

Определение параметров модели накопления повреждения в монослое композиционного материала с использованием численного моделирования

© П.В. Акулин, Н.В. Турбин, А.А. Дудченко

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, 125993, Российская Федерация

При проектировании конструкции из композиционного материала необходимо учитывать снижение жесткостных характеристик материала в ходе эксплуатации. В связи с этим требуется обширная база экспериментов, описывающих поведение композиционного материала при разных видах нагружения. Натурные эксперименты позволяют определить параметры деградации свойств композиционного материала, но они являются дорогостоящими и зачастую трудно реализуемыми при исследовании сложноподвижного состояния. В данной работе проведено численное моделирование деградации свойств однонаправленного композиционного материала при малоцикловом нагружении. Одной из основных причин деградации жесткостных характеристик монослоя является зарождение трещин в матричной структуре. Для проведения виртуального эксперимента в подпрограмме UMAT конечно-элементного комплекса Abaqus реализована математическая модель, описывающая упругопластическое поведение матрицы с учетом снижения ее физических свойств. Для определения параметров деградации монослоя рассмотрен элементарный репрезентативный объем, состоящий из матрицы и волокон композиционного материала. Проведена валидация результатов численного моделирования по данным натурных испытаний. Полученные параметры деградации монослоя композиционного материала в ходе виртуального эксперимента на микроуровне позволяют описывать нелинейное поведение монослоя с учетом деградации свойств на макроуровне при проектировании авиационных конструкций из композиционного материала.

Ключевые слова: численное моделирование, деградация свойств, композиционный материал

Введение. Для рационального проектирования конструкций летательных аппаратов из композиционных материалов [1–4] необходимо учитывать снижение жесткостных и прочностных свойств [5, 6] этих материалов в процессе эксплуатации. Одним из факторов, способствующих деградации физических свойств композиционных материалов (КМ), является растрескивание матричной структуры под воздействием статического и многоциклового нагружения.

В настоящее время существует множество методик проектирования конструкций из КМ [7–13], которые позволяют учитывать деградацию их свойств. Однако основная проблема заключается в том, что для применения этих методик требуется обширная экспериментальная база, включающая различные параметры деградации монослоя КМ.

Экспериментальное исследование является наиболее достоверным методом определения параметров деградации, но для его проведения необходимы значительные временные и финансовые затраты. Кроме того, исследование свойств материала в условиях сложно-напряженного деформируемого состояния представляет собой нетривиальную задачу.

В настоящее время актуальной темой является определение параметров деградации композиционных материалов с помощью виртуальных испытаний. Численное моделирование позволяет значительно снизить временные и финансовые затраты, а также воспроизвести испытания элементарных образцов, подверженных сложно-напряженному состоянию.

Цель данной работы заключается в определении параметров деградации монослоя методом численного моделирования. Для достижения этой цели был разработан алгоритм в пользовательской программе UMAT конечно-элементного комплекса Abaqus. Алгоритм описывает упругопластическое поведение матричной структуры КМ с учетом деградации жесткостных свойств в процессе малоциклового нагружения.

Зарождение трещин в матричной структуре является одной из основных причин деградации свойств монослоя композиционных материалов. В качестве матрицы для КМ часто используют эпоксидные смолы. Следует отметить, что диаграмма напряженно-деформированного состояния (НДС) для эпоксидных смол носит нелинейный характер. Кроме того, этому типу материала присущи свойства разнотивляемости и разномодульности. В работах [14–17] рассматривается поведение матричной структуры в композиционных материалах.

Наибольший вклад в разрушение матрицы вносят поперечное и сдвиговое нагружение монослоя. В данной работе с помощью виртуальных испытаний были получены параметры деградации материала при сдвиговом нагружении образцов с углами армирования 45° и 67° . Следует отметить, что поведение первичных углеродных нитей остается линейным на всех этапах нагружения вплоть до разрушения [18]. В результате деградация свойств монослоя КМ при нагружении вдоль волокна оказывается незначительной.

Математическая постановка задачи моделирования упругопластического течения эпоксидной смолы. Подробное описание методики расчета пластических деформаций приведено в работах [19–21]. Используем основные уравнения, определяющие расчет пластических деформаций эпоксидной смолы с учетом изотропного линейного упрочнения. Данные уравнения реализованы в подпрограмме UMAT конечно-элементного комплекса Abaqus.

Матрица КМ является изотропным материалом. Следовательно, данный материал имеет бесконечное число плоскостей симметрии,

а это означает, что его свойства не зависят от ориентации укладки. Для представления упругих свойств необходимы только две константы — модуль Юнга E и коэффициент Пуассона μ .

