключевые слова: *пятикоординатное фрезерование, алгоритм геометрического моделирования, буфер глубины, усилия резания, система с запаздыванием.*

На этапе технологического проектирования производства в настоящее время широкое применение получили CAD/CAM-системы, позволяющие автоматизировать процессы проектирования и расчета конструкций, а также проектирование технологии обработки деталей на основе геометрических моделей сложных конструкций. Важной задачей для проектирования сложных деталей, не обладающих достаточной жесткостью, является исследование динамики технологической системы, так как процесс обработки неизбежно сопровождается вибрациями, что может приводить к потере точности обработки и ухудшению качества поверхности.

Моделирование динамики процессов фрезерования на многокоординатных станках дает существенные преимущества при разработке технологического процесса производства тонкостенных деталей (например, лопаток газотурбинных двигателей), поскольку позволяет выбирать рациональные режимы, исключая возбуждение нежелательных вибраций, а также исправлять погрешности формы деталей на этапе разработки управляющей программы станка. Для описания движения, геометрии срезаемого слоя, новых поверхностей обрабатываемой детали требуется разработка специальных численных алгоритмов, которые могут быть использованы и для расчета сил резания при моделировании динамики процесса обработки.

Общий подход к моделированию динамики фрезерования, предлагаемый авторами данной статьи, описан в работе [1]. Исходными данными для моделирования являются результаты работы CAD/CAM-системы, в которой проводился первичный расчет маршрута обра-

ботки — твердотельная модель заготовки, траектория движения инструмента и его геометрические характеристики. Имитационная модель включает в себя динамическую модель заготовки, динамическую модель фрезы, численный алгоритм геометрического моделирования и вспомогательные блоки (модель сил резания и модуль настройки конечно-элементной модели по результатам экспериментального модального анализа). По результатам расчета можно оценить уровень вибраций, отклонение формы и качество поверхности, а также величины сил резания при различных сочетаниях параметров технологического процесса.

Работа остальных модулей имитационной модели объединена алгоритмом геометрического моделирования, который позволяет рассчитывать распределение толщины срезаемого слоя вдоль режущих кромок, необходимое для расчета сил резания, а также сформированную новую поверхность заготовки с высокой степенью детализации. От точности работы алгоритма геометрического моделирования зависит точность расчета динамического поведения системы в целом, а уровень вычислительных затрат определяется временем моделирования. Кроме того, алгоритм должен быть достаточно универсальным, т. е. позволять проводить моделирование образования поверхностей деталей с произвольной пространственной формой при различных технологических процессах — фрезеровании, шлифовании, сверлении, точении, хонинговании и др.

Рассматриваемый алгоритм геометрического моделирования разработан для процессов лезвийной обработки, он удовлетворяет сформулированным выше требованиям. Предлагаемый алгоритм состоит из трех основных частей: методики описания и хранения поверхности заготовки, модуля изменения поверхности заготовки при срезании материала и модуля вычисления распределения толщины срезаемого слоя вдоль режущих кромок инструмента. Обзор публикаций, посвященных использованию различных алгоритмов геометрического моделирования в применении к технологии пятикоординатного фрезерования, и предлагаемая авторами методика описания и хранения поверхности заготовки представлены в работе [2]. В данной статье приведено описание алгоритма изменения поверхности и расчета толщины срезаемого слоя.

Методика определения толщины срезаемого слоя. Геометрическая модель фрезы [1] представляет собой последовательный набор прямых отрезков, с помощью которых аппроксимируют режущие кромки фрезы. На рис. 1 показаны примеры геометрических моделей для цилиндрической прямозубой фрезы, цилиндрической фрезы с винтовой режущей кромкой и концевой сферической фрезы с винтовой режущей кромкой. Все фрезы имеют две режущие кромки, кроме

того, для каждой фрезы показано 10 последовательных положений при вращении через равные промежутки времени. Для сферической фрезы приведены две модели: грубая и точная, состоящая из большего числа точек дискретизации. Помимо элементов режущих кромок на рис. 1 показаны направления, в которых требуется определять мгновенную толщину срезаемого слоя, проведенные из каждой точки дискретной модели режущей кромки. Способ построения данных направлений введен в [1].

