

Устойчивость консольной эллиптической композитной цилиндрической оболочки при кручении

© Л.П. Железнов^{1,2}

¹ ФАУ «СибНИА имени С.А. Чаплыгина»,
г. Новосибирск, 630051, Российская Федерация

² ФГБОУ ВО СГУПС, г. Новосибирск, 630049, Российская Федерация

Приведено решение задачи устойчивости некруговых эллиптических цилиндрических оболочек, выполненных из композиционного материала, с учетом моментности и нелинейности их докритического напряженно-деформированного состояния. Геометрически нелинейная задача устойчивости решена методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича. Определение критических нагрузок проводилось в процессе решения нелинейной задачи с помощью критерия Сильвестра. При этом были использованы разработанные автором на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы композитных цилиндрических оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения, что существенно влияет на сходимость решения. Исследована устойчивость эллиптической, консольно-закрепленной цилиндрической оболочки, выполненной из полимерного композиционного материала, при кручении. Выяснено влияние способов укладки монослоев, нелинейности деформирования, параметра эллиптичности на критические нагрузки потери устойчивости оболочки и весовую эффективность композитных оболочек.

Ключевые слова: эллиптические цилиндрические композитные оболочки, полимерные композиционные материалы, нелинейное деформирование, устойчивость, метод конечных элементов, кручение, весовая эффективность

Введение. В конструкциях современных летательных аппаратов (ЛА) весьма часто используют фюзеляж, который имеет некруговое поперечное сечение. Особенно часто такая форма встречается при проектировании широкофюзеляжных самолетов большой вместимости. Однако некруговые оболочки, в отличие от круговых, недостаточно исследованы на устойчивость. Если число публикаций по круговым оболочкам исчисляется тысячами [1, 2], то по некруговым оболочкам оно составляет всего несколько десятков. Это можно объяснить, с одной стороны, меньшим использованием некруговых оболочек на практике, а с другой — трудностями решения задач, связанными с переменностью радиуса кривизны, что приводит к появлению переменных коэффициентов в уравнениях устойчивости. Известные решения задач устойчивости получены аналитическими методами и, как правило, в линейном приближении, без учета моментности и нелинейности докритического состояния оболочек, т. е. в классической постановке. Большое внимание исследованию прочности и устойчивости таких оболочек в нелинейной постановке уделено в работах [3–6], однако в основном были рассмотрены металлические оболочки.

Следует заметить, что в настоящее время в конструкциях ЛА широко применяются полимерные композиционные материалы (ПКМ), что существенно снижает вес конструкции при сохранении ее прочностных и жесткостных характеристик. Основополагающий вклад в разработку методов расчета композитных конструкций внесла школа В.В. Васильева [7, 8]. Имеется большое число работ по исследованию прочности таких конструкций, но тем не менее остаются нерешенными вопросы прочности и устойчивости их в условиях нелинейного исходного состояния. Последнее особенно важно для конструкций фюзеляжей самолетов, в которых потеря устойчивости обшивки недопустима. В большинстве опубликованных работ задачи устойчивости оболочек из композиционных материалов решаются в классической постановке при линейном исходном напряженно-деформированном состоянии [9, 10].

Цель работы — провести исследование прочности и устойчивости композитных некруговых цилиндрических оболочек эллиптического контура поперечного сечения в условиях нелинейного напряженно-деформированного состояния, оценить влияние эллиптичности, углов укладки монослоев в композитном пакете, а также нелинейности на потерю устойчивости оболочки и весовую эффективность применения композиционных материалов.

Приведенная в настоящей работе нелинейная задача прочности и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек из ПКМ при произвольном нагружении решена методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича [11] с использованием шагового метода по нагрузке и энергетического критерия устойчивости. Критические нагрузки определялись в процессе решения геометрически нелинейной задачи с помощью критерия Сильвестра. Кроме того, были использованы разработанные автором на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы композитных цилиндрических оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения. Приведены результаты исследования влияния способов укладки монослоев, нелинейности деформирования и параметров эллиптичности на устойчивость и весовую эффективность эллиптической композитной цилиндрической оболочки, нагруженной краевым крутящим моментом.

Представленные в статье результаты исследований были получены с помощью разработанного автором программного комплекса «Программа для расчета на прочность и устойчивость подкрепленных некруговых цилиндрических оболочек», зарегистрированного в Федеральной службе по интеллектуальной собственности (Роспатент) [12].

Основные соотношения для конечного элемента эллиптической цилиндрической оболочки из ПКМ, разработанные автором алгоритмы

решения задачи прочности и устойчивости цилиндрических оболочек в условиях нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния опубликованы в работах [13–16]. В данном случае обшивку оболочки будем рассматривать как ортотропную. Далее кратко изложены основные соотношения для конечного элемента некруговой цилиндрической оболочки с эллиптическим контуром поперечного сечения.

Конечный элемент эллиптической оболочки. Рассмотрим в общем случае некруговую цилиндрическую оболочку, находящуюся под действием неоднородной краевой нагрузки в виде продольной силы N , изгибающего M , крутящего M_k моментов, поперечной силы Q (рис. 1). Оболочка разбивается по линиям главных кривизн на семейство четырехугольных конечных элементов естественной кривизны.

