

О движении космического аппарата с постоянно ориентированным солнечным парусом

© В.С. Васькова, А.В. Родников

Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет),
Москва, 125993, Российская Федерация

Рассмотрен энергонезависимый способ перемещения легкого космического аппарата (КА) вдоль троса, соединяющего тяжелые космические станции, которые описывают одну гелиоцентрическую орбиту. Относительное движение при этом возникает благодаря использованию установленного на КА солнечного паруса, частично отражающего солнечную радиацию. Трос предполагается абсолютно гибким, невесомым, нерастяжимым и реализующим геометрическую одностороннюю связь, ограничивающую движение КА в плоскости орбиты некоторым эллипсом с фокусами на станциях. Осуществляется перелет между двумя произвольными точками этого эллипса с нулевыми начальной и конечной относительными скоростями при парусе, постоянно ориентированном так, что вектор силы солнечной радиации перпендикулярен прямой, проходящей через заданные точки. Установлено, что при условии натянутости троса такой перелет является элементом маятникового колебания. С помощью теоремы об изменении кинетической энергии аналитически определены относительная скорость КА и сила натяжения троса в каждой точке траектории, а также численно найдена продолжительность перемещения. Приведено описание программного обеспечения, реализующего поиск соответствующих величин. Показано, что перелет на расстояние 2 км происходит за несколько часов, а натяжение троса оказывается меньше 2 гс.

Ключевые слова: солнечный парус, космическая тросовая система, гелиоцентрическая орбита, односторонняя связь

Введение. Перемещение летательных аппаратов в открытом космосе обеспечивают ракетные двигатели разных видов [1], большинство из которых работает на основе преобразования всевозможных видов энергии в кинетическую, т. е. за счет расхода запасов топлива. Для того чтобы движение происходило энергонезависимо, необходимо использовать альтернативные движители, например солнечный парус (СП), создающий тягу благодаря отражению солнечной радиации [2]. Его работоспособность была неоднократно доказана на практике при запуске космических аппаратов IKAROS [3], LightSail-2 [4] и др. В теоретических исследованиях устанавливается возможность использовать солнечные паруса для реализации межпланетных перелетов [5], коррекции орбит [6, 7], стабилизации характерных движений космических аппаратов (КА), в том числе для их удержания в окрестности неустойчивых точек либрации [8–10]. Поскольку СП не может создавать ускорение, направленное «против Солнца», для его

возникновения можно использовать невесомый и нерастяжимый трос, концы которого закреплены на космических объектах. Такой трос представляет собой аналог киля морского парусного судна [11].

Космический аппарат с СП перемещается вдоль троса, концы которого закреплены на тяжелых космических станциях (КС), описывающих одну гелиоцентрическую орбиту на расстоянии около 1 а. е. от Солнца и находящихся в нескольких километрах друг от друга. Предполагается, что идеально гибкий, невесомый и нерастяжимый трос реализует идеальную одностороннюю связь [12, 13], что может быть обусловлено объективно малыми возникающими силами натяжения. В этом случае движение КА с СП в плоскости орбиты КС ограничено некоторым эллипсом с фокусами в точках закрепления троса, а разность гравитационной силы и переносной силы инерции, действующих на КА с актуальными для реализованных миссий параметрами, будет на несколько порядков меньше силы солнечной радиации [14]. Для перемещения между двумя точками этого эллипса достаточно ориентировать СП таким образом, чтобы создаваемая им сила солнечной радиации была постоянно направлена перпендикулярно прямой, соединяющей заданные точки. Если трос остается натянутым в течение всего времени перелета, относительное движение КА, которое начинается с нулевой начальной скоростью в одной из точек, закончится в другой точке также с нулевой скоростью, и будет являться элементом маятникового движения между этими точками. Кориолисова сила инерции окажется примерно на три порядка меньше силы солнечной радиации и будет лишь незначительно влиять на натяжение троса. Это позволяет рассматривать орбитальную систему отсчета как инерциальную, в которой действует только сила солнечной радиации, по крайней мере, на временных интервалах порядка нескольких часов.

Цель работы — получение динамических характеристик перемещения КА с неизменно ориентированным СП и оценки соответствующих величин.

Перелет с помощью солнечного паруса. При математической модели СП, впервые примененной Гюйгенсом, большинство динамических характеристик относительного движения КА с СП (скорость, ускорение, натяжение троса) могут быть найдены аналитически в каждой точке траектории с помощью теоремы об изменении кинетической энергии. При известных значениях скоростей КА в достаточно большом количестве точек траектории закон движения и продолжительность перемещения могут быть найдены также с помощью физически простой численной процедуры. Для исследования движения по дуге эллипса было разработано программное обеспечение (ПО), позволяющее получать основные динамические характеристики

в безразмерной форме в зависимости от эксцентриситета эллипса, коэффициента отражения СП, начальной и конечной точек перемещения, а также пересчитывать результаты в размерные величины в зависимости от расстояния между станциями, массы КА, площади СП и расстояния до Солнца. Вычисления показали, в частности, что при площади паруса $\sim 1000 \text{ м}^2$ и массе КА $\sim 100 \text{ кг}$ перелет на расстояние в несколько километров продолжается в течение нескольких часов, причем натяжение троса не превосходит 2 гс.