Следующие уравнения описывают линейный закон Гука:

$$\sigma^{tr} = \sigma + \Delta\sigma^{tr}; \quad (1)$$

$$\Delta\sigma^{tr} = C\Delta\varepsilon, \quad (2)$$

где σ^{tr} — пробные напряжения; σ — тензор напряжений; $\Delta\sigma^{tr}$ — приращения пробного напряжения; C — матрица жесткости; $\Delta\varepsilon$ — приращения упругой деформации.

Условием начала пластических деформаций является критерий текучести Баландина $f > 0$. Данный критерий текучести учитывает свойства разнсопротивляемости материала:

$$f = \sigma_e^{tr} - \sigma_{yy}, \quad (3)$$

где σ_e^{tr} — эффективные пробные напряжения; σ_{yy} — предел текучести,

$$\begin{aligned} \sigma_e^{tr} = & \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_x\sigma_z - \sigma_y\sigma_z + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) - \\ & - (\sigma_{сж}^{пк} - \sigma_p^{пк})(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_p^{пк}\sigma_{сж}^{пк} + Hp. \quad (5)$$

Здесь σ_i — нормальные напряжения; τ_{ij} — сдвиговые напряжения; $\sigma_p^{пк}$, $\sigma_{сж}^{пк}$ — параметры пропорциональности материала при растяжении и сжатии; H — коэффициент линейного упрочнения Ньютона; p — эффективные пластические деформации.

Направление пластического движения описывают следующие уравнения:

$$n = \frac{\dot{\sigma}^{tr}}{\sigma_e^{tr}}; \quad (6)$$

$$\dot{\sigma}^{tr} = \sigma^{tr} - P, \quad (7)$$

где P — тензор гидростатического давления.

Приращение эффективной пластической деформации Δp описывают уравнения:

$$\Delta p = \Delta p + d\Delta p; \quad (8)$$

$$d\Delta p = \frac{\sigma_e^{tr} - 3G\Delta p - \sigma_{yy}}{3G + H}, \quad (9)$$

где G — модуль сдвига материала.

Приращение упругой $\Delta\varepsilon^e$ и пластической $\Delta\varepsilon^p$ деформации описывают следующие уравнения:

$$\Delta\varepsilon^p = \frac{3}{2} \Delta p \frac{\dot{\sigma}^{tr}}{\sigma_e^{tr}}; \quad (10)$$

$$\Delta\varepsilon^e = \Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^p. \quad (11)$$

Моделирование зарождения и роста трещин в матрице композиционного материала осуществляется с помощью функции, отвечающей за снижение модуля упругости E . Эта функция реализована в программном коде через условие: если выполняется критерий текучести $f > 0$, то происходит снижение модуля упругости E в зависимости от действующих напряжений:

$$E = E \left(1 - a \left(\frac{\sigma_e^{tr}}{\sigma_p^{пц} \sigma_{сж}^{пц}} \right)^b \right), \quad (12)$$

где a, b — параметры деградации матрицы, полученные в ходе натуральных испытаний.

Валидация модели упругопластического течения эпоксидной смолы. Проведено сравнение результатов численного моделирования упругопластического поведения эпоксидной смолы с натурными испытаниями [22]. Физические характеристики эпоксидной смолы, примененные в математической модели, представлены ниже:

Модуль упругости E , МПа	3687
Коэффициент Пуассона μ	0,39
Параметры пропорциональности материала, МПа:	
при растяжении $\sigma_p^{пц}$	39
при сжатии $\sigma_{сж}^{пц}$	98
Параметры деградации матрицы:	
a	0,57
b	2,5

Модель, описывающая напряженно-деформируемое состояние, реализована в подпрограмме UMAT конечно-элементного комплекса Abaqus и состоит из объемных элементов типа C3D8 с наложенными граничными условиями в виде перемещений.

По полученным результатам (рис. 1, 2) можно сделать вывод, что недостатком математической модели является линейное упрочнение, вследствие чего диаграмма напряженно-деформируемого состояния недостаточно совпадает с натурными испытаниями при высоких значениях пластичности. Диаграмма НДС сжатия эпоксидной смолы хорошо

совпадает с натурными испытаниями до значений деформаций 7 %. Диаграмма НДС растяжения удовлетворительно описывает экспериментальные данные в диапазоне значений деформаций до 5 %.