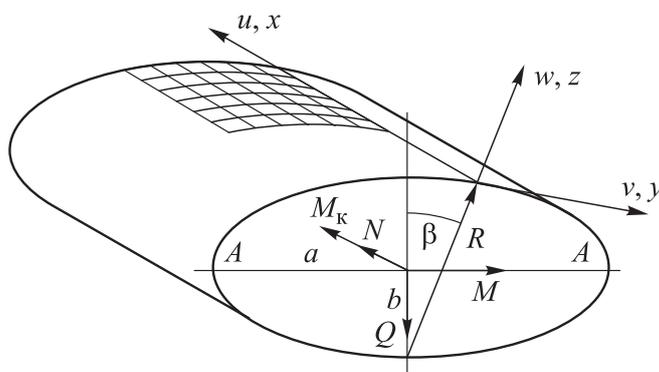


Рис. 1. Некруговая цилиндрическая оболочка

При перемещениях конечных элементов как твердых тел компоненты деформаций равны нулю. Приравнявая нулю линейные компоненты деформаций $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, изменений кривизн χ_1, χ_2, χ_3 и кручения k_2 [14], получаем систему дифференциальных уравнений:

$$\varepsilon_1 = u_x = 0, \quad \varepsilon_2 = k_2(v_\beta + w) = 0, \quad \varepsilon_3 = v_x + k_2 u_\beta = 0,$$

$$\chi_1 = w_{xx} = 0, \quad \chi_2 = k_2[k_2(v - w_\beta)]_\beta = 0, \quad \chi_3 = [k_2(v - w_\beta)]_x = 0. \quad (1)$$

Здесь u, v, w — тангенциальные перемещения и прогиб; $R, k_2 = R^{-1}$ — радиус и кривизна поперечного сечения; β — угол нормали с осью b поперечного сечения; x — продольная координата (см. рис. 1); x, β в индексах означают дифференцирование по x, β .

Решение системы дифференциальных уравнений (1) согласно [14] имеет вид

$$\begin{aligned}
u &= C_1\Psi_1 + C_2\Psi_2 + C_6, \\
v &= C_3c + C_4s - C_5(\Psi_1c + \Psi_2s) + (C_2c - C_1s)x, \\
w &= C_3s - C_4c - C_5(\Psi_1s - \Psi_2c) + (C_2s + C_1c)x,
\end{aligned} \tag{2}$$

где C_1 – C_6 — произвольные постоянные,

$$c = \cos \beta, \quad s = \sin \beta, \quad \Psi_1 = \int Rsd\beta, \quad \Psi_2 = -\int Rcd\beta. \tag{3}$$

Функции (2) удовлетворяют уравнениям (1) и, следовательно, в линейном приближении являются перемещениями элементов как твердых тел.

Как частный случай некруговой цилиндрической оболочки эллиптического поперечного сечения, $\frac{z^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$, получаем

$$R = \frac{a^2b^2}{d^3}, \quad d^2 = a^2s^2 + b^2c^2, \quad \Psi_1 = -\frac{b^2c}{d}, \quad \Psi_2 = -\frac{a^2s}{d}. \tag{4}$$

Разобьем оболочку линиями главных кривизн по образующей на m , а по направляющей на n частей. Таким образом, оболочку представим набором $m \times n$ криволинейных прямоугольных конечных элементов естественной кривизны.

Для композитной оболочки применяем гипотезу Тимошенко прямой линии. Используя [16], запишем выражения для углов поворотов сечений оболочки:

$$\vartheta_x = \vartheta_1 + \Psi_x, \quad \vartheta_y = \vartheta_2 + \Psi_y, \quad \vartheta_1 = -w_x, \quad \vartheta_2 = k_2(v - w_\beta), \quad k_2 = 1/R. \tag{5}$$

Здесь R — радиус кривизны оболочки, величина переменная, индексы x, β означают дифференцирование.

Из (5) получаем углы сдвига сечений:

$$\Psi_x = \vartheta_x - \vartheta_1, \quad \Psi_y = \vartheta_y - \vartheta_2. \tag{6}$$

Используя билинейную аппроксимацию для тангенциальных перемещений u, v и углов сдвига Ψ_x, Ψ_y , бикубическую аппроксимацию для прогиба и выражения для перемещений элемента оболочки как жесткого целого [14], запишем выражения для полных перемещений точек конечного элемента:

$$\begin{aligned}
u &= a_1xy + a_2x + a_3y + a_4 + a_6\Psi_1s + a_{20}\Psi_2c, \\
v &= a_5xy + a_6xc + a_7y + a_8(\Psi_1c + \Psi_2s) - a_{20}xs + a_{23}c - a_{24}s, \\
w &= a_9x^3y^3 + a_{10}x^3y^2 + a_{11}x^3y + a_{12}x^3 + a_{13}x^2y^3 + a_{14}x^2y^2 + a_{15}x^2y +
\end{aligned}$$

$$+ a_{16}x^2 + a_{17}xy^3 + a_{18}xy^2 + a_{19}xy + a_{20}xc + a_{21}y^3 + a_{22}y^2 + a_{23}s +$$

$$+ a_{24}c + a_6xs + a_8(\Psi_1s - \Psi_2c),$$

$$\Psi_x = a_{25}xy + a_{26}x + a_{27}y + a_{28}, \quad \Psi_y = a_{29}xy + a_{30}x + a_{31}y + a_{32}. \quad (7)$$

Неизвестные коэффициенты полиномов a_i выражаются через узловые неизвестные: $\bar{\mathbf{u}} = \{u_i, v_i, w_i, \vartheta_{1i}, \vartheta_{2i}, w_{xyi}, \Psi_{xi}, \Psi_{yi}, u_j, \dots, u_k, \dots, u_n, \dots, w_{xyn}, \Psi_{xn}, \Psi_{yn}\}^T$. В каждом узле имеется восемь неизвестных, таким образом, конечный элемент имеет 32 степени свободы.