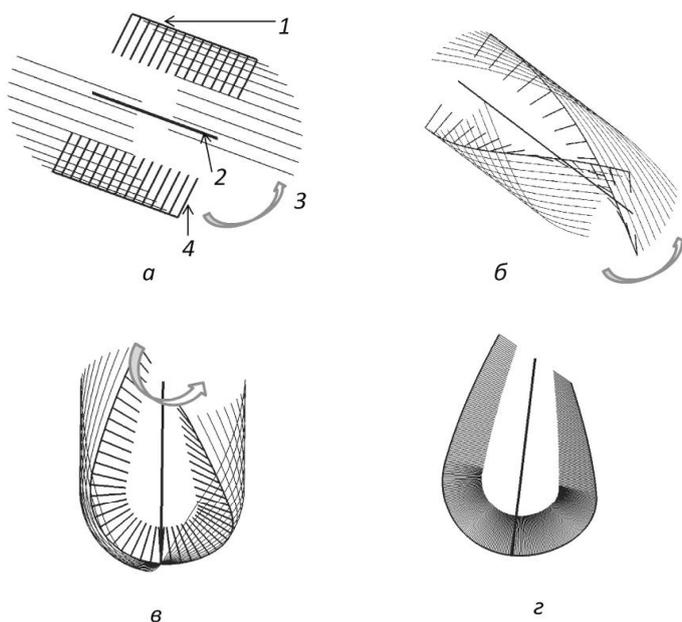


Рис. 1. Численные модели фрез с различной геометрией:

а — цилиндрическая прямозубая фреза; *б* — цилиндрическая винтовая фреза; *в, з* — сферическая концевая фреза (15 и 150 точек соответственно); 1 — текущее положение режущей кромки; 2 — ось фрезы; 3 — направление вращения; 4 — направление толщины срезаемого слоя

Задача определения толщины срезаемого слоя в точке дискретизации режущей кромки фактически сводится к задаче определения точки, в которой луч мгновенной толщины срезаемого слоя, проведенный из этой точки дискретизации, пересекается с поверхностью, аппроксимированной по методу 3МЗВЛ [2].

Пример определения толщины срезаемого слоя схематично показан на рис. 2, на котором введены следующие обозначения: *А* — точка дискретизации режущей кромки, для которой требуется определить толщину срезаемого слоя; *Н* — точка на луче направления толщины срезаемого слоя, ограничивает диапазон поиска точки пересечения; ее выбирают таким образом, чтобы длина отрезка *АН* заведомо превыша-

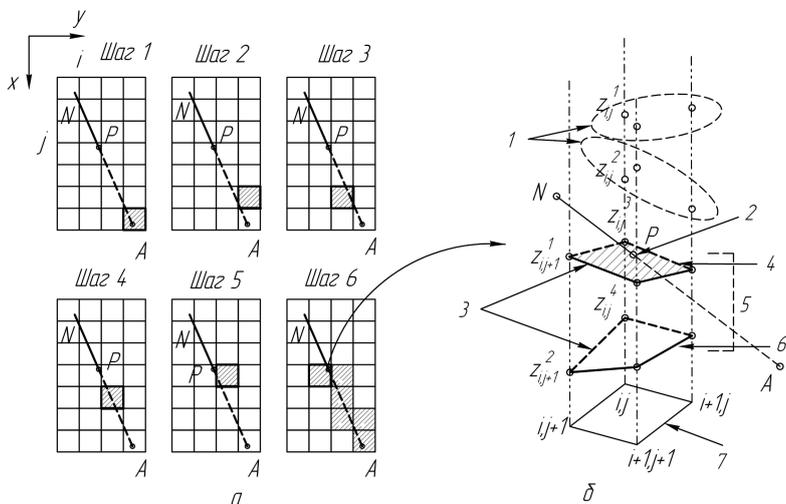


Рис. 2. Схема определения толщины срезаемого слоя:

a — последовательность перебора ячеек сетки проецирования; *b* — алгоритм поиска толщины срезаемого слоя; 1 — уровни, на которых невозможно формирование ячейки поверхности; 2 — пересечение с поверхностью; 3 — ячейки поверхности; 4 — начало тела детали; 5 — Z -элемент z_{ij}^1 ; 6 — конец тела детали; 7 — ячейка сетки проецирования

ла ожидаемую толщину срезаемого слоя, но при этом была меньше половины толщины наиболее тонкой стенки обрабатываемой детали в направлении проецирования; P — точка пересечения отрезка AN с моделью поверхности, построенной по методу 3MZBL.

Рассмотрим работу алгоритма (рис. 3) определения точки пересечения P на конкретном примере (см. рис. 2). На первом этапе определяем проекцию отрезка AN на плоскость проецирования (рис. 2, *a*): отрезок AN пересекает только часть ячеек сетки проецирования. Пересечение с моделью поверхности детали возможно только в одной из ячеек поверхности, соответствующих выбранным ячейкам сетки проецирования. Поиск нужной ячейки поверхности происходит последовательно, начиная от точки A . Для этого в качестве стартовой выбирается ячейка сетки проецирования, внутри которой оказалась проекция точки A .