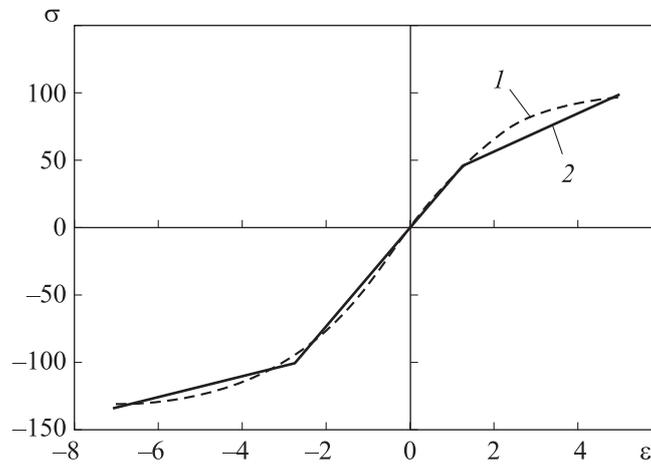


Рис. 1. Диаграмма зависимости нормальных напряжений σ , МПа, от деформаций ϵ , %:
1 — натурный эксперимент [22]; 2 — численное моделирование

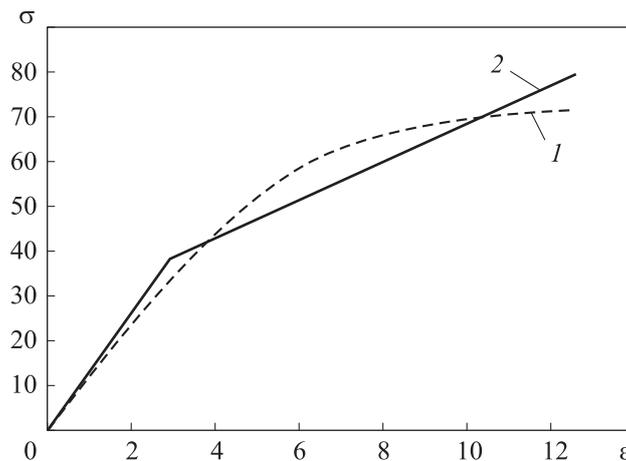


Рис. 2. Диаграмма зависимости сдвиговых напряжений σ , МПа, от деформаций ϵ , %:
1 — натурный эксперимент [22], 2 — численное моделирование

Численное моделирование деградации свойств монослоя композиционного материала. Однонаправленный монослой композиционного материала — это представительный элементарный объем (англ. Representative Volume Element, RVE), имеющий форму куба с длиной ребра 40 мкм и случайным распределением углеродных волокон (рис. 3). Волокна углеродного материала смоделированы в виде цилиндров с постоянным радиусом 2,6 мкм. Представительный объем включает в себя 38 волокон углеродного материала с объемной долей

наполнения 50 % и линейными ортотропными свойствами, приведенными ниже:

E_1 , ГПа	276
E_2 , ГПа	15
Коэффициент Пуассона μ	0,2
G_{12} , ГПа	15
G_{23} , ГПа	7

Матрица композиционного материала представляет собой изотропный материал с упругопластическими свойствами. Представительный объем разбит на линейные кубические конечные элементы типа C3D8.

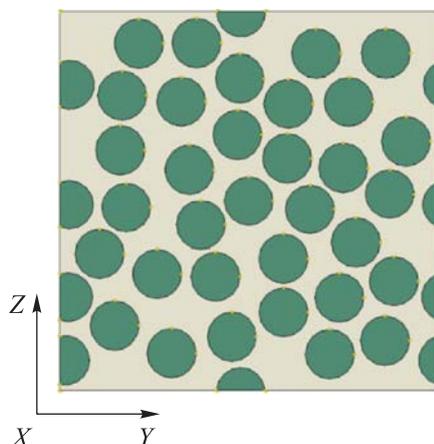


Рис. 3. Общий вид конечно-элементной модели монослоя композиционного материала

В модели реализованы периодические граничные условия [23–26]. Действующая нагрузка на монослой композиционного материала в локальной системе координат определена по формулам:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \varepsilon_a \cos^2 \varphi + \varepsilon_b \sin^2 \varphi + \varepsilon_{ab} \sin \varphi \cos \varphi; \\
 \varepsilon_2 &= \varepsilon_a \sin^2 \varphi + \varepsilon_b \cos^2 \varphi - \varepsilon_{ab} \sin \varphi \cos \varphi; \\
 \varepsilon_{12} &= (\varepsilon_b - \varepsilon_a) \sin 2\varphi + \varepsilon_{ab} \cos 2\varphi,
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

где ε_1 , ε_2 , ε_{12} — деформации в локальной системе координат монослоя; ε_a , ε_b , ε_{ab} — деформации в глобальной системе координат монослоя; φ — угол укладки волокна, град.

Схема действующих нагрузок в монослое композиционного материала в глобальной и локальной системах координат представлена на рис. 4. В работе [27] приведены соотношения, определяющие упругие характеристики слоя в глобальной и локальной системах координат.