Результаты исследований. Рассмотрим консольно-закрепленную ($u = v = w = w_x = w_\varphi = w_{x\varphi} = 0$) некруговую цилиндрическую оболочку эллиптического поперечного сечения, выполненную из ПКМ, которая находится под действием краевой нагрузки в виде краевого крутящего момента M_k , приложенного к свободному краю оболочки (см. рис. 1). Нагруженный край оболочки подкреплён жестким в своей плоскости шпангоутом ($EF = 1,96e + 006$ кг, $EI = 1,475e + 009$ кг·мм²). Действие крутящего момента M_k заменим действием однородных по окружности оболочки касательных усилий $T_3 = M_k/2\omega$, где ω — площадь в свету поперечного сечения оболочки.

Оболочка имеет длину $L = 2000$ мм, толщину $h = 3,456$ мм, радиус окружности с периметром поперечного сечения некруговой оболочки (эквипериметрический радиус) $R_0 = P/2\pi = 2000$ мм. Она выполнена из 18-тислоного композиционного материала ПКМ на основе волокна Тогауса Т700, имеющего следующие механические характеристики [16]:

$$E_1^+ = 125\,510 \text{ МПа}, \quad E_2^+ = 8780 \text{ МПа}, \quad E_1^- = 114\,380 \text{ МПа}, \quad E_2^- = 8670 \text{ МПа},$$

$$G_{12} = 4740 \text{ МПа}, \quad \mu_{12} = 0,34, \quad \delta = 0,192 \text{ мм}.$$

Здесь $E_1^+, E_1^-, E_2^+, E_2^-, G_{12}$ — модули упругости в продольном и поперечном направлениях монослоя на растяжение и сжатие и модуль сдвига соответственно; μ_{12} — коэффициент Пуассона монослоя; δ — толщина монослоя.

Приведенные жесткостные характеристики материала оболочки представлены в работе [17].

Оболочка разбивалась конечно-элементной сеткой $m \times n = 15 \times 180$, что обеспечивало сходимость решения по числу конечных элементов с погрешностью, не превышающей 5 %, где m — число конечных элементов по длине оболочки, n — число конечных элементов по окружности.

Приняты следующие обозначения: $k_p = M_k^*/M_{k0}$, где M_k^* — критические значения крутящего момента; $M_{k0} = 2\pi CR_0^2 S_b$ — верхние критические значения крутящего момента для круговой цилиндрической изотропной оболочки [2] ($C = 0,953$,

$$S_b = 0,74 \frac{Eh}{(1-\nu^2)^{5/8}} \left(\frac{h}{R_0} \right)^{5/4} \left(\frac{R_0}{L} \right)^{1/2}.$$

Рассмотрено несколько вариантов укладки монослоев по толщине оболочки (табл. 1). Кроме того, для сравнения приведен вариант оболочки из алюминиевого сплава Д16Т.

Таблица 1

Варианты укладки монослоев обшивки

Вариант	Углы укладки монослоев, град
1	0,0,±45,90,0,±45,90,90,±45,0,90,±45,0,0
2	±45,±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45
3	±45,±45,±45,0,90,0,0,90,0,-45,45,-45,45, -45,45
4	0,90,0,90,0,90,0,90,0,90,0,90,0,90,0,90,0,90
5	0,0,0,90,0, ±45, ±45, ±45, ±45,0,90,0,0,0
6	Металл Д16Т

На приведенных далее рис. 2–7 сплошными линиями показаны результаты линейного, а пунктирными — нелинейного решения. Так, зависимость k_p от параметра эллиптичности поперечного сечения $\bar{a} = a/b$ для различных вариантов укладки монослоев в оболочке (см. табл. 1), в том числе и для металлической оболочки (вариант 6) показана на рис. 2. Результаты исследования оболочек с эллиптическим контуром поперечного сечения представлены на рис. 2, а, а оболочек с овальным профилем сечения, составленного из двух пар окружностей [18], — на рис. 2, б. Эквипериметрический радиус R_0 для оболочек был одинаковым.

Анализ данных на рис. 2 показывает, что критические значения параметра нагрузки существенно зависят как от параметра эллиптичности, так и от укладки монослоев. Значения параметра k_p для оболочек эллиптического и овального поперечных сечений практически совпадают. Наибольшие значения параметра k_p наблюдаются для круговых оболочек независимо от способа укладки монослоев, причем характер поведения кривых меняется в зависимости от параметра эллиптичности \bar{a} . С ростом эллиптичности оболочек ускоряется снижение параметра k_p , особенно для металлической оболочки. Наиболее эффективная укладка у варианта 3, наименее — у вариантов 4 и 5.