Математическая модель солнечного паруса. Каждый СП, развернутый на орбите, представляет собой сложное техническое устройство, способное создавать силу, направленную под острым углом к солнечным лучам. Зависимость величины такой силы от допустимого угла можно рассматривать как основную динамическую характеристику конкретного СП. Поскольку подобная информация отсутствует для уже выполненных миссий, можно ограничиться классической математической моделью СП. Допустимо считать, что парус представляет собой плоскую пластину, способную не только отражать солнечную радиацию, но и частично ее поглощать, что связано с оптическими параметрами материала СП, а также определяется коэффициентом отражения. Чем выше этот коэффициент, тем более высокими отражающими способностями обладает парус, причем при его максимальном значении, равном единице, СП считается идеальным. При попадании фотонов на поверхность происходит передача импульса, в результате чего возникает сила солнечной радиации, заставляющая перемещаться КА [2]. В этом случае математическая модель СП будет представлена выражением

$$\mathbf{F} = PS \frac{R_O^2}{R^2} \left(k (\mathbf{n}, \mathbf{e}_x)^2 \mathbf{n} + \frac{1-k}{2} (\mathbf{n}, \mathbf{e}_x) \mathbf{e}_x \right), \quad (1)$$

где \mathbf{F} — сила солнечной радиации; P — характерная величина солнечного давления на расстоянии R_O ; S — площадь паруса; R_O — среднее расстояние от Земли до Солнца, $R_O = 1 \text{ а. е.}$; R — актуальное расстояние до Солнца; k — коэффициент отражения, $0 \leq k \leq 1$; \mathbf{n} — нормаль к солнечному парусу; \mathbf{e}_x — орт оси Ox , сонаправленной с солнечными лучами (O — середина отрезка, соединяющего космические станции).

Эта модель СП будет принята основной. Пусть β — угол между нормалью к СП \mathbf{n} и осью Ox , тогда $(\mathbf{n}, \mathbf{e}_x) = \cos \beta$. Следовательно, сила солнечной радиации достигает своего максимального значения \mathbf{F}_{\max} при $\beta = 0$, т. е. тогда, когда нормаль к СП параллельна оси Ox .

Перепишав (1) в безразмерных величинах и считая, что $F_{\max} = 1$, можно записать:

$$\mathbf{F} = \frac{2}{1+k} \left(k(\mathbf{n}, \mathbf{e}_x)^2 \mathbf{n} + \frac{1-k}{2} (\mathbf{n}, \mathbf{e}_x) \mathbf{e}_x \right).$$

Пусть α — угол между вектором силы солнечной радиации \mathbf{F} и осью Ox , отсчитываемый против хода часовой стрелки (рис. 1).

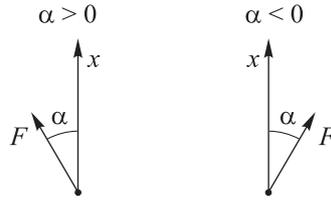


Рис. 1. Определение угла между силой солнечной радиации и направлением солнечных лучей:

Направив ось Oy в сторону движения КС по орбите перпендикулярно оси Ox , можно будет рассматривать только движения в плоскости Oxy , совпадающей с плоскостью орбиты КС. Причем допустимо ограничиться только случаем, когда сила \mathbf{F} параллельна этой плоскости, т. е. $\mathbf{F} = (F_x, F_y)^T$, где

$$\begin{aligned} F_x &= \mathbf{F} \cos \alpha = \frac{2}{1+k} \left(k \cos^3 \beta + \frac{1-k}{2} \cos \beta \right); \\ F_y &= \mathbf{F} \sin \alpha = \frac{2k}{1+k} \cos^2 \beta \sin \beta. \end{aligned} \quad (2)$$

Как было доказано в [11], для неидеального СП $|\sin \alpha| \leq k$, откуда следует, что угол между силой солнечной радиации и осью Ox ограничен промежутком $-\arcsin k \leq \alpha \leq \arcsin k$, т. е. максимальное значение угла α равно $\alpha_{\max} = \arcsin k$.

Постановка задачи. Рассмотрим движение КА с постоянно ориентированным СП вдоль троса, закрепленного в точках F_1 и F_2 , которые расположены на тяжелых КС, вращающихся по одной гелиоцентрической орбите и разнесенных на расстояние в несколько километров (рис. 2). Будем считать, что трос невесомый, нерастяжимый, абсолютно гибкий и реализует идеальную одностороннюю леерную связь [15, 16], соединяющую КА с КС. Предположим, что станции неподвижны

в орбитальной системе отсчета, в частности, остаются на неизменном расстоянии друг от друга, тогда движение КА ограничено некоторым эллипсом с эксцентриситетом e и фокусами F_1 и F_2 . Необходимо переместить КА из точки A_0 в точку A_1 этого эллипса с нулевыми начальной и конечной скоростями, неизменно ориентированным СП и постоянно натянутым тросом. Для описания такого движения следует ввести правую декартову систему координат Oxy , где O — центр эллипса или середина отрезка F_1F_2 , а оси Ox и Oy , как и выше, направлены по солнечным лучам и в сторону движения станций соответственно. В данном случае в рамках рассматриваемой модельной задачи можно считать Oxy инерциальной системой отсчета, так как сила солнечной радиации оказывается на несколько порядков больше и силы Кориолиса, и разности гравитационной силы и переносной силы инерции [14].