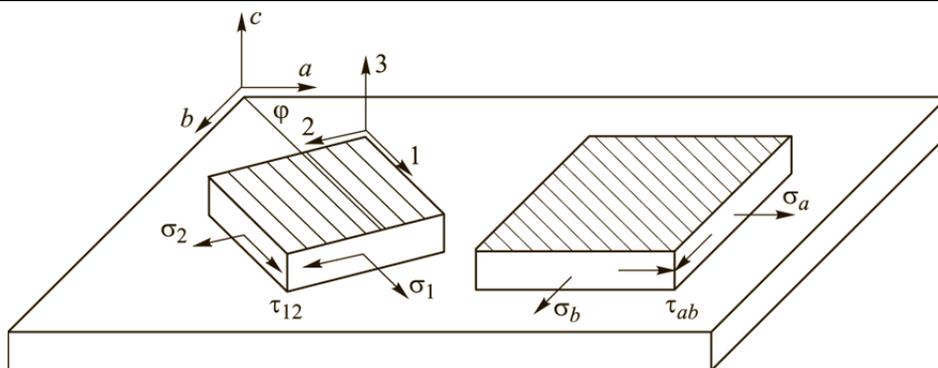


Рис. 4. Элемент однонаправленного композиционного материала в осях монослоя (1, 2, 3) и в осях конструкции (a, b, c)

Результаты численного моделирования деградации свойств монослоя композиционного материала. Численное моделирование деградации свойств однонаправленного КМ, подверженного сдвиговому нагружению, проведено при углах армирования 45° и 67° . Упругие характеристики монослоя КМ, полученные в ходе виртуального моделирования, представлены ниже:

E_1 , ГПа	138
E_2 , ГПа	7,1
G_{12} , ГПа	2,9
G_{23} , ГПа	2,7

Диаграмма усредненных напряжений и деформаций, действующих в элементарном объеме монослоя композиционного материала по формуле (13), представлена на рис. 5. Для расчета усредненных напряжений можно использовать выражение

$$\sigma_i = \frac{\sum_{k=1}^N \sigma_i^k V^k}{\sum_{k=1}^N V^k}, \quad (14)$$

где σ_i^k — напряжение в элементе; N — номер элемента; V^k — объем элемента.

На основании полученного напряженно-деформируемого состояния проведена идентификация параметров разрушения монослоя материала AS4/Toho113 [28]. Параметры деградации монослоя Y_c , Y_0 , b , b' отвечают за зарождение и рост трещин в монослое. Параметры a , R_0 , β , α связывают пластическое поведение с деградацией монослоя. В работе [29] подробно описана методика нахождения параметров деградации материалов и их физический смысл.