Учет нелинейности, как правило, приводит к уменьшению значения параметра критической нагрузки. Значения критического крутящего момента для металлической оболочки выше, чем для композитной.

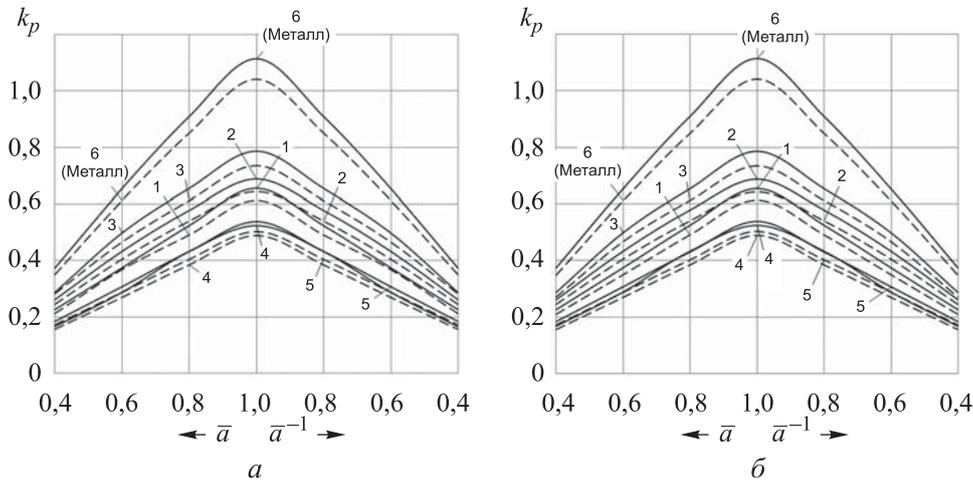


Рис. 2. Кривые зависимости параметра k_p от параметра эллиптичности \bar{a} для эллиптической (а) и овальной (б) оболочки

Для сравнения в табл. 2 приведены результаты расчетов эллиптических и овальных оболочек при линейном исходном состоянии ($\Delta(\%) = (k_p^{\text{эл}} - k_p^0) / k_p^{\text{эл}} \cdot 100\%$) в зависимости от параметра эллиптичности оболочки для разных вариантов укладки монослоев в обшивке, где $k_p^{\text{эл}}$ — значения параметра критического момента для эллиптической оболочки, k_p^0 — для овальной.

Из анализа данных табл. 2 следует, что различие в значениях критического момента для этих оболочек незначительно зависит от способа укладки монослоев.

Таблица 2

Результаты расчетов критических нагрузок эллиптической и овальной оболочек

Вариант укладки	Значение критических нагрузок оболочек, %, при \bar{a} , равном						
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25	1,67	2,5
1	-0,2	-0,1	-0,1	0,0	-0,1	-0,1	-0,2
2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
3	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
4	-0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	-0,1
5	-0,2	0,0	0,5	0,0	0,5	0,0	-0,2
6 (Металл)	-0,1	0,0	-0,1	0,0	-0,1	0,0	-0,1

Результаты исследования влияния нелинейности исходного состояния ($\Delta(\%) = (k_{pn} - k_{pl}) / k_{pl} \cdot 100\%$) на значения параметра k_p в зависимости от параметра эллиптичности оболочки для разных вариантов укладки монослоев в обшивке, где l и n в индексах при k_p относятся к линейному и нелинейному решениям, приведены в табл. 3.

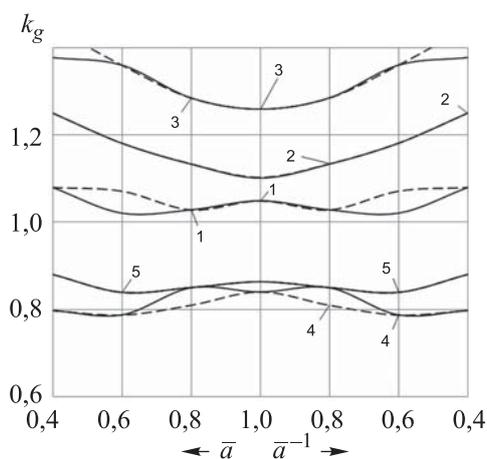
Таблица 3

Влияние нелинейности на значение параметра k_p

Вариант укладки	Значение параметра k_p , %, при \bar{a} , равном						
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25	1,67	2,5
1	-6,9	-1,8	-6,8	-6,9	-6,8	-1,8	-6,9
2	-6,9	-6,8	-6,8	-6,8	-6,8	-6,8	-6,9
3	-1,8	-6,8	-6,8	-6,8	-6,8	-6,8	-1,8
4	-6,9	-6,8	-12,2	-6,9	-12,2	-6,8	-6,9
5	-6,9	-6,8	-6,8	-6,9	-6,8	-6,8	-6,9
6 (Металл)	-6,9	-6,8	-6,9	-6,9	-6,9	-6,8	-6,9

Анализ приведенных в табл. 3 данных показал, что нелинейность снижает критические значения параметра нагрузки k_p для всех вариантов рассмотренных оболочек. Влияние нелинейности незначительно, в пределах 7 %, не зависит и от параметра эллиптичности оболочки, и от способа укладки монослоев.