Далее для выбранной ячейки сетки проецирования определяем все ячейки поверхности с помощью алгоритма [2] и из них выбираем ячейку, ближе всего расположенную к отрезку AN . Затем, зная положение ячеек поверхности, определяем, попала ли точка A в тело детали, т. е. происходит ли резание в данной точке режущей кромки. Если точка A находится в теле детали, то проверяем характерное расстояние между найденной ячейкой и отрезком AN . В случае если данное расстояние больше ранее заданного ограничения, которое не должно превышать половины толщины наиболее тонкой стенки детали, пересече-

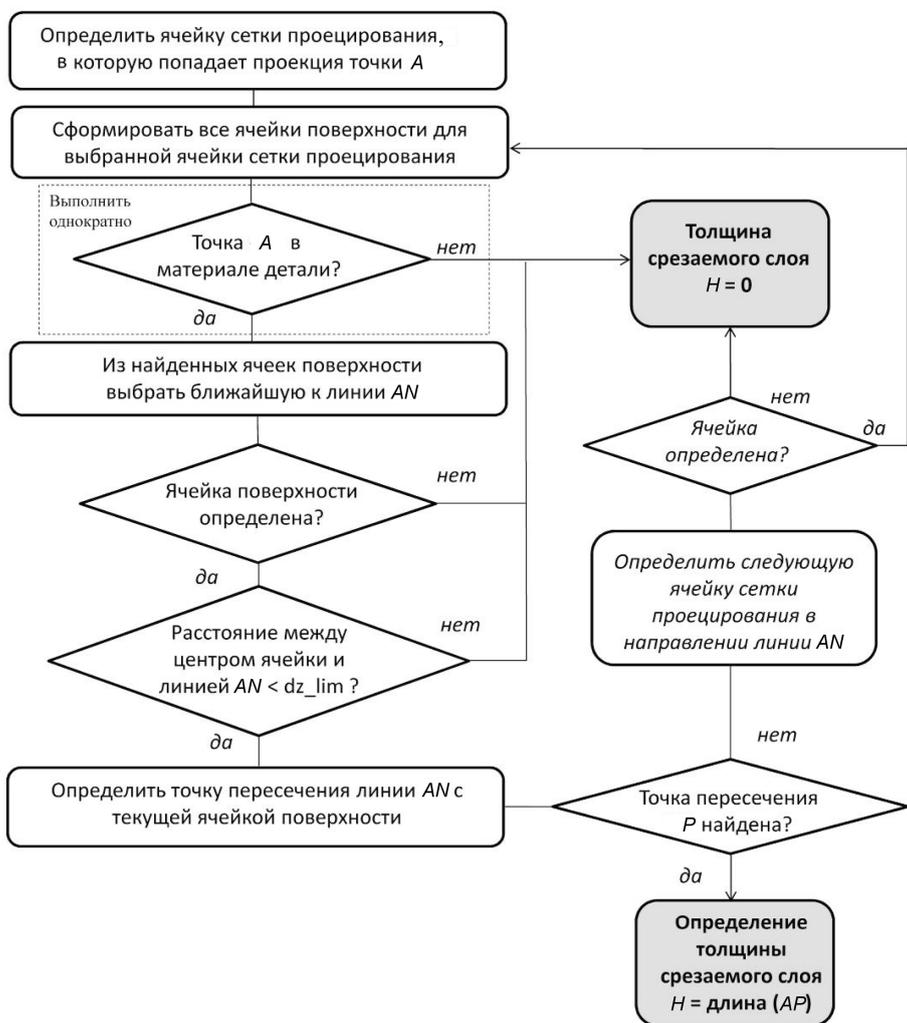


Рис. 3. Структурная схема алгоритма определения толщины срезаемого слоя на шаге по времени для одной точки режущей кромки и одного направления проецирования

ние не может быть определено и толщину срезаемого слоя приравняем нулю ввиду того, что поверхность детали не описана при выбранном направлении проецирования. В противном случае с помощью аналитических соотношений, которые будут выведены далее, устанавливаем, пересекает ли отрезок AN текущую ячейку поверхности и, если пересекает, находим координаты точки P .

После того как найдены координаты точки P , толщину срезаемого слоя приравняем длине отрезка AP и переходим к поиску толщины срезаемого слоя для других точек дискретизации режущей кромки по тому же алгоритму. В том случае если пересечение не найдено, но рядом с отрезком AN обнаружена ячейка поверхности,

необходимо для продолжения поиска перейти к следующей ячейке сетки проецирования и повторить описанные выше действия. Для выбора следующей ячейки определяем, какую границу сетки проецирования пересек отрезок AN по выходу из предыдущей ячейки при движении от точки A к точке N . Последовательность перебора ячеек показана на рис. 2, *а*.