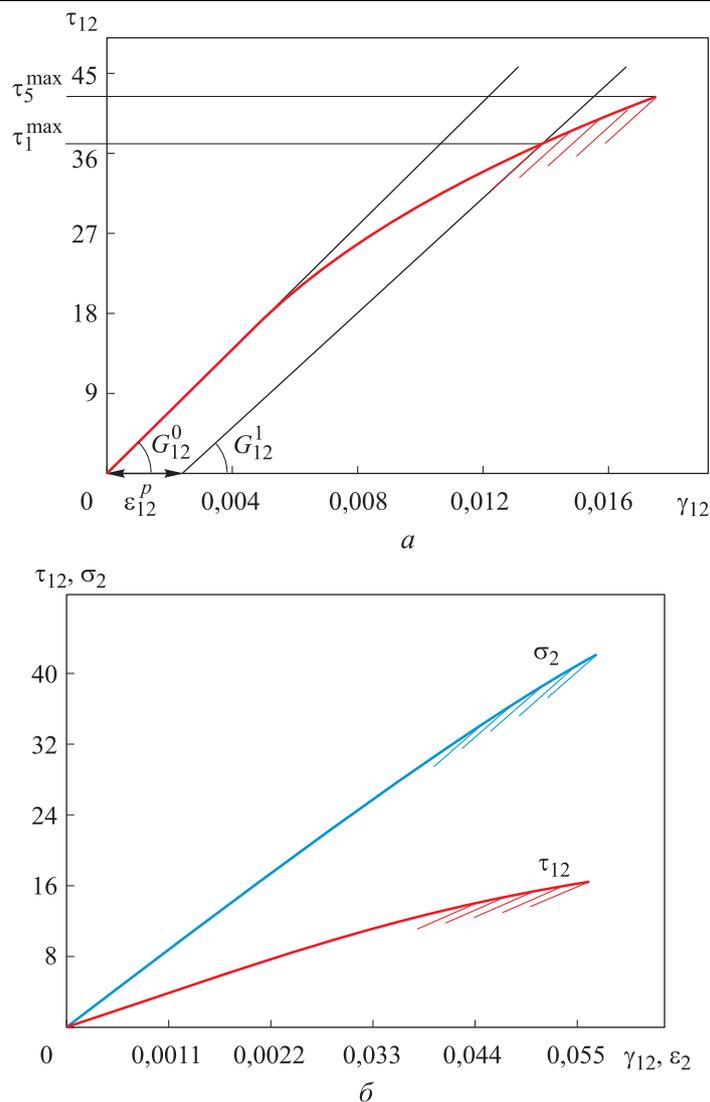


Рис. 5. Зависимость средних сдвиговых и поперечных нормальных напряжений, МПа, от действующих деформаций, %, в монослое при углах армирования волокна 45° (а) и 67° (б)

Для сравнения в таблице приведены результаты численного моделирования и данные экспериментов, опубликованные в свободном доступе [29–31]. Следует отметить, что в указанных работах рассматриваются углеродные волокна и эпоксидные смолы других марок, вследствие чего параметры материала могут отличаться от полученных в данной работе. В работе [28] приведены параметры деградации монослоя, полученные в ходе численного моделирования.

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что предложенный алгоритм удовлетворительно описывает поведение композиционного материала с учетом деградации матричной структуры.

Параметры деградации свойств монослоя композиционного материала

Параметры деградации монослоя	Численное моделирование Волокно/ матрица AS4/Toho113	Параметры деградации монослоя, полученные в работах			
		[29] Волокно/ матрица IM6/914	[30] Волокно/ матрица T300/914	[31] Волокно/ матрица Hex-Ply 913C/ Tenax HTS 5631	[28] Волокно/ матрица AS4/Toho113
Y_c , МПа	5,7	7,67	13,8	4,29	3,985
Y_0 , МПа	0,08	0,023	0	0,016	0,239
b	1,5	2,5	2,14	–	2,337
b'	0,5	–	0,5	–	1,275
a	0,25	–	–	–	0,528
R_0 , МПа	7,9	–	–	49	5,687
β , МПа	2245	–	–	850	1626
α	0,79	–	–	0,24	0,583

Следует отметить, что экспериментальные данные по параметрам деградации монослоя для многих материалов определены не в полном объеме и имеют разброс, что затрудняет валидацию математической модели. Для уточнения модели необходимы дополнительные экспериментальные исследования поведения композиционных материалов.

Заключение. В рамках данной работы получены параметры деградации монослоя композиционного материала методом конечных элементов при малоцикловом сдвиговом нагружении. Конечно-элементная модель представляет собой представительный элементарный объем со случайным распределением волокон. Рассматривалось поведение монослоя композиционного материала с углами армирования 45° и 67°.

Для решения поставленной задачи был разработан алгоритм в виде подпрограммы UMAT программного комплекса Abaqus, описывающий упругопластическое поведение эпоксидной смолы с учетом деградации ее жесткостных характеристик. Проведено сравнение полученных параметров деградации монослоя с экспериментальными данными.