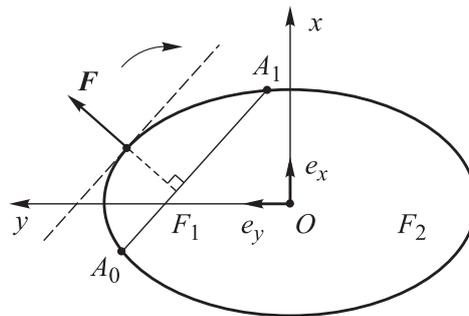


Рис. 2. Перемещение КА с постоянно ориентированным СП между произвольными точками

Теперь перейдем к безразмерным расстояниям, приняв большую полуось эллипса $a=1$. Пусть x и y — координаты КА точки A в орбитальной системе координат Oxy . Если КА находится на эллипсе, то

$$f(x, y) = \frac{x^2}{1-e^2} + y^2 = 1 \quad (3)$$

и возможна параметризация

$$x = \sqrt{1-e^2} \sin \psi; \quad y = \cos \psi, \quad (4)$$

где ψ — эксцентрическая аномалия эллипса.

Тогда координаты начальной $A_0(x_0, y_0)$ и конечной $A_1(x_1, y_1)$ точек определяются соответствующими формулами:

$$\begin{aligned} x_0 &= \sqrt{1-e^2} \sin \psi_0, & x_1 &= \sqrt{1-e^2} \sin \psi_1, \\ y_0 &= \cos \psi_0; & y_1 &= \cos \psi_1. \end{aligned}$$

Внешнюю нормаль к эллипсу в точке с эксцентрической аномалией ψ можно обозначить $\mathbf{v}(\psi)$. Эта величина определяется через градиент функции $f(x, y)$ следующим образом:

$$\mathbf{v} \parallel \text{grad}(f(x, y)) = \left(\frac{2x}{1-e^2}, 2y \right)^T \parallel \left(\sin \psi, \sqrt{1-e^2} \cos \psi \right)^T,$$

из чего следует вывод, что если $|\mathbf{v}| = 1$, то

$$\mathbf{v} = \left(\frac{\sin \psi}{\sqrt{1-e^2 \cos^2 \psi}}, \frac{\sqrt{1-e^2} \cos \psi}{\sqrt{1-e^2 \cos^2 \psi}} \right)^T. \quad (5)$$

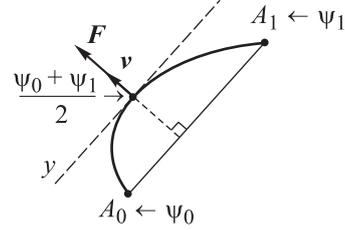
Ориентация солнечного паруса. Если обеспечить такое расположение СП, при котором сила солнечной радиации \mathbf{F} была в течение всего времени движения перпендикулярна прямой, проходящей через начальную и конечную точки перелета, т. е. $\mathbf{F} \perp \mathbf{A}_0\mathbf{A}_1$, то при неослабевающем тресе перемещение КА, начинающееся из точки A_0 с нулевой начальной скоростью, завершится в точке A_1 также с нулевой скоростью, и далее КА будет двигаться из A_1 в A_0 , т. е. возникнут маятниковые движения между точками A_0 и A_1 .

С учетом (4) можно выразить координаты вектора $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1$ через разность координат начальной и конечной точек в виде

$$\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1 = 2 \sin \left(\frac{\psi_1 - \psi_0}{2} \right) \left(\sqrt{1-e^2} \cos \left(\frac{\psi_0 + \psi_1}{2} \right) - \sin \left(\frac{\psi_0 + \psi_1}{2} \right) \right)^T.$$

Из этого можно сделать следующий вывод: для того чтобы сила солнечной радиации \mathbf{F} была перпендикулярна $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1$, достаточно, чтобы она располагалась так же, как нормаль к эллипсу (5) в точке с эксцентрической аномалией $\psi = \frac{\psi_0 + \psi_1}{2}$ (рис. 3). Подобный выбор ориентации паруса возможен только при условии, что угол между $\mathbf{v} \left(\frac{\psi_0 + \psi_1}{2} \right)$ и осью Ox не превысит величину α_{\max} .

Рис. 3. Схема к определению направления силы солнечной радиации



Если \mathbf{F} сонаправлена с $\mathbf{v}\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)$, то

$$\mathbf{v} = (\cos \alpha, \sin \alpha)^T,$$

$$\text{где } \sin \alpha = \frac{\sqrt{1-e^2} \cos\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)}{\sqrt{1-e^2 \cos^2\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)}}; \quad \cos \alpha = \frac{\sin\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)}{\sqrt{1-e^2 \cos^2\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)}}.$$

Тогда условие возможности перемещения между двумя точками имеет вид

$$\frac{\sqrt{1-e^2} \left| \cos\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right) \right|}{\sqrt{1-e^2 \cos^2\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)}} \leq k. \quad (6)$$

Условие нахождения на связи. Необходимо также учитывать условие нахождения на связи, описанное в [14], которое в данной ситуации принимает вид

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{v}(\Psi_0), \mathbf{v}\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right) \right) &> 0; \\ \left(\mathbf{v}(\Psi_1), \mathbf{v}\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right) \right) &> 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Определение сил солнечной радиации. Для того чтобы найти величину силы солнечной радиации, нужно связать между собой углы α и β . Воспользовавшись основной моделью СП (1), выразим угол α через угол β :

$$\frac{F_x}{F_y} = \operatorname{ctg} \alpha,$$

откуда следует, что

$$\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = \frac{1-k}{2k \sin \beta \cos \beta},$$

т. е. $\sin(2\beta - \alpha) = \frac{\sin \alpha}{k}$.