Рассмотрим подробнее способ описания поверхности детали в рамках одной ячейки и алгоритм определения точки пересечения направления толщины срезаемого слоя с этой ячейкой. На рис. 4 показано пересечение отрезка толщины срезаемого слоя AN с ячейкой поверхности, имеющей индекс (i, j) и не являющейся в общем случае плоской. Данная ячейка поверхности выбрана из нескольких, соответствующих текущей ячейке сетки проецирования, при выполнении алгоритма поиска толщины срезаемого слоя (рис. 2, *б*). В центре ячейки сетки проецирования введем новую локальную нормированную систему координат (ξ, η) . Ось ξ направим вдоль оси X , а η — вдоль оси Y . Нормировку будем проводить таким образом, чтобы диапазон изменения координат ξ, η составлял $[-1; 1]$, максимальные по модулю значения достигаются на соответствующих гранях ячейки. Заметим, что грани ячейки сетки проецирования параллельны осям вновь введенной системы координат, поскольку сетка проецирования является ортогональной по построению.

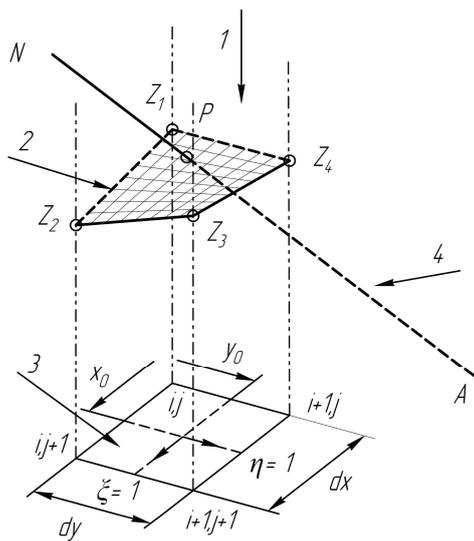


Рис. 4. Поиск координат точки пересечения отрезка AN с ячейкой поверхности:

1 — направление проецирования; 2 — ячейка поверхности; 3 — ячейка сетки проецирования; 4 — направление толщины срезаемого слоя

Основываясь на проведенных построениях, уравнение поверхности ячейки можно выразить через Z -координаты ее угловых точек с помощью билинейных функций формы

$$\begin{aligned}x &= \xi \frac{dx}{2} + x_0; \\y &= \eta \frac{dy}{2} + y_0; \\z &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 [z_i (1 - \xi_i \xi) (1 - \eta_i \eta)],\end{aligned}\tag{1}$$

где x, y, z — декартовы координаты (в СК проецирования) точки поверхности с локальными координатами (ξ, η) ; ξ_i, η_i — локальные координаты угловых точек ячейки поверхности; x_0, y_0 — координаты центра ячейки сетки проецирования, определяем по соотношению

$$\begin{aligned}x_0 &= \left(j + \frac{1}{2} \right) dx; \\y_0 &= \left(i + \frac{1}{2} \right) dy,\end{aligned}\tag{2}$$

в котором i, j — номер ячейки сетки проецирования вдоль осей y, x соответственно.

Уравнение отрезка AN , определяющего направление толщины срезаемого слоя, запишем в параметрической форме:

$$\begin{aligned}x &= x_A + l t; \quad l = x_N - x_A; \\y &= y_A + m t; \quad m = y_N - y_A; \\z &= z_A + n t; \quad n = z_N - z_A,\end{aligned}\tag{3}$$

где t — безразмерный параметр; l, m, n — компоненты направляющего вектора отрезка AN .

Для того чтобы определить точку пересечения отрезка AN и поверхности, приравняем покомпонентно выражения (1) и (3). Для удобства введем замену переменных:

$$\begin{aligned}K &= (z_1 + z_2 + z_3 + z_4)/4; \\L &= (z_3 + z_4 - z_1 - z_2)/4; \\M &= (z_2 + z_3 - z_1 - z_4)/4; \\N &= (z_1 + z_3 - z_2 - z_4)/4,\end{aligned}$$

и перепишем выражение для координаты z поверхности в виде

$$z = K + L \xi + M \eta + N \xi \eta.\tag{4}$$

Из равенств для координат x, y найдем выражения для локальных координат точки пересечения через параметр t :

$$\begin{aligned}\xi &= a + bt, \\ \eta &= c + dt,\end{aligned}\tag{5}$$

где $a = 2 \frac{x_A - x_0}{dx}$; $b = 2 \frac{l}{dx}$; $c = 2 \frac{y_A - y_0}{dy}$; $d = 2 \frac{m}{dy}$ — замена переменных.