Разработанная модель позволяет более точно описывать некоторые параметры деградации монослоя по сравнению с существующими численными исследованиями в данной области. Численное моделирование деградации структуры монослоя композиционного материала остается актуальной задачей, при решении которой требуется дальнейшее совершенствование расчетных методик, что, в свою очередь, позволит проводить более рациональное проектирование летательных аппаратов из композиционных материалов с учетом их нелинейного поведения и деградации свойств.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Рейфснайдер К. Повреждение конструкций из композитов в процессе эксплуатации. Ю.М. Тарнопольский, ред. *Прикладная механика композитов. Сб. ст.* Москва, Мир, 1989, 350 с.
- [2] Ванин Г.А. *Микромеханика композиционных материалов.* Киев, Наукова думка, 1985, 300 с.
- [3] Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. *Сопротивление полимерных и композитных материалов.* Рига, Зинатне, 1980, 527 с.
- [4] Дудченко А.А. *Оптимальное проектирование элементов авиационных конструкций из композиционных материалов.* Москва, МАИ, 2002, 84 с.
- [5] Гриневиц Д.В., Яковлев Н.О., Славин А.В. Критерии разрушения полимерных композиционных материалов. *Труды ВИАМ*, 2019, № 7, с. 92–111.
- [6] Кривородов В.С., Лексовский А.М. Энергоемкость процесса разрушения и прочность композиционных материалов. *Механика композитных материалов*, 1987, № 6, с. 999–1006.
- [7] Дудченко А.А., Лурье С.А. *Моделирование процессов роста поврежденности и деградации механических свойств слоистых композитов.* Москва, Изд-во МАИ, 2019, с. 60–61.
- [8] Doan Chucr Luat, Lurie S.A., Dudchenko A.A. Modeling of degradation of the composite properties on cracking and delamination when subjected to static and cycling loading. *Applications*, 2010, vol. 1, pp. 1–19.
- [9] Dudchenko A.A., Lurie S.A., Halim K. Multiscale modeling on damage mechanics of laminated composite materials. *Proc. of Conference on Damage in Composite Materials: Simulation and non-destructive testing.* Stuttgart, 2006, pp. 23–26.
- [10] Lurie S.A. On the entropy damage accumulation model of composite materials. *Proc. of Workshop on computer synthesis structure and properties of advanced composites.* Russia–US, Institute of Applied Mechanics; 1994, pp. 6–18.
- [11] Киялбаев Д.А., Чудновский А.И. О разрушении деформируемых тел. *ПМТФ*, 1970, № 3, с. 105–110.
- [12] Ladevèze P.A. A damage computational method for composite structures. *Computer and Structure*, 1992, vol. 44, pp. 79–87.
- [13] Allix O., Ladevèze P., Gilletta D., Ohayon R.A. Damage prediction method for composite structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1989, vol. 27, pp. 271–83.
- [14] Asp L.E., Berglund L.A. Effects of a composite-like stress state on the fracture of epoxies. *Composite Science and Technology*, 1995, vol. 53, pp. 27–37.
- [15] Kinloch A.J., Young R.J. *Fracture behaviour of polymers.* London, Elsevier Applied Science, 1983.
- [16] Asp L.E., Berglund L.A., Talreja R. A criterion for crack initiation in glassy polymers subjected to a composite like stress state. *Composite Science and Technology*, 1996, vol. 56, pp. 1291–1301.
- [17] Asp L.E., Berglund L.A., Talreja R. Prediction of matrix-initiated transverse failure in polymer composites. *Composite Science and Technology*, 1996, vol. 56, pp. 1089–1097.
- [18] Daguo Wang, Chaochao Han, Bing Xu, Bin Li. Numerical study on rupture process of fiber-reinforced composites. *Journal of Applied Biomaterials & Functional Materials*, 2018, vol. 16, pp. 46–54.
- [19] Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. *Математическая теория пластичности.* Москва, Физматлит, 2003, 704 с.
- [20] *Book Abaqus 2018 Analysis User's Guide.* Editor SIMULIA, 2018.

- [21] Каркашадзе Г.Г. *Механическое разрушение горных пород*. Москва, Московский государственный горный университет, 2004, 221 с.
- [22] Fiedler B., Hojo M., Ochiai S., Schulte K., Andoc M. Failure behavior of an epoxy matrix under different kinds of static loading. *Composites Science and Technology*, 2001, vol. 61, pp. 1615–1624.
- [23] Barbero E.J. *Finite Element Analysis of Composite Materials using Abaqus*. CRC Press, 2013, 438 p.
- [24] Pahr D.H., Böhm H.J. Assessment of mixed uniform boundary conditions for predicting the mechanical behavior of elastic and inelastic discontinuously reinforced composites. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2008, vol. 34, pp. 117–136.
- [25] Wenlong Tian, Lehua Qi, Xujiang Chao, Junhao Liang, Mingwang Fu. Periodic boundary condition and its numerical implementation algorithm for the evaluation of effective mechanical properties of the composites with complicated micro-structures. *Composites. Part B: Engineering*, 2019, vol. 162, pp. 1–10.
- [26] Zihui Xia, Yunfa Zhang, Fernand E. A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, vol. 40, pp. 1907–1921.
- [27] Васильев В.В. *Механика конструкций из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988, 272 с.
- [28] Garoz D., Gilabert F.A., Sevenois R.D.B., Spronk S.W.F., Van Paepegem W. Material parameter identification of the elementary ply damage mesomodel using virtual micro-mechanical tests of a carbon fiber epoxy system. *Composite Structures*, 2017, vol. 181, pp. 391–404.
- [29] Ladevèze P., Le Dantec E. Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology*, 1992, vol. 43, pp. 257–67.
- [30] Ladevèze P., Lubineau G. On a damage mesomodel for laminates: micromechanics basis and improvement. *Mechanics of Materials*, 2003, vol. 35, pp. 763–775.
- [31] Kleisner V., Zemcik R., Kroupa T. Identification and verification of the composite material parameters for the Ladevèze damage model. *Materiali in Tehnologije*, 2011, vol. 45, pp. 567–570.