Учитывая, что $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$, можно получить

$$\beta = \begin{cases} \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{k}\right) + \frac{\alpha}{2}; \\ \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{k}\right) + \frac{\alpha}{2}. \end{cases} \quad (8)$$

Можно проверить, что первому решению (8) соответствует большее значение \mathbf{F} , поэтому из двух значений угла необходимо выбирать $\beta = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{k}\right) + \frac{\alpha}{2}$.

Поскольку находится именно значение силы \mathbf{F} , будем считать, что $\alpha > 0$, тогда допустима запись

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \sqrt{\frac{1 - \cos 2\beta}{2}}; \\ \cos \beta &= \sqrt{\frac{1 + \cos 2\beta}{2}}, \end{aligned} \quad (9)$$

откуда с учетом равенства $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$ получаем

$$\cos 2\beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{k^2}} \cos \alpha - \frac{\sin^2 \alpha}{k}.$$

Используя последнее равенство, из формул основной модели СП можно определить необходимое значение силы солнечной радиации, выраженной через углы α и β в виде

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{1}{(1+k)\sqrt{k}} \sqrt{A \left(A + \frac{(1-k)^2}{2} \right)}, \quad (10)$$

где $A = k + \sqrt{k^2 - \sin^2 \alpha} \cos \alpha - \sin^2 \alpha = 2k \cos^2 \beta$.

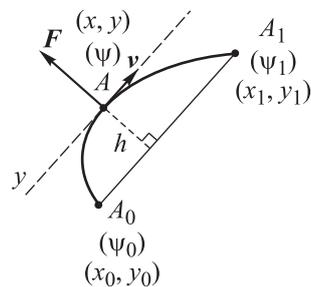
Изменение кинетической энергии. В рамках сделанных предположений на КА действует только одна активная сила и его относительные скорости в начальной и конечной точках равны нулю, т. е.

$v_{A_0} = v_{A_1} = 0$. Считая безразмерную массу КА равной единице, теорему об изменении кинетической энергии (рис. 4) можно записать так:

$$\frac{v^2}{2} = Fh \Rightarrow v = \sqrt{2Fh}, \quad (11)$$

где v — относительная скорость КА в точке эллипса с эксцентрисической аномалией ψ ; $h = h(\psi)$ — расстояние от КА до прямой A_0A_1 , когда он находится в этой же точке.

Рис. 4. О выборе угла между нормалью к солнечному парусу и направлением солнечных лучей по базовой калибровочной характеристике



Уравнение прямой A_0A_1 в плоскости Oxy имеет вид

$$\begin{aligned} & \sqrt{1-e^2} \cos\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)(y - \cos \Psi_0) + \\ & + \sin\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)(x - \sqrt{1-e^2} \sin \Psi_0) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда, используя стандартные формулы аналитической геометрии, можно вывести равенство

$$h = \frac{2\sqrt{1-e^2} \left| \sin\left(\frac{\Psi - \Psi_0}{2}\right) \sin\left(\frac{\Psi_1 - \Psi}{2}\right) \right|}{\sqrt{1-e^2} \cos^2\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)}. \quad (13)$$

Известно, что максимальная относительная скорость достигается при $h = h_{\max}$ (см. рис. 4). Таким образом, для ее определения нужно знать, чему равно максимальное расстояние h_{\max} между прямой A_0A_1 и текущим положением КА. Это расстояние оказывается наибольшим в точке, где эксцентрисическая аномалия $\psi = \frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}$, вычисляется по

формуле (13). В итоге максимальная скорость будет определяться выражением

$$v_{\max} = 2\sqrt{F} \frac{\sqrt[4]{1-e^2} \left| \sin\left(\frac{\Psi_1 - \Psi_0}{4}\right) \right|}{\sqrt[4]{1-e^2} \cos^2\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)}. \quad (14)$$

Продолжительность перемещения. Для того чтобы найти время перелета КА с неизменно ориентированным СП, необходимо подставить в (11) относительную скорость $v = \frac{ds}{dt}$ при $ds = \sqrt{1-e^2} \cos^2 \psi d\psi$ и учесть равенства (10) и (13). Используя в качестве единицы безразмерного времени комбинацию $\sqrt{ma/F_{\max}}$, можно выразить продолжительность перемещения КА квадратурой:

$$t = \frac{\sqrt[4]{1-e^2} \cos^2\left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2}\right)}{2\sqrt{F} \sqrt[4]{1-e^2}} \int_{\Psi_0}^{\Psi_1} \frac{\sqrt{1-e^2} \cos^2 \psi}{\sqrt{\sin\left(\frac{\Psi - \Psi_0}{2}\right) \sin\left(\frac{\Psi_1 - \Psi}{2}\right)}} d\psi. \quad (15)$$