Записывая равенство координаты z отрезка AN и поверхности и подставляя выражение (5), получаем квадратное уравнение относительно параметра t , определяющего положение точки пересечения на отрезке AN относительно точки A :

$$\begin{aligned}pt^2 + qt + r &= 0; \\ p &= Nbd; \\ q &= Lb - n + Md + N(ad + bc); \\ r &= K + La - z_A + Mc + Nac.\end{aligned}\tag{6}$$

При вычислении параметра t из выражения (6) интерес представляют только действительные решения. Если найдено одно или два значения t , то из положительных значений выбираем минимальное. Если положительных значений нет или $t > 1$, то пересечение находится за границами отрезка. В случае если решение для t не найдено, точка пересечения отсутствует.

После того как точка пересечения будет найдена, необходимо проверить, находится ли она в пределах рассматриваемой ячейки поверхности. Для этого в соответствии с выражением (5) находят локальные координаты точки пересечения и проверяют выполнение условия $-1 \leq \xi_p, \eta_p \leq 1$. Если условие выполнено, то толщину срезаемого слоя определяем как длину отрезка AP .

В результате работы алгоритма (см. рис. 3) удастся либо установить толщину срезаемого слоя, либо выяснить, что в рамках текущего направления проецирования толщина срезаемого слоя не может быть найдена ввиду отсутствия возможности сформировать требуемые ячейки поверхности в результате действия ограничений, описанных выше.

Таким образом, для устойчивого определения толщины срезаемого слоя необходимо использовать одновременно все направления проецирования (минимум три для трехмерных объектов). В этом случае, если не удалось выявить толщину срезаемого слоя ввиду отсутствия описания поверхности при текущем направлении проецирова-

ния, ее обязательно удастся вычислить, опираясь на модели поверхности, полученные с использованием двух других направлений проецирования, при условии достаточного перекрытия [2].

В качестве примера результатов работы алгоритма определения толщины срезаемого слоя рассмотрим фрезерование сферической концевой фрезой канавки в прямоугольном бруске (см. схему на рис. 4, с. 62).

Фреза имеет угол винтовой линии 25° , она вращается по ходу часовой стрелки (если смотреть с конца фрезы), ориентация оси фрезы по отношению к бруску показана в левой части рисунка. Подача инструмента направлена вдоль оси X системы координат детали. Для описания поверхности выбраны три направления проецирования. Участки поверхности, соответствующие каждому из направлений проецирования, также показаны на рис. 4 в работе [1].

На рис. 5 приведены графики изменения толщины срезаемого слоя в зависимости от номера шага по времени и от номера точки дискретизации режущей кромки. В данном примере модель фрезы содержала 150 точек дискретизации, нумерация начиналась от конца фрезы. Каждое из направлений проецирования дает возможность описать только часть полного распределения толщины срезаемого слоя вдоль режущей кромки, так как каждое из направлений проецирования дает аппроксимацию только части зоны резания. Поскольку графики толщины срезаемого слоя (см. рис. 5) имеют перекрытие по направлениям проецирования (как и участки поверхности детали), из полученных распределений можно построить суммарную зависимость толщины срезаемого слоя вдоль режущей кромки от времени. Фактически срез графика суммарной толщины срезаемого слоя плоскостью, перпендикулярной оси времени, представляет собой эпюру распределения толщины срезаемого слоя вдоль режущей кромки фрезы.

Рассматриваемый алгоритм позволяет определить толщины срезаемого слоя в каждой точке дискретизации режущей кромки фрезы на каждом шаге по времени с учетом сложной геометрии зоны резания. Эти данные используются для расчета усилий резания по соотношениям, приведенным в [1, 3—6].

Алгоритм формирования новой поверхности при срезании материала. Поскольку режущие кромки фрезы проходят через тело детали последовательно, то корректно определить толщины срезаемого слоя можно только в том случае, если учитывать изменение поверхности детали за счет срезания части материала. Тогда на каждом шаге интегрирования по времени уравнений движения модели [1] помимо вычисления толщины срезаемого слоя и усилий резания следует корректировать Z -буфер, описывающий обрабатываемую деталь в каждом из направлений проецирования.