Статья поступила в редакцию 05.05.2025

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Акулин П.В., Турбин Н.В., Дудченко А.А. Определение параметров модели накопления повреждения в монослое композиционного материала с использованием численного моделирования. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2025, вып. 10. EDN WYBQIV

Акулин Петр Владимирович — инженер, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); автор трех работ.

e-mail: plus-orange@yandex.ru

SPIN-код 5690-8204. Scopus Author ID 1237510

Турбин Николай Васильевич — ведущий инженер, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); автор 20 работ.

e-mail: turbinnv@mai.ru

SPIN-код: 7826-7739, AuthorID: 1242579, ORCID <https://orcid.org/0000-0002-7264-0694>

Дудченко Александр Александрович — д-р техн. наук, профессор, профессор, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); автор 69 работ. e-mail. a_dudchenko@mail.ru

SPIN-код, Scopus Author ID 6508

Numerical simulation in determining parameters of the model of damage accumulation in the composite material monolayer

© P.V. Akulin, N.V. Turbin, A.A. Dudchenko

Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, 125993, Russian Federation

Designing a structure made of the composite material requires taking into account reduction in the material stiffness characteristics during operation. Therefore, a comprehensive database of experiments is necessary, as it describes behavior of the composite material under various types of loading. Full-scale experiments are making it possible to determine degradation parameters in the composite material properties, but they are expensive and often difficult to implement when studying the complex stress states. This study presents a numerical simulation of degradation of the unidirectional composite material properties under the low-cycle loading. One of the main causes of the monolayer stiffness characteristics degradation is cracks initiation in the matrix structure. To conduct a virtual experiment, a mathematical model describing the elastic-plastic behavior of the matrix taking into account reduction in its physical properties is implemented in the UMAT subroutine of the Abaqus finite element software package. The paper considers an elementary representative volume consisting of the matrix and the composite material fibers to determine the monolayer degradation parameters. Numerical simulation results are validated against the full-scale test data. The obtained parameters of the composite material monolayer degradation during a virtual experiment at the microscale are making it possible to describe the monolayer nonlinear behavior taking into account the properties degradation at the macroscale when designing aircraft structures made of the composite materials.

Keywords: numerical simulation, properties degradation, composite material

REFERENCES

- [1] Reyfsnayder K. Povrezhdenie konstruktivnykh iz kompozitov v protsesse ekspluatatsii [Damage to composite structures during operation]. In: *Prikladnaya mekhanika kompozitov. Sb. st.* [Applied mechanics of composites. Collection of articles]. Moscow, Mir Publ., 1989, 350 p.
- [2] Vanin G.A. *Mikromekhanika kompozitsionnykh materialov* [Micromechanics of composite materials]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1985, 300 p.
- [3] Malmeister A.K., Tamuzh V.P., Teters G.A. *Soprotivlenie polimernykh i kompozitnykh materialov* [The strength of polymeric and composite materials]. Riga, Zinatne Publ., 1980, 527 p.
- [4] Dudchenko A.A. *Optimalnoe proektirovanie elementov aviatsionnykh konstruktivnykh iz kompozitsionnykh materialov* [Optimal design of elements of aircraft structures made of composite materials]. Moscow, MAI Publ., 2002, 84 p.
- [5] Grinevich D.V., Yakovlev N.O., Slavin A.V. Kriterii razrusheniya polimernykh kompozitsionnykh materialov [Criteria for the destruction of polymer composite materials]. *Trudy VIAM – Proceedings of VIAM*, 2019, vol. 7, pp. 92–111.
- [6] Krivorodov B.C., Leksovskiy A.M. Energoemkost protsessa razrusheniya i prochnost kompozitsionnykh materialov [Energy intensity of the fracture process and strength of composite materials]. *Mekhanika kompozitnykh materialov — Mechanics of Composite Materials*, 1987, no. 6, pp. 999–1006.