Зависимость параметра весовой эффективности композитных оболочек k_g (рассчитывается по формуле $k_g = k_p / k_{p1} (G / G_1)$, где k_p и k_{p1} — параметры критического крутящего момента композитной и металлической оболочек, G и G_1 — их массы соответственно) от параметра эллиптичности поперечного сечения \bar{a} для разных вариантов укладки монослоев в оболочке показана на рис. 3.

Рис. 3. Зависимости k_g от параметра эллиптичности \bar{a}

Графики, приведенные на рис. 3, свидетельствуют о том, что весовая эффективность существенно зависит от вариантов укладки монослоев в пакете оболочки и практически не зависит от параметра эллиптичности \bar{a} . По сравнению металлической оболочкой весовая эффективность композитных оболочек достигает 130...140 % (вариант 3). С увеличением эллиптичности оболочек весовая эффективность композитных оболочек повышается, а нелинейность практически не влияет на этот параметр. Для вариантов укладки 4, 5 (с укладкой волокон 0, 90°) весовая эффективность композитных оболочек ниже, чем у металлических.

Критические значения параметра k_p в зависимости от параметра эллиптичности оболочки для разных вариантов укладки монослоев при нелинейном исходном напряженно-деформированном состоянии приведены в табл. 4. Жирным шрифтом выделены варианты расчета оболочек с наиболее эффективной укладкой монослоев.

Таблица 4

Критические значения параметра k_p

Вариант укладки	Значение k_p при \bar{a} , равном						
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25	1,67	2,5
1	0,211	0,367	0,490	0,612	0,490	0,367	0,211
2	0,245	0,405	0,540	0,643	0,540	0,405	0,245
3	0,283	0,466	0,612	0,735	0,612	0,466	0,283
4	0,156	0,270	0,386	0,490	0,386	0,270	0,156
5	0,172	0,288	0,405	0,504	0,405	0,288	0,172

Как показывает анализ данных табл. 4, наиболее эффективной становится укладка по варианту 3 ($[\pm 45, \pm 45, \pm 45, 0, 90, 0, 0, 90, 0, -45, 45, -45, 45, -45, 45^\circ]$) независимо от параметра эллиптичности оболочки.

Далее приведены результаты исследования влияния углов укладки φ монослоев для этого варианта укладки, причем угол 45° (см. табл. 1) заменен параметром φ ($[\pm\varphi, \pm\varphi, \pm\varphi, 0, 90, 0, 0, 90, 0, -\varphi, \varphi, -\varphi, \varphi, -\varphi, \varphi]$).

Зависимость k_p от параметра эллиптичности \bar{a} для разных углов укладки φ (град) монослоев в оболочке показана на рис. 4, а зависимость k_p от углов укладки монослоев φ для разных значений параметра \bar{a} оболочки — на рис. 5.

Из анализа кривых на рис. 4 и 5 следует, что в этом случае наиболее эффективной является укладка с углами $\varphi = 60^\circ$, а максимум параметра k_p достигается для круговой оболочки ($\bar{a} = 1,0$) независимо от угла φ . Нелинейность наиболее существенно снижает параметр k_p для значений параметра $0,8 < \bar{a} < 1,25$ и больших углов ($\varphi > 40^\circ$).

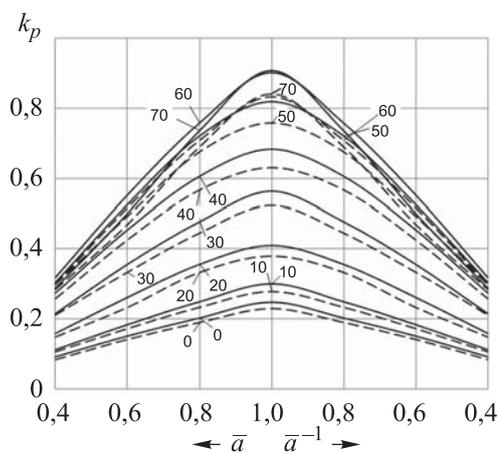


Рис. 4. Зависимости параметра k_p от параметра эллиптичности \bar{a}

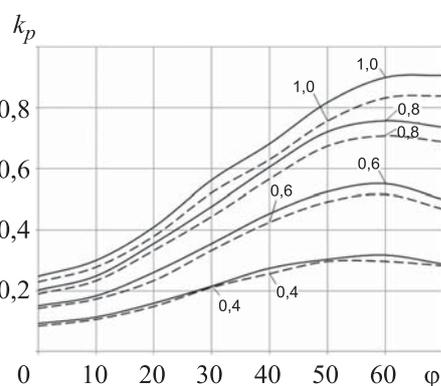


Рис. 5. Зависимости параметра k_p от угла укладки φ [град]

Зависимость k_g от параметра \bar{a} для разных углов укладки монослоев в оболочке φ представлена на рис. 6.

Зависимость k_g от углов укладки монослоев φ для разных значений параметра \bar{a} приведена на рис. 7.