Направления проецирования

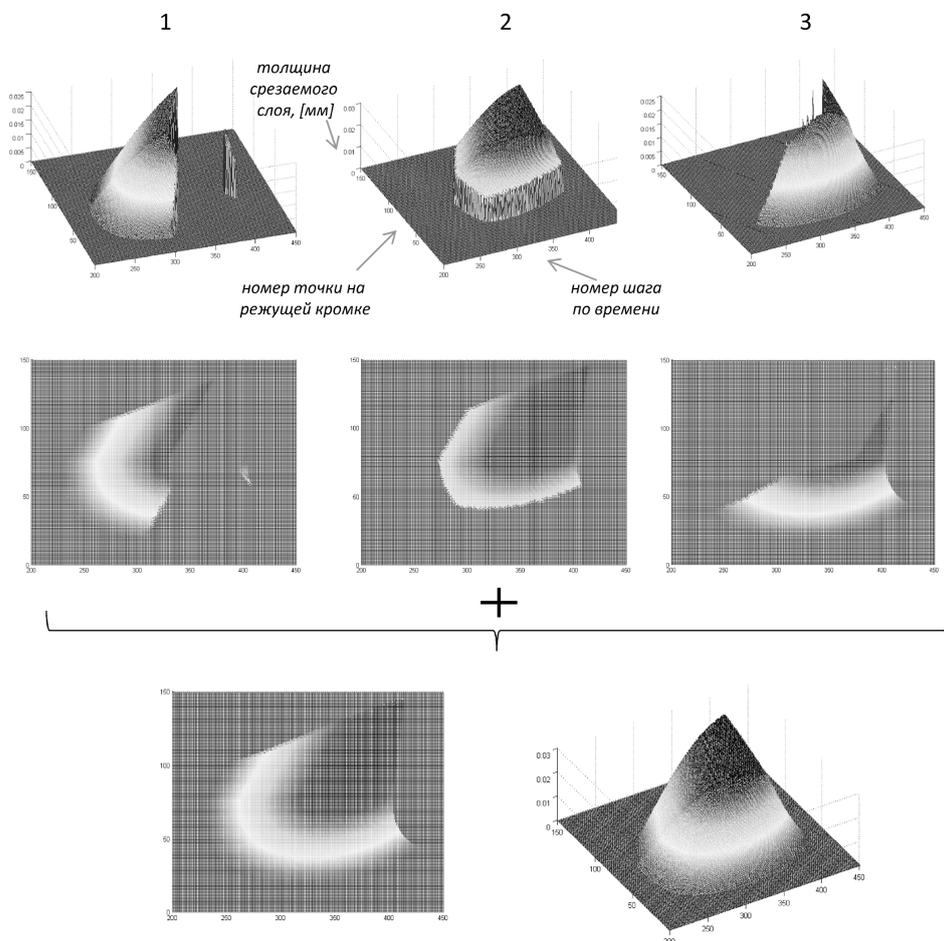


Рис. 5. Распределение толщины срезаемого слоя вдоль режущей кромки в зависимости от времени (один проход)

Основная идея алгоритма модификации Z -буфера заключается в том, что необходимо удалить весь материал детали, оказавшийся внутри объема, ометаемого режущей кромкой в процессе движения (удаляемый объем). При этом, как следует из описания алгоритма построения Z -буфера, изменения в каждый Z -массив, соответствующий конкретной точке сетки проецирования, могут быть внесены независимо, т. е. построения ячеек поверхности не требуется. Фактически происходит преобразование непосредственно объема детали, который характеризуется совокупностью Z -массивов, составляющих Z -буфер. Алгоритм модификации Z -буфера состоит из трех основных стадий.

На первой стадии необходимо сформировать удаляемый объем для выбранной режущей кромки, соответствующий текущему шагу по времени. Рассмотрим формирование удаляемого объема на примере цилиндрической прямозубой фрезы. На рис. 6 изображено несколько последовательных положений режущих кромок прямозубой фрезы (если смотреть вдоль оси), в сумме составляющих один оборот. Фреза имеет две режущие кромки; движение подачи не показано. Для каждого положения режущих кромок указано направление толщины срезаемого слоя, а ометаемый объем, удаление которого из Z-буфера детали необходимо произвести на данном шаге по времени, выделен штриховкой.