Интеграл (15) можно найти численными методами [17], учитывая, что он является несобственным, но возможна более быстрая и физически наглядная процедура. Для ее реализации нужно разбить дугу эллипса A_0A_1 множеством точек $B_0 = A_0, B_1, B_2, \dots, B_n = A_1$ на достаточно мелкие дуги. Далее используя (11) и (23), следует определить относительную скорость КА в каждой из точек B_i . Считая движение по дуге $B_{i-1}B_i$ равноускоренным, вычислим продолжительность перемещения по формуле

$$\Delta t_i = 2\Delta s_i / (v(B_{i-1}) + v(B_i)),$$

где Δs_i — длина дуги $B_{i-1}B_i$, тогда суммарное время $t = \sum_1^n \Delta t_i$.

Сила натяжения троса. Для вычисления силы натяжения троса (рис. 5) можно воспользоваться уравнениями движения в проекции на внутреннюю нормаль к эллипсу

$$\frac{v^2}{\rho} = 2T \cos \gamma - (\mathbf{F}, \mathbf{v}), \quad (16)$$

где $\rho = \frac{(1 - e^2 \cos^2 \psi)^{3/2}}{\sqrt{1 - e^2}}$ — радиус кривизны эллипса; $\cos \gamma = \frac{\sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \psi}}$, причем γ — половина угла между ветвями троса.

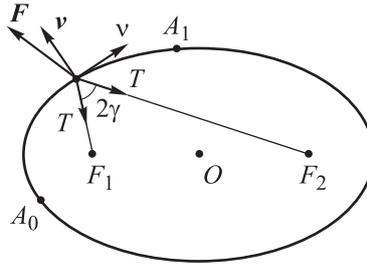


Рис. 5. Схема к расчету натяжения троса

С учетом формул для вычисления скорости (11), силы солнечной радиации (10), нормали к эллипсу (5), силу натяжения троса можно выразить из уравнения (16) в виде

$$T = \frac{F}{2 \cos \gamma} \left(\frac{2h}{\rho} + \left(\mathbf{v} \left(\frac{\Psi_0 + \Psi_1}{2} \right), \mathbf{v}(\psi) \right) \right). \quad (17)$$

На базе теоретических исследований было написано программное обеспечение (ПО), оформленное как графическое приложение, которое позволяет по вводимым оператором значениям эксцентриситета эллипса, коэффициента отражения СП и эксцентрическим аномалиям начальной и конечной точек определять в безразмерной форме такие характеристики движения КА, как ускорение, скорость, продолжительность перелета, силу натяжения троса и построить соответствующие графики. Кроме того, с помощью ПО можно по задаваемым значениям массы КА, площади СП, расстояния между станциями и расстояния до Солнца пересчитывать найденные характеристики в традиционные единицы измерения. Пример работы ПО для КА, параметры которого соответствуют уже реализованному проекту LightSail-2 [4], приведен на рис. 6.

Графики из примера работы приложения, на которых все известные величины обозначены в безразмерных единицах измерения, детализированы на рис. 7. На графике 7, а изображена траектория перелета, где половина длины троса или, что то же самое, большая полуось эллипса принята за единицу. На графике 7, б красная кривая, которую можно назвать базовой калибровочной характеристикой СП, показывает зависимость между величиной силы солнечной радиации и углом, образованным этой силой и направлением солнечного света.