- [7] Dudchenko A.A., Lurie S.A. *Modelirovanie protsessov rosta povrezhdennosti i degradatsii mekhanicheskikh svoystv sloistykh kompozitov* [Modeling of the processes of damage growth and degradation of mechanical properties of layered composites]. Moscow, MAI Publ., 2019, pp. 60–61.
- [8] Doan Chucr Luat, Lurie S.A., Dudchenko A.A. Modeling of degradation of the composite properties on cracking and delamination when subjected to static and cycling loading. *Applications*, 2010, vol. 1, pp. 1–19.
- [9] Dudchenko A.A., Lurie S.A., Halim K. Multiscale modeling on damage mechanics of laminated composite materials. *Proc. of Conference on Damage in Composite Materials: Simulation and Non-destructive Testing*, Stuttgart, 2006, pp. 23–26.
- [10] Lurie S.A. On the entropy damage accumulation model of composite materials. *Proc. of workshop on computer synthesis structure and properties of advanced composites*. Russia-US, Institute of Applied Mechanics, 1994, pp. 6–18.
- [11] Kiyalbaev D.A., Chudnovskiy A.I. O razrushenii deformiruemykh tel [Failure of solids under strain]. *PMTF — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1970, vol. 11, no. 3, pp. 105–110.
- [12] Ladevèze P. A damage computational method for composite structures. *Computer and Structure*, 1992, vol. 44, pp. 79–87.
- [13] Allix O., Ladevèze P., Gilletta D., Ohayon R.A. Damage prediction method for composite structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1989, vol. 27, pp. 271–83.
- [14] Asp L.E., Berglund L.A. Effects of a composite-like stress state on the fracture of epoxies. *Composite Science and Technology*, 1995, vol. 53, pp. 27–37.
- [15] Kinloch A.J, Young R.J. *Fracture behaviour of polymers*. London, Elsevier Applied Science, 1983.
- [16] Asp L.E., Berglund L.A., Talreja R. A criterion for crack initiation in glassy polymers subjected to a composite like stress state. *Composite Science and Technology*, 1996, vol. 56, pp. 1291–301.
- [17] Asp L.E., Berglund L.A., Talreja R. Prediction of matrix-initiated transverse failure in polymer composites. *Composite Science and Technology*, 1996, vol. 56, pp. 1089–97.
- [18] Daguo Wang, Chaochao Han, Bing Xu, Bin Li. Numerical study on rupture process of fiber-reinforced composites. *Journal of Applied Biomaterials & Functional Materials*, 2018, vol.16, pp. 46–54.
- [19] Ishlinskiy A.Y., Ivlev D.D. *Matematicheskaya teoriya plastichnosti* [Mathematical theory of plasticity]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001, 704 p.
- [20] *Abaqus 2018 Analysis User's Guide*. Editor Simulia, 2018.
- [21] Karkashadze G.G. *Mekhanicheskoe razrushenie gornyx porod* [Mechanical destruction of rocks]. Moscow, Moskovskiy Gosudarstvennyi Gorniy Universitet Publ., 2004, 221 p.
- [22] Fiedler B., Hojo M., Ochiai S., Schulte K., Andoc M. Failure behavior of an epoxy matrix under different kinds of static loading. *Composites Science and Technology*, 2001, vol. 61, pp. 1615–1624.
- [23] Barbero E.J. *Finite Element Analysis of Composite Materials using Abaqus*. CRC Press, 2013, 438 p.
- [24] Pahr D.H., Böhm H.J. Assessment of mixed uniform boundary conditions for predicting the mechanical behavior of elastic and inelastic discontinuously reinforced composites. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2008, vol. 34, pp. 117–136.
- [25] Wenlong Tian, Lehua Qi, Xujiang Chao, Junhao Liang, Mingwang Fu. Periodic boundary condition and its numerical implementation algorithm for the evaluation

- of effective mechanical properties of the composites with complicated microstructures. *Composites Part B: Engineering*, 2019, vol. 162, pp. 1–10.
- [26] Zihui Xia, Yunfa Zhang, Fernand E. A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, vol. 40, pp. 1907–1921.
- [27] Vasilyev V.V. *Mekhanika konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of structures made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ, 1988, 272 p.
- [28] Garoz D, Gilabert F.A., Sevenois R. D. B., Spronk S. W. F., Van Paepegem W. Material parameter identification of the elementary ply damage mesomodel using virtual micro-mechanical tests of a carbon fiber epoxy system. *Composite Structures*, 2017, vol. 181, pp. 391–404.
- [29] Ladevèze P, LeDantec E. Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology*, 1992, vol. 43, pp. 257–67.
- [30] Ladevèze P, Lubineau G. On a damage mesomodel for laminates: micromechanics basis and improvement. *Mechanics of Materials*, 2003, vol. 35, pp. 763–775.
- [31] Kleisner V, Zemcik R, Kroupa T. Identification and verification of the composite material parameters for the Ladevèze damage model. *Materiali in Tehnologije*, 2011, vol. 45, pp. 567–570.

Akulin P.V., Engineer, Moscow Aviation Institute (National Research University); author of three papers. e-mail: plus-orange@yandex.ru
SPIN-code 5690-8204; Scopus Author ID 1237510

Turbin N.V., Leading Engineer, Moscow Aviation Institute (National Research University); author of twenty papers. e-mail: turbinnv@mai.ru
SPIN-code 7826-7739; Scopus Author ID 1242579;
ORCID <https://orcid.org/0000-0002-7264-0694>

Dudchenko A.A., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Moscow Aviation Institute (National Research University); author of 69 papers. e-mail: a_dudchenko@mail.ru
SPIN-code 3199-658; Scopus Author ID 6508