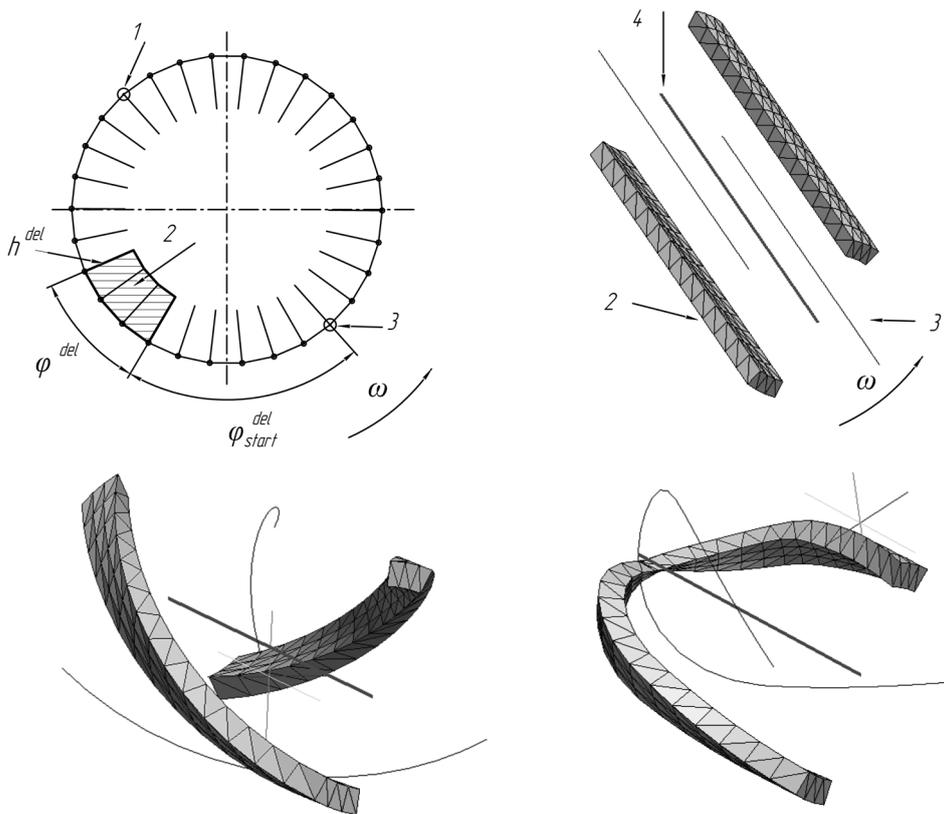


Рис. 6. Формирование удаляемого объема:

1 — режущая кромка № 2; 2 — удаляемый объем; 3 — режущая кромка № 1; 4 — ось фрезы

На рис. 6 видно, что с внешней стороны удаляемый объем ограничен участком траектории режущей кромки, по бокам — направлениями толщины срезаемого слоя, с внутренней стороны граница эквидистантна траектории режущей кромки и отстоит от нее на величину h^{del} , заведомо превышающую максимальные ожидаемые

значения толщины срезаемого слоя (например, на одну треть радиуса фрезы). Удаляемый объем должен отставать от текущего положения режущей кромки на некоторое число шагов по времени φ_{start}^{del} (запаздывание коррекции Z-буфера). В противном случае удаление части материала заготовки может повлиять на работу алгоритма определения толщины срезаемого слоя для данной режущей кромки на следующем шаге по времени. Величину запаздывания коррекции Z-буфера целесообразно выбирать таким образом, чтобы удаляемый объем по угловому положению находился посередине между двумя соседними режущими кромками. В этом случае изменение поверхности уже не повлияет на определение толщины срезаемого слоя текущей режущей кромки, и в то же время поверхность детали будет изменена заранее до прохода следующей режущей кромки, что позволит правильно установить для нее толщину срезаемого слоя. Удаляемый объем может объединять в себе несколько шагов по времени (например три, как показано на рис. 6). Тогда модификацию Z-буфера можно проводить на каждом третьем шаге по времени, что приводит к сокращению вычислительных затрат. Трехмерные иллюстрации удаляемого объема для фрез со сложной геометрией представлены на рис. 6. Поверхность удаляемого объема аппроксимируют плоскими треугольными поверхностными элементами.

На второй стадии алгоритма для удаляемого объема должен быть построен Z-буфер, на третьей стадии его следует вычесть из Z-буфера детали. В результате поверхность обрабатываемой детали претерпит изменения, соответствующие срезанию материала. Построение Z-буфера удаляемого объема выполняют на той же сетке проецирования, которая была использована для построения Z-буфера детали, что позволяет эффективно производить вычитание Z-буферов.

Пример построения Z-буфера удаляемого объема для винтовой цилиндрической фрезы с нескольких ракурсов показан на рис. 7, на котором видно, что при вычитании удаляемого объема длины Z-элементов детали изменяются и, следовательно, изменяется положение точек поверхности обрабатываемой детали. Пример с использованием трех направлений проецирования представлен на рис. 4 в [1] и на рис. 5: показано изменение поверхности бруска при фрезеровании в нем канавки концевой сферической фрезой. Более сложные случаи корректировки поверхности авторы данной работы рассчитывают представить в следующих публикациях.