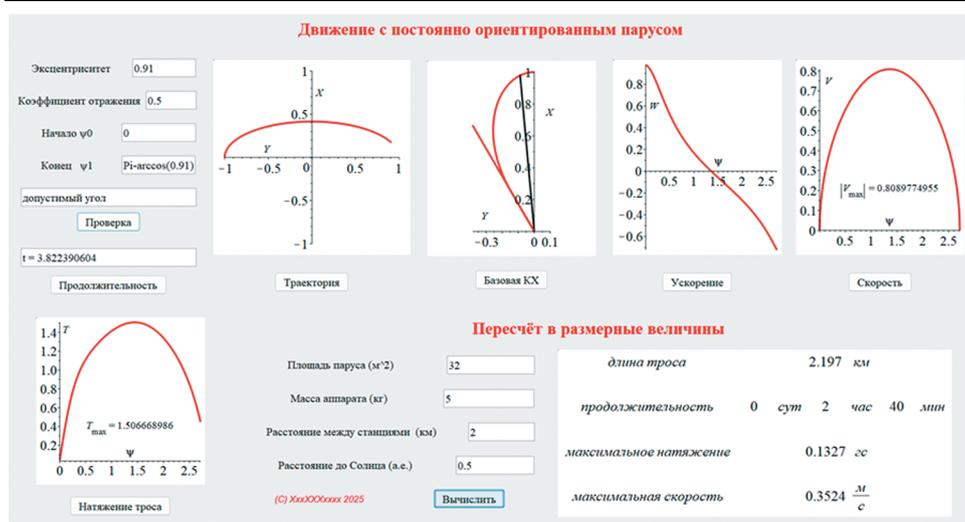


Рис. 6. Пример работы приложения

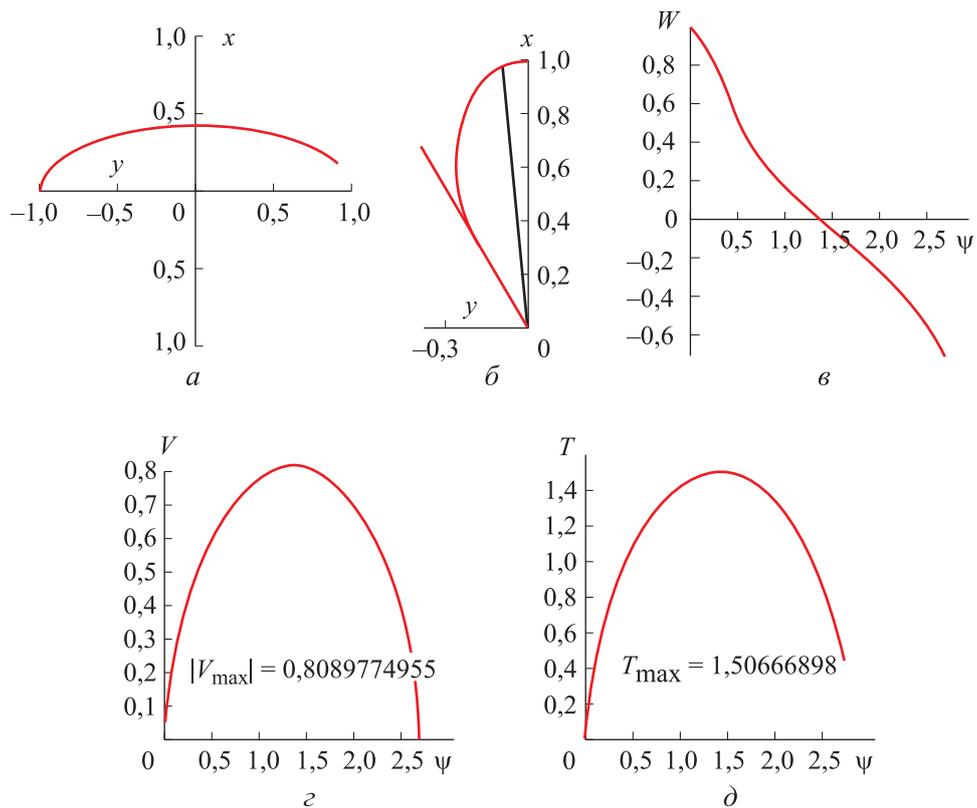


Рис. 7. Детализированные графики из примера работы приложения

Каждая точка кривой является концом возможного вектора силы солнечной радиации, причем величина F_{\max} выбрана за единицу безразмерной силы. Красный луч определяет максимально возможный угол между силой солнечной радиации и направлением солнечных лучей. Движение возможно только тогда, когда направление силы солнечной радиации для изучаемого перелета (черный луч) находится между осью Ox и красным лучом. На рис. 7, в, з, д по горизонтальной оси откладывается угол ψ , характеризующий текущее положение КА. По вертикальной оси на рис. 7, в отложено касательное ускорение W , рис. 7, з — скорость V , на рис. 7, д — натяжение троса T . При этом величина F_{\max}/m (m — масса КА) принята за единицу безразмерного ускорения, величина $\sqrt{aF_{\max}/m}$ — за единицу безразмерной скорости.

Кроме того, составлена таблица выходных данных для КА, участвовавших или планировавшихся для миссий IKAROS, LightSail-2, Sunjammer, Helios [4] при следующих условиях: $\psi_0 = 0$ и $\psi_1 = \pi - \arccos(e)$ — значения начальной и конечной точек перелета, расположенных на круговой орбите, удаленной от Солнца на расстояние 0,5 а.е., эксцентриситет эллипса $e = 0,91$ и коэффициент отражения $k = 0,5$. Можно заметить, что хотя сила солнечной радиации объективно очень мала, перемещение КА на расстояние 2 км происходит за приемлемое время (несколько часов), а натяжение троса оказывается весьма малым.

Выходные данные ПО, определяющие перемещение КА с СП между произвольными точками эллипса

Солнечный парус	Площадь солнечного паруса, м ²	Масса КА с парусом, кг	Продолжительность перелета, ч	Максимальное натяжение, гс	Максимальная скорость, м/с
IKAROS	200	323	8,06	0,830	0,110
LightSail-2	32	5	2,67	0,133	0,352
Sunjammer	1200	54	1,43	4,978	0,657
Helios	990	23	1,02	4,107	0,914

Заключение. Предложен энергонезависимый способ перемещения космического аппарата с неизменно ориентированным солнечным парусом между двумя произвольными точками эллипса, ограничивающего в орбитальной системе отсчета относительное движение вдоль троса, концы которого закреплены на двух гелиоцентрических станциях. Установлено, что в этом случае при натянутом тросе будут происходить движения, по существу, являющиеся маятниковыми колебаниями между двумя точками. Приведены формулы, по которым

определяются такие характеристики движения, как относительная скорость, время, затраченное на перелет КА, а также сила натяжения троса. Показан пример расчета указанных характеристик с помощью специально разработанного программного обеспечения, подтверждающий возможность практической реализации описанного перемещения. Представленные результаты целесообразно использовать при планировании космических полетов с солнечным парусом, ограниченных тросовой связью.