Анализ кривых на рис. 6 и 7 показывает, весовая эффективность композитных оболочек существенно зависит от угла φ укладки монослоя и практически не зависит от параметра эллиптичности оболочки \bar{a} в случае как линейного, так и нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния. Для углов укладки $\varphi < 30^\circ$ весовая эффективность композитных оболочек ниже, чем у металлической. Учет нелинейности, как правило, незначительно повышает весовую

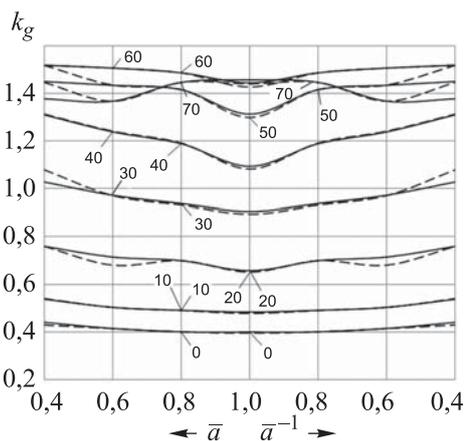


Рис. 6. Зависимость параметра k_g от параметра эллиптичности \bar{a} для углов φ , град

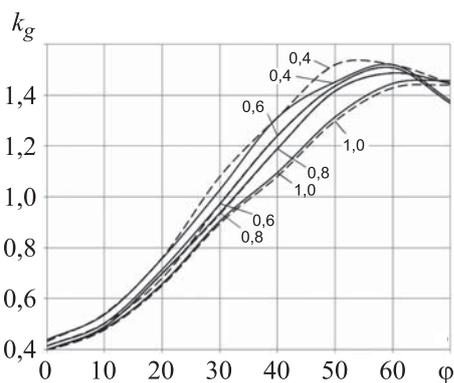


Рис. 7. Зависимости параметра k_g от угла укладки φ , град

эффективность композитных оболочек, это существенно при большой эллиптичности оболочки и в диапазоне изменения угла φ от 50° до 60° .

Формы потери устойчивости для оболочки с разными значениями параметра \bar{a} приведены на рис. 8. Форма потери устойчивости эллиптических оболочек зависит от параметра эллиптичности \bar{a} . Такие оболочки теряют устойчивость в области их малой кривизны под действием касательных усилий T_3 . Для круговых оболочек область потери устойчивости распространяется на всю поверхность.

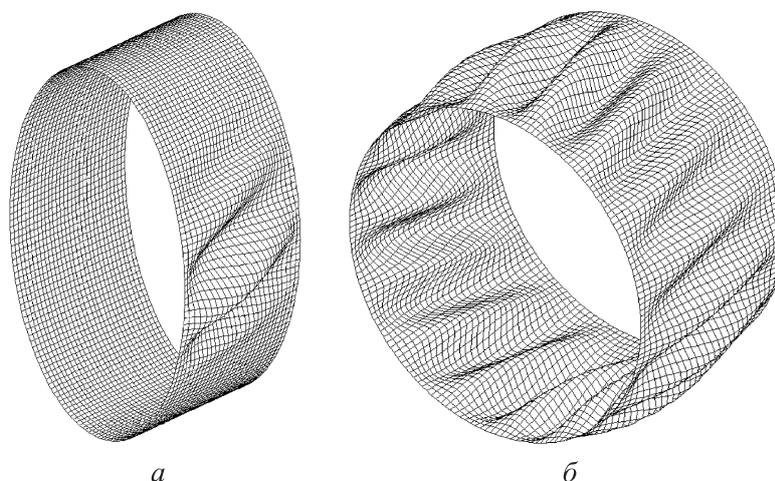


Рис. 8. Формы потери устойчивости:
 $a - \bar{a} = 0,6$; $b - \bar{a} = 1,0$

Заключение. На основе проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

Расчеты показали, что значения критического крутящего момента для эллиптических и овальных оболочек равного эквипериметрического радиуса R_0 различаются незначительно, не более чем на 0,5 %. Критические значения параметра критического момента k_p в основном зависят от укладки монослоев в пакете и незначительно зависят от параметра эллиптичности оболочки. Наибольшие значения параметра k_p достигаются для круговых цилиндрических оболочек независимо от укладки слоев. Нелинейность, как правило, снижает значения параметра k_p . Влияние нелинейности незначительно, до 6 %, независимо от параметра эллиптичности оболочки.

Углы укладки монослоев существенно влияют на параметр критической нагрузки. Оптимальной укладкой считается укладка с углами φ в диапазоне $50 \dots 60^\circ$. Значения параметра весовой эффективности композитных оболочек k_g зависят как от укладки монослоев в пакете, так и от параметра эллиптичности оболочки. Наиболее эффективной в этом

случае является укладка с углами $\varphi = 50\dots 60^\circ$. Весовая эффективность эллиптических оболочек выше, чем у круговых.