Алгоритм геометрического моделирования, рассмотренный выше, позволяет моделировать поверхность обрабатываемой детали произвольной формы, ее изменение при обработке фрезой с произвольной геометрией режущей кромки, а также определять мгновенные значения толщины срезаемого слоя, которые затем используются

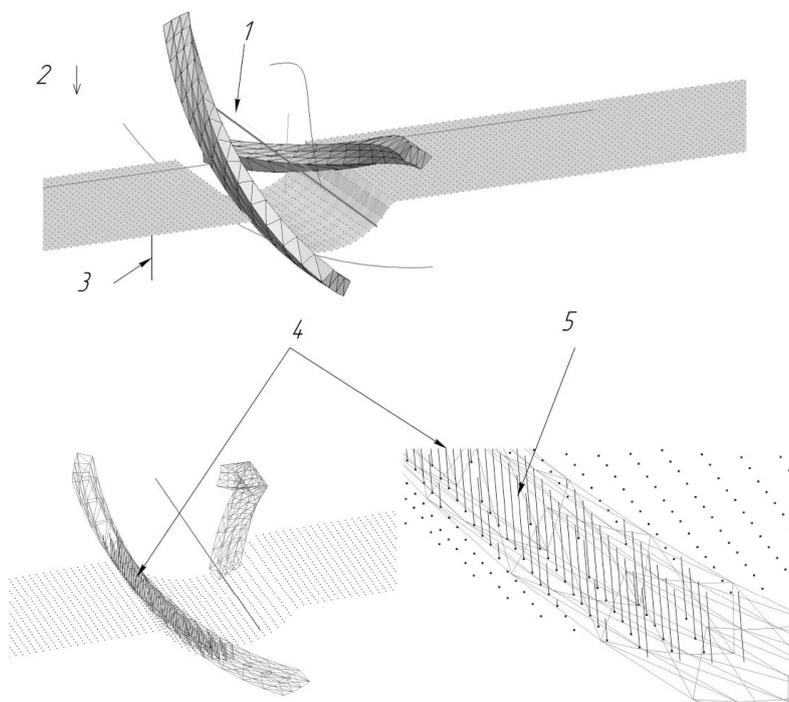


Рис. 7. Изменение поверхности детали при прохождении удаляемого объема:

1 — ось фрезы; 2 — направление проецирования; 3 — Z-элемент детали (остальные элементы не показаны); 4 — Z-элементы удаляемого объема; 5 — изменение положения точек поверхности детали при прохождении срезаемого объема

в расчете усилий резания. В таком виде алгоритм является неотъемлемой частью общей методики моделирования динамики процесса фрезерования [1]. Предложенный метод является достаточно экономичным, так как за счет регулярной сетки проецирования по каждому из направлений можно осуществлять одношаговую навигацию по массиву данных, описывающему поверхность детали. Поскольку сохраняется информация только об элементах поверхности детали, удастся избежать хранения избыточных данных. Недостатки традиционного алгоритма Z-буфера устранены за счет введения билинейной аппроксимации поверхности в рамках ячейки сетки проецирования и одновременного использования трех ортогональных направлений проецирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронов С.А., Киселев И.А., Аршинов С.В. Методика применения численного моделирования динамики многокоординатного фрезерования сложнопрофильных деталей при проектировании технологическо-

- го процесса // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. – 2012. – Спец. вып. № 6. – С. 50–69.
2. Киселев И.А. Геометрический алгоритм 3MZBL для моделирования процессов обработки резанием: Методика описания поверхности заготовки // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. – 2012. – Спец. вып. № 6. – С. 158–175.
 3. Altintas Y. Manufacturing automation. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000. – 286 p.
 4. Lee P., Altintas Y. Prediction of ball-end milling forces from orthogonal cutting data // Int. J. of Machine Tool Manufacture. – 1996. – Vol. 36 (9). – P. 1059–1072.
 5. Budak E., Altintas Y., Armarego E.J.A. Prediction of milling force coefficients from orthogonal cutting data // ASME J. of Manuf. Sci. and Eng. – 1996. – Vol. 118 (2). – P. 216–224.
 6. Calculation of the specific cutting coefficients and geometrical aspects in sculptured surface machining / A. Lamikiz, L. de Lacalle, N. Lopez, J.A. Sanchez, U. Bravo // Machining Science and Technology. – 2005. – Vol. 9, no. 3. – P. 411–436.

Статья поступила в редакцию 28.09.2012