*Работа выполнена в Московском авиационном институте
(национальном исследовательском университете).*

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. *Теория ракетных двигателей*. В.Е. Алемасов, ред. Москва, Машиностроение, 1989, 464 с.
- [2] Поляхова Е.Н. *Космический полет с солнечным парусом*. Москва, URSS, 2010, 302 с.
- [3] Бурцева Н.Л. ICARUS — новый научный эксперимент на МКС. *Воздушно-космическая сфера*, 2018, № 3 (96), с. 94–99.
- [4] Mansell J.R., Bellardo J.M., Betts B., Plante B., Spencer D.A. LightSail-2 Solar sail control and orbit evolution. *Aerospace*, 2023, no. 10 (7), pp. 579–600.
- [5] Белецкий В.В. *Очерки о движении космических тел*. Москва, URSS, 2017, 432 с.
- [6] Rozhkov M.A., Starinova O.L. Optimization of Solar-sail control when a vehicle moves along cyclic heliocentric trajectories. *Cosmic Research*, 2023, no. 61 (6), pp. 510–519.
- [7] Зараменских И.Е., Овчинников М.Ю. Использование давления солнечной радиации для компенсации влияния полярного сжатия Земли на относительное движение формации спутников. *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*, 2009, № 32, с. 1–32.
- [8] Шмыров В.А. Стабилизация управляемого орбитального движения космического аппарата в окрестностях коллинеарной точки либрации L1. *Вестник СПбГУ*, 2005, № 10 (2), с. 192–198.
- [9] Шиманчук Д.В., Шмыров А.С., Шмыров В.А. Управляемое движение солнечного паруса в окрестности коллинеарной точки либрации. *Астрономический журнал*, 2020, № 4 (3), с. 193–200.
- [10] Farres A., Heiligers J., Miguel N. Road Map to L4/15 with a Solar Sail. *Aerospace Science and Technology*, 2019, no. 95, pp. 1–24.
- [11] Васькова В.С., Родников А.В. О наискорейшем перемещении космического аппарата с солнечным парусом между произвольными точками леерной связи. *Авиация и космонавтика: Тезисы 23-й Международной конференции (18–22 ноября 2024 года. Москва)*. Москва, Изд-во «Перо», 2024. 3,3 Мбайт [Электронное издание], с. 234.
- [12] Белецкий В.В., Левин Е.М. *Динамика космических тросовых систем*. Москва, Наука, 1990, 336 с.
- [13] Родников А.В., Красильников П. С. О пространственных движениях орбитальной леерной связки. *Нелинейная динамика*, 2017, № 13 (4), с. 505–518. DOI: 10.20537/nd1704004

- [14] Vaskova V.S., Rodnikov A.V. On a sailed spacecraft motion along a handrail fixed to two heliocentric space stations. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2023, no. 19 (3), pp. 359–370. <https://doi.org/10.20537/nd230802>
- [15] Родников А. В. О существовании безударных движений по леерной связи, закрепленной на протяженном космическом аппарате. *Космические исследования*, 2006, № 44 (6), с. 553–560.
- [16] Васькова В.С. О перемещении вдоль троса космического аппарата с неидеальным солнечным парусом. *Труды МАИ*, 2024, № 139.
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183449>
- [17] Бахвалов Н.С., Жуков Н.П., Кобельков Г.П. *Численные методы*. Москва, Наука, 1987, 599 с.

Статья поступила в редакцию 16.06.2025

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Васькова В.С., Родников А.В. О движении космического аппарата с постоянно ориентированным солнечным парусом. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2025, вып. 9. EDN QBGSMD

Васькова Варвара Сергеевна — ассистент кафедры 802 «Мехатроника и теоретическая механика» МАИ (НИУ). e-mail: vsvaskova@yandex.ru

Родников Александр Владимирович — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры 802 «Мехатроника и теоретическая механика» МАИ (НИУ).
e-mail: rodnikovav@mai.ru

On motion of a spacecraft with the constantly oriented solar sail

© V.S. Vaskova, A.V. Rodnikov

Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, 125993, Russian Federation

The paper considers a non-volatile method of moving a light spacecraft along a tether connecting heavy space stations around a single heliocentric orbit. Relative motion in this case occurs due to using a solar sail installed on the spacecraft that partially reflects solar radiation. The tether is assumed to be absolutely flexible, weightless, inextensible and implementing a geometric one-way constraint that limits the spacecraft motion in the orbital plane to a certain ellipse with a foci at the stations. The flight is performed between two arbitrary points of this ellipse with zero initial and final relative velocities and with the sail constantly oriented so that the solar radiation force vector is perpendicular to the line passing through the given points. The paper establishes that such a flight is an element of the pendulum oscillation, provided the tether is taut. The theorem on alteration in the kinetic energy is applied to determine analytically the spacecraft relative velocity and the tether tension force at each point of the trajectory; motion duration is numerically found. The paper describes the software implementing search for the corresponding quantities. It shows that a flight over a distance of 2 km takes several hours; and the tether tension is less than 2 gauss.