Учет нелинейности незначительно повышает весовую эффективность композитных оболочек, наиболее существенно для оболочки большой эллиптичности и в диапазоне изменения углов $\varphi = 50\dots 70^\circ$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кабанов В.В. *Устойчивость оболочек*. Москва, Наука, 1978, 360 с.
- [2] Кабанов В.В. *Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек*. Москва, Машиностроение, 1982, 256 с.
- [3] Hutchinson J.W. Postbuckling behavior of oval cylindrical shells under axial compression [Хатчинсон Дж. Потеря устойчивости цилиндрической оболочки овального поперечного сечения под действием осевой сжимающей нагрузки и ее поведение в начальный период после потери устойчивости]. *Transaction of the ASME. Journal of Applied Mechanics: Ser. E*, 1968, vol. 35, no. 1, pp. 73–78 (пер. с англ.).
- [4] Tennyson R.C., Booton M., Caswell R.D. Buckling of imperfect elliptical shells under axial compression. *AIAA Journal*, 1971, vol. 9, no 2, pp. 250–255.
- [5] Дмитриев В.Г., Бирюков В.И., Егорова О.В., Жаворонок С.И., Рабинский Л.Н. Нелинейное деформирование многослойных композитных оболочек вращения при больших перемещениях и углах поворота нормали. *Известия вузов. Авиационная техника*, 2017, № 2, с. 8–15.
- [6] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении. *СО РАН, ПМТФ*, 2008, т. 49, № 1, с. 134–138.
- [7] Васильев В.В. *Механика конструкций из композитных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988, 272 с.
- [8] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures*. Amsterdam, Elsevier, 2018, 900 p.
- [9] Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. *Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1984, 446 с.
- [10] Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. *Статика и динамика оболочечных конструкций*. Москва, Машиностроение, 1975, 376 с.
- [11] Канторович Л.В., Акилов Г.П. *Функциональный анализ в нормированных пространствах*. Москва, Физматгиз, 1959, 684 с.
- [12] Железнов Л.П. *Программа для расчета на прочность и устойчивость подкрепленных некруговых цилиндрических оболочек*. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2013615613 РФ. Зарегистрировано в реестре Роспатента 17.06.2013.
- [13] Кабанов В.В., Железнов Л.П. К расчету цилиндрической оболочки методом конечных элементов. *Прикладная механика*, 1985, т. 21, № 9, с. 35–38.
- [14] Железнов Л.П., Кабанов В.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии и внутреннем давлении. *СО РАН, ПМТФ*, 2002, т. 43, № 4, с. 155–160.
- [15] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно-подкрепленных эллиптических цилиндрических композитных оболочек при кручении и внутреннем давлении. *Известия вузов. Авиационная техника*, 2018, № 2, с. 27–34.

- [16] Железнов Л.П., Серьезнов А.Н. Нелинейное деформирование и устойчивость композитного отсека фюзеляжа самолета при чистом изгибе. *Известия вузов. Авиационная техника*, 2021, № 3, с. 22–30.
- [17] Железнов Л.П. Нелинейное деформирование и устойчивость анизотропных круговых цилиндрических оболочек при чистом изгибе. *Общероссийский научно-технический журнал «Полет»*, 2023, № 1–2, с. 3–15.
- [18] Железнов Л.П. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговой композитной цилиндрической оболочки при нагружении краевой поперечной силой. *Ученые записки ЦАГИ*, 2025, т. 56, № 1, с. 77–85.

Статья поступила в редакцию 06.10.2025

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Железнов Л.П. Устойчивость консольной эллиптической композитной цилиндрической оболочки при кручении. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2026, вып. 2. EDN CGUPRB

Железнов Лев Петрович — д-р техн. наук, заместитель начальника отделения усталостной и статической прочности конструкций по науке, Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С.А. Чаплыгина (ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»), профессор кафедры ИТТ ФГБОУ ВО СГУПС; автор более 130 научных работ в области «Прочность летательных аппаратов».
e-mail: zgeleznov@sibnia.ru

Stability of a Cantilever Elliptical Composite Cylindrical Shell under Torsion

© L.P. Zheleznov^{1,2}

¹FAU “SibNIA named after S.A. Chaplygin”, Novosibirsk, 630051, Russian Federation
²FGBOU VO SGUPS, Novosibirsk, 630049, Russian Federation

The stability problem of non-circular elliptical cylindrical shells made of composite material has been solved, taking into account the moment and nonlinearity of their pre-critical stress-strain state. The geometrically nonlinear stability problem was solved using finite element methods and Newton–Cantorovich linearization. Critical loads are determined in the process of solving the nonlinear problem using the Sylvester criterion. Finite elements of naturally curved composite cylindrical shells, developed by the author based on the Timoshenko hypothesis are used, in the approximation of whose displacements their rigid displacements are explicitly highlighted, which significantly affects the convergence of the solution. The stability of an elliptical, cantilever-fixed cylindrical shell made of polymer composite material under torsion has been investigated. The influence of monolayer laying methods, nonlinear deformation, and ellipticity parameters on the critical loads of shell stability loss and the weight efficiency of composite shells was determined.