Keywords: spacecraft, solar sail, space tether system, heliocentric orbit, one-way constraint

*The work was performed at the Moscow Aviation Institute
(National Research University).*

REFERENCES

- [1] Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. *Teoriya raketnykh dvigateley* [Theory of rocket engines]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1989, 464 p.
- [2] Polyakhova E.N. *Kosmicheskiy polet s solnechnym parusom* [Space flight with a solar sail]. Moscow, URSS Publ., 2010, 302 p.
- [3] Burtseva N.L. ICARUS – novyi nauchnyi eksperiment na MKS [ICARUS – a new scientific experiment on the ISS]. *Vozdushno-kosmicheskaya sfera — Aerospace Sphere Journal (ASJ)*, 2018, no. 3 (96), pp. 94–99.
- [4] Mansell J.R., Bellardo J.M., Betts B., Plante B., Spencer D.A. LightSail-2 Solar sail control and orbit evolution. *Aerospace*, 2023, no. 10 (7), pp. 579–600.
- [5] Beletsky V.V. *Ocherki o dvizhenii kosmicheskikh tel* [Essays on the cosmic bodies motion]. Moscow, URSS Publ., 2017, 432 p.
- [6] Rozhkov M.A., Starinova O.L. Optimization of Solar-sail control when a vehicle moves along cyclic heliocentric trajectories. *Cosmic Research*, 2023, no. 61(6), pp. 510–519.
- [7] Zaramenskikh I.E., Ovchinnikov M.Yu. Ispolzovanie davleniya solnechnoy radiatsii dlya kompensatsii vliyaniya polyarnogo szhatiya Zemli na otnositelnoe dvizhenie farmatsii sputnikov [Compensation of a relative drift of satellites due to the Earth oblateness by the solar radiation pressure]. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha — Keldysh Institute of Applied Mathematics Preprints*, 2009, no. 032, pp. 1–32.

- [8] Shmyrov V.A. Stabilizatsiya upravlyaemogo orbitalnogo dvizheniya kosmicheskogo apparata v okrestnostyakh kollinearnoy tochki libratsii L1 [Stabilization of the controlled orbital movement of a space vehicle in the neighborhood of collinear libration point L1]. *Vestnik SPbGU — Vestnik of Saint Petersburg University*, 2005, no. 10 (2), pp. 192–198.
- [9] Shimanchuk D.V., Shmyrov A.S., Shmyrov V.A. Upravlyaemoe dvizhenie solnechnogo parusa v okrestnosti kollinearnoy tochki vibratsii [Controlled motion of a solar sail in the vicinity of a collinear libration point]. *Astronomicheskiy zhurnal — Astronomy Reports*, 2020, no. 4 (3), pp. 193–200.
- [10] Farres A., Heiligers J., Miguel N. Road map to L4/15 with a solar sail. *Aerospace Science and Technology*, 2019, no. 95, pp. 1–24.
- [11] Vaskova V.S., Rodnikov A.V. O naiskoreyshem peremeshchenii kosmicheskogo apparata s solnechnym parusom mezhdru proizvolnymi tochkami leernoy svyazi [On the fastest displacement of a spacecraft with the solar sail between the arbitrary points of a line connection]. In: *23-ya Mezhdunarodnaya konferentsiya “Aviatsiya i kosmonavtika”. 18–22 noyabrya 2024 goda. Moskva. Tezisy* [The 23rd International Conference “Aviation and Cosmonautics”. November 18–22, 2024. Moscow. Abstracts]. Moscow, “Pero” Publ., 2024, 234 p.
- [12] Beletsky V.V., Levin E.M. *Dinamika kosmicheskikh trosovykh sistem* [Dynamics of the space tether systems]. Moscow, Nauka Publ., 1990, 336 p.
- [13] Rodnikov A.V., Krasilnikov P.S. O prostranstvennykh dvizheniyakh orbitalnoy leernoy svyazki [On spatial motions of an orbital tethered system]. *Nelineinaya Dinamika — Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2017, no. 13 (4), pp. 505–518. <https://doi.org/10.20537/nd1704004>
- [14] Vaskova V.S., Rodnikov A.V. On a sailed spacecraft motion along a handrail fixed to two heliocentric space stations. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2023, no. 19 (3), pp. 359–370. <https://doi.org/10.20537/nd230802>
- [15] Rodnikov A.V. O sushchestvovanii bezydarnykh dvizheniy po leernoy svyazi, zakreplennoy na protyazhennom kosmicheskom apparate [Existence of nonimpact motions along a wire rope fixed to an extended spacecraft]. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2006, no. 44 (6), pp. 553–560.
- [16] Vaskova V.S. O peremeshchenii vdol trosa kosmicheskogo apparata s neidealnym solnechnym parusom [On the motion of a spacecraft along a tether by nonperfect solar sail]. *Trudy MAI*, 2024, no. 139. Available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183449>
- [17] Bakhvalov N.S., Zhukov N.P., Kobelkov G.P. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka Publ., 1987, 599 p.

Vaskova V.S., Assistant, Department of Mechatronics and Theoretical Mechanics, Moscow Aviation Institute (National Research University). e-mail: svaskova@yandex.ru

Rodnikov A.V., Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Department of Mechatronics and Theoretical Mechanics, Moscow Aviation Institute (National Research University). e-mail: rodnikovav@mai.ru