Keywords: elliptical cylindrical composite shells, polymer composite materials, nonlinear deformation, stability, finite element method, torsion, weight efficiency

REFERENCES

- [1] Kabanov V.V. *Ustoychivost obolochek* [Stability of Shells]. Moscow, Nauka Publ., 1978, 360 p.
- [2] Kabanov V.V. *Ustoychivost neodnorodnykh tsilindricheskikh obolochek* [Stability of nonhomogeneous cylindrical shells]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982, 256 p.
- [3] Hutchinson J.W. Postbuckling behavior of oval cylindrical shells under axial compression. *Transactions of the ASME. Journal of Applied Mechanics: Ser. E*, 1968, vol. 35, no. 1, pp. 73–78.
- [4] Tennyson R.C., Booton M., Caswell R.D. Buckling of imperfect elliptical shells under axial compression. *AIAA Journal*, 1971, vol. 9, no. 2, pp. 250–255.
- [5] Dmitriev V.G., Biryukov V.I., Egorova O.V., Zhavoronok S.I., Rabinskiy L.N. Nelineynoe deformirovanie mnogosloynnykh kompozitnykh obolochek vrascheniya pri bol'shikh peremescheniyakh i uglakh povorota normali [Nonlinear deformation of multilayer rotating composite shells under large displacements and normal rotation angles]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatcionnaya Tekhnika — Russian Aeronautics*, 2017, no. 2, pp. 8–15.
- [6] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nelineynoye deformirovanie i ustoychivost' oval'nykh tsilindricheskikh obolochek pri kombinirovannom nagruzhenii [Nonlinear deformation and stability of oval cylindrical shells under combined loading]. *SO RAN. PMTF — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2008, vol. 49, no. 1, pp. 134–138.
- [7] Vasiliev V.V. *Mekhanika konstruktivnykh iz kompozitnykh materialov* [Mechanics of structures made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988, 272 p.

- [8] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures*. Amsterdam, Elsevier, 2018, 900 p.
- [9] Alfutov N.A., Zinoviyev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloynnykh plastin i obolochek iz kompozitnykh materialov* [Calculation of multilayer plates and shells made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984, 446 p.
- [10] Karmishin A.V., Lyaskovets V.A., Myachenkov V.I., Frolov A.N. *Statika i dinamika obolocheknykh konstruksiy* [Statics and dynamics of shell structures]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975, 376 p.
- [11] Kantorovich L.V., Akilov G.P. *Funktsionalnyy analiz v normirovannykh prostranstvakh* [Functional analysis in normed Spaces]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959, 684 p.
- [12] Zheleznov L.P. *Programma dlya rascheta na prochnost i ustoychivost podkrepennykh nekrugovykh tsilindricheskikh obolochek* [Program for calculating the strength and stability of reinforced non-circular cylindrical shells]. Svidetelstvo o gos. registratsii programmy dlya EVM № 2013615613 RF [State registration certificate of software for computers No. 2013615613, Russian Federation]. Registered in the RosPatent Registry on June 17, 2013.
- [13] Kabanov V.V., Zheleznov L.P. K raschetu tsilindricheskoy obolochki metodom konechnykh elementov [On the Finite Element Analysis of a Cylindrical Shell]. *International Applied Mechanics*, 1985, vol. 21, no. 9, pp. 35–38.
- [14] Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Issledovanie nelineynogo deformirovaniya i ustoychivosti nekrugovykh tsilindricheskikh obolochek pri osevom szhatii i vnutrennem davlenii [Investigation of nonlinear deformation and stability of noncircular cylindrical shells under axial compression and internal pressure]. *SO RAN. PMTF — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 155–160.
- [15] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nelineynoe deformirovanie i ustoychivost' diskretno-podkrepennykh ellipticheskikh tsilindricheskikh kompozitnykh obolochek pri kruchenii i vnutrennem davlenii [Nonlinear deformation and stability of discretely stiffened elliptical cylindrical composite shells under torsion and internal pressure]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsonnaya Tekhnika — Russian Aeronautics*, 2018, no. 2, pp. 27–34.
- [16] Zheleznov L.P., Ser'eznov A.N. Nelineynoye deformirovanie i ustoychivost kompozitnogo otseka fyuzelyazha samoleta pri chistom izgibe [Nonlinear deformation and stability of a composite aircraft fuselage section under pure bending]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsonnaya Tekhnika — Russian Aeronautics*, 2021, no. 3, pp. 22–30.
- [17] Zheleznov L.P. Nelineynoe deformirovanie i ustoychivost' anizogridnykh krugovykh tsilindricheskikh obolochek pri chistom izgibe [Nonlinear deformation and stability of anisogrid circular cylindrical shells under pure bending]. *Obshcherossiyskiy nauchno-tekhnicheskii zhurnal "Polyot" — All-Russian Scientific-Technical Journal "Polyot" ("Flight")*, 2023, no. 1–2, pp. 3–15.
- [18] Zheleznov L.P. Issledovanie nelineynogo deformirovaniya i ustoychivosti nekrugovoy kompozitnoy tsilindricheskoy obolochki pri nagruzhении krayevoy poperechnoy siloy [Investigation of nonlinear deformation and stability of a noncircular composite cylindrical shell under edge transverse load]. *TsAGI Science Journal*, 2025, vol. 56, no. 1, pp. 77–85.

Zheleznov L.P., Dr. Sc. (Eng.), Deputy Head for Science of the Department of Fatigue and Static Strength of Structures, Chaplygin Siberian Research Institute of Aviation (SibNIA); Professor, Department of ITT, Siberian Transport University; author of more than 130 scientific papers in the aircraft strength. e-mail: zzeleznov@sibnia